

## Beispiele:

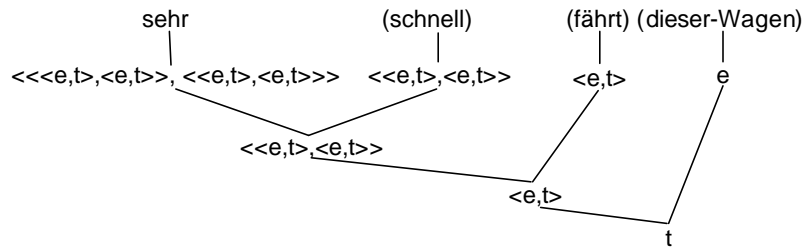
- Prädikatskonstanten (Student, verheiratet, arbeitet): Typ  $\langle e, t \rangle$ ; sie nehmen einen Eigennamen/ein Referenzobjekt und liefern einen Satz/einen Wahrheitswert ab.
- Zweistellige Relationskonstanten (kennt, größer als): Typ  $\langle e, \langle e, t \rangle$ ; sie nehmen zwei Ausdrücke vom Typ  $e$  und liefern einen Ausdruck vom Typ  $t$ .
- Satzoperatoren (gestern, immer): Typ  $\langle t, t \rangle$ .
- Adjektive (als Prädikatsmodifikatoren): Typ  $\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$ ; sie nehmen ein Prädikat und bilden ein modifiziertes Prädikat.
- Gradmodifikatoren (sehr, ziemlich): Typ  $\langle \langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle, \langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle \rangle$ ; sie nehmen einen Prädikatsmodifikator (z.B. gut) und bilden mit ihm einen neuen (z.B. sehr gut).
- Präpositionen: unter anderem Typ  $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$ ; eine Präposition wie „in“ nimmt einen Ausdruck vom Typ  $e$  (z.B. Hamburg) und ergibt einen Satzmodifikator (in(Hamburg)).
- Prädikatenprädikate: Typ  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$ ; Ausdrücke, die ein Prädikat nehmen und einen Satz bilden (wichtig für die typtheoretische Analyse) .

- Die Sprache der Typtheorie sieht für jeden Typ eine Menge nicht-logischer Konstanten vor.
- Es gibt  $n$ . Def. Eine unendliche Menge beliebig komplexer Typen.
- Für natürliche Sprache ist aber nur eine bestimmte Menge realistisch, komplexere Typen als  $\langle \langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle, \langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle \rangle$  kommen kaum vor.
- Interessant sind die Modifikatoren, bei denen Argument und Resultat identisch sind und die Prädikate, die als Resultattyp  $t$  haben.
- Für komplexe Ausdrücke der Typtheorie gelten die gleichen Wohlgeformtheitsbedingungen wie für die PL. Eine zusätzliche Regel ergibt sich aus der Grundidee der Typtypklassifikation:

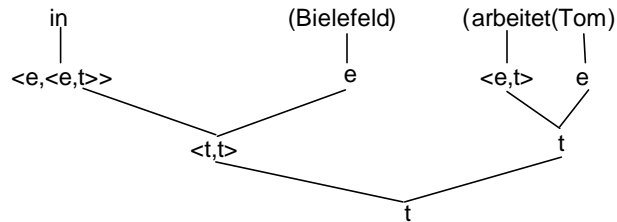
### Regel der funktionalen Applikation

Wenn ein  $A$  ein Ausdruck des Typs  $\langle s, t \rangle$  und  $B$  ein Ausdruck des Typs  $s$  ist, so ist  $A(B)$  ein Ausdruck des Typs  $t$ .

*Dieser Wagen fährt sehr schnell.*



*Tom arbeitet in Bielefeld.*



- Funktionale Applikation vereinfacht Typen für komplexere Ausdrücke.
- Unterschiede zwischen Wohlgeformtheit der Typenlogik zu PL:
  - Identitätsrelation verknüpft beliebige Ausdrücke identischen Typs. Z.B. Äquivalenzbeziehung zwischen Sätzen A und B (Typ  $t$ ):  $A=B$
  - Die Quantoren binden Variablen beliebigen Typs.

*Tom hat nur nette Seiten.*

$$\forall F(Tom) \leftrightarrow (\text{nette} - \text{Seiten}(F)), \text{mit}$$

$$F \in \text{Var}_{\langle e, t \rangle} \quad \text{und} \quad \text{nette} - \text{Seiten} \in \text{Con}_{\langle\langle e, t \rangle, t \rangle}$$

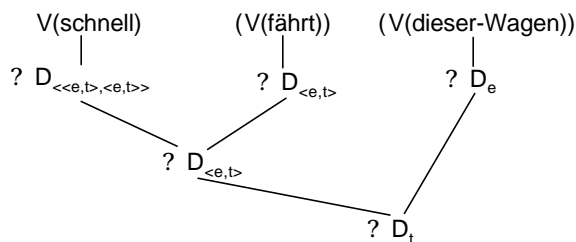
## Denotationelle Semantik der Typenlogik

- Denotatbereich für Typ  $e$  ist Universum  $U$ .
- Denotatbereich für Typ  $t$  ist  $\{0,1\}$ .
- Typ  $\langle s, t \rangle$  nimmt Denotate vom Typ  $s$  und liefert Denotate vom Typ  $t$ .
  - Das mögliche Denotat eines Ausdrucks  $\langle s, t \rangle$  ist eine Abbildung von der Menge möglicher Denotate des Typs  $s$  in die Menge möglicher Denotate des Typs  $t$ .
- Beispiele:
  - Ein geeignetes Denotat für ein einstelliges Prädikat ist eine Abbildung von  $U$  nach  $\{0,1\}$ .
  - Die Menge der möglichen Denotate für Typ  $\langle e, t \rangle$  ist die Menge der Abbildungen von  $D_e = U$  nach  $D_t = \{0,1\}$ .
  - Denotate für Prädikatsmodifikatoren sind Abbildungen von  $D_{\langle e, t \rangle}$  nach  $D_{\langle e, t \rangle}$  (schnell nimmt etwa ein Prädikatsdenotat, etwa die Menge der Autos, und bildet eine neue Menge der schnellen Autos).

**Modellstruktur der Typenlogik** ist ein Tripel  $M = \langle U, V, D \rangle$  mit

- $U$  sei ein nicht leeres Universum.
- $D$  sei eine Familie von Mengen möglicher Denotate mit:
  - $D_t = \{0,1\}$
  - $D_e = U$
  - $D_{\langle s, t \rangle} = D_t^{D_s}$
- Einer Wertzuweisungsfunktion  $V$ , die jeder Konstante vom Typ  $t$  ein Element von  $D_t$  zuweist.

*Dieser Wagen fährt schnell.*





- Typenlogik erlaubt die Definition von Quantoren als direkte Relationen zwischen Prädikaten.
- Somit sind grammatikalische Konstituenten direkt als semantische Objekte repräsentierbar.
- Gleiche grammatikalische Elemente werden durch strukturgleiche semantische Repräsentationen darstellbar.
- Wo ist nun der Bezug zu den Standardquantoren der PL?
- Wo ist die Motivation für ein logisches Kalkül mit Deduktion?
- Um das Standardinventar der PL-Repräsentation mit verallgemeinerter Quantorenrepräsentation zu verbinden wird ein weitere Abstraktionsschritt benötigt:

?-Abstraktion

## ?-Abstraktion

- ?-Operator bindet als logische Konstante Variablen (s. Quantoren).
- ?-Operator erzeugt einen Funktor aus einem komplexen Ausdruck (der Typenlogik), indem gebundene Variablen als Argumentposition deklariert wird.
- ?-Operator trennt die Funktion vom Funktionsbezeichner.

$?x(\text{integer}(x) \ ? \ x > 0)(2)$

- ?-Ausdrücke können Variablen  $v$  eines Typs  $s$  in wohlgeformten Ausdrücken  $A$  eines Typs  $t$  binden.  $?vA$  ist vom Typ  $\langle s, t \rangle$ .
- Funktionale Applikation von  $?vA$  und Ausdrücken vom Typ  $s$  ergibt einen Ausdruck  $?vA(B)$ .