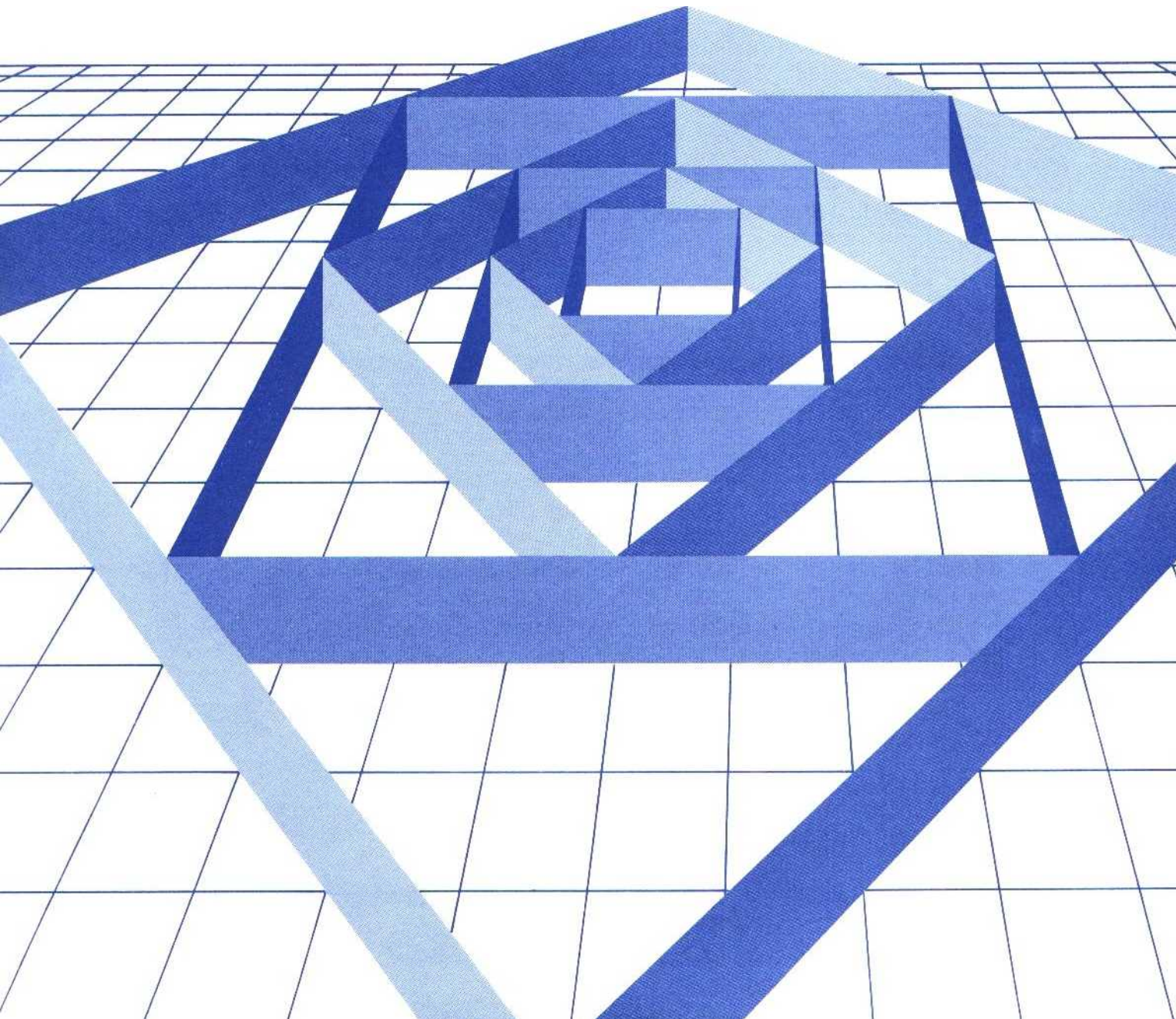


Zur intelligenten Organisation  
von **Wissensbeständen**  
in **künstlichen Systemen**

WBS Report 91  
November 1989

Wissenschaftliches Zentrum



# **Zur intelligenten Organisation von Wissensbeständen in künstlichen Systemen**

Ipke Wachsmuth

## *Vorwort zur Veröffentlichung*

Mit diesem Report wird meine an der Universität Osnabrück angenommene Habilitationsschrift vorgelegt, eine interdisziplinär angelegte Arbeit, die in ihrer Zielsetzung Informatik mit dem Schwerpunkt Wissensbasierte Systeme betrifft. Empirische Untersuchungen über den Erwerb und Einsatz des bereichsspezifischen Wissens mathematiklernender Schüler werden zu theoretischen Überlegungen über die Organisation von langfristig gespeichertem Wissen herangezogen. Dabei ist es zunächst das Ziel, Grundprinzipien für ein kognitiv begründetes Modell von Wissensstrukturen zu gewinnen, das bestimmte kognitive Phänomene erklären kann. Ausgehend davon wird ein Modell formuliert, das Richtlinien für den Entwurf künstlicher wissensverarbeitender Systeme mit bestimmten vorhersagbaren Eigenschaften an die Hand gibt sowie auch eine Einordnung bereits entwickelter Systeme ermöglicht. Die Hauptaussagen der Arbeit beziehen sich auf die Strukturierung von bereichsspezifischen Wissensbeständen mit abgeschwächten Konsistenzforderungen und auf einen bedarfsgesteuerten, selektiven Wissenszugang.

Da diese Ziele auf einer hohen abstrakten Ebene ansetzen, ist es unmöglich, sämtliche Maßnahmen, die zur Entstehung der Ergebnisse geführt haben oder begleitend durchgeführt wurden, in allen Einzelheiten auszuführen. Das Gewicht liegt auf der Darstellung der empirischen Ergebnisse und der daraus gewonnenen Prinzipien der Wissensorganisation, die eigentlich nur im Gesamtkontext verstanden werden können. Einzelne Ergebnisse und Beschreibungen prototypischer Implementierungen wurden anderweitig bereits vorgelegt; weiteres ist Gegenstand andauernder Untersuchungen, besonders, was die Umsetzung in konkrete Anwendungen für Wissensbasierte Systeme betrifft.

Die empirische Studie, mit 93 Seiten das umfangreichste Kapitel der Arbeit, ist selbst nur ein kleiner Ausschnitt aus umfassenden Untersuchungen zum Wissenserwerb und -einsatz, die weitere Aspekte jenseits der Zielsetzungen dieser Arbeit (z.B. das Zusammenwirken unterschiedlicher - symbolischer, piktorischer und handlungsorientierter - Repräsentationsformen) zum Gegenstand hatten. War schon die Erhebung und Vorbereitung der hier herangezogenen qualitativen, verbalen Daten aus klinischen Interviews aufwendig, so stellte sich bei der Präsentation dieser Daten ein kaum zu bewältigendes Massenproblem. Es mußten

Trade-offs zwischen präsentierter Datenmenge und detaillierter, nachvollziehbarer Darstellung gefunden werden. Die vergleichende Diskussion der Beobachtungen an zwei von 16 intensiv beobachteten der insgesamt 42 Versuchspersonen der Studie stellte hier die Grenze des Machbaren dar. Sie muß als exemplarische Ausbreitung der in einjähriger Arbeit gesammelten empirischen Erkenntnisse über gegenstandsspezifischen Wissenserwerb und -einsatz verstanden werden, die mit weiteren Daten belegbar sind.

Das zentrale Resultat der Arbeit wird mit den in Kapitel 3 formulierten Prinzipien vorgelegt, die die Organisation dauerhaft gespeicherten Wissens und die Bedingungen des Wissenszugangs charakterisieren. Die mengersprachliche Reformulierung dieser Prinzipien dient der sauberen Beschreibung und Präzisierung, die einerseits Überprüfung zuläßt und andererseits die Möglichkeit einer formal-theoretischen Auseinandersetzung mit dem Thema aufzeigen soll, wie sie in anderen Arbeiten und Kontexten, z.B. im LILOG-Projekt aufgegriffen und fortgesetzt werden. Mehr war in der vorliegenden Monographie nicht leistbar und auch nicht beabsichtigt.

Ein möglicher Kritikpunkt, dem hier begegnet werden soll, betrifft die Annahme, daß die Vorschläge der Arbeit darauf hinausliefen, nur eine starre Wissensstruktur als gegeben anzunehmen, die für alle sich stellenden Aufgaben Anwendung zu finden habe und deshalb nur für bestimmte Typen von Aufgaben gut, für andere möglicherweise vollkommen ungeeignet sei. Das Gegenteil ist jedoch der Fall: Mit der Postulierung alternativer Wissenspakete - die wiederum spezifische interne Struktur aufweisen können - wird gerade nahegelegt, daß *mehrere autonome Teilstrukturen* simultan vorhanden sein oder im Laufe der Wissensakquisition hinzukommen können. Solche verschiedenen Teilstrukturen, als konkurrierende Wissenspakete aufgefaßt, gehören zum Handlungsrepertoire des wissensbasierten Systems und "bewerben" sich gleichsam um den Einsatz bei sich stellenden Aufgaben.

Eine Kernaussage der Arbeit in dieser Hinsicht ist, daß nicht beliebige Gruppierungen von Wissens-elementen unter einer Aufgabenstellung spontan zusammentreten, sondern daß sich solche Organisationsstrukturen dauerhaft und auf wiederkehrende Anforderungen zugeschnitten entwickeln. Die *Dynamik* der selektiven Verfügbarkeit von Wissen liegt demnach also nicht in einer ad hoc stattfindenden Gruppierung von Wissens-elementen zu immer neuen Paketen, sondern in einer anforderungsgesteuerten Beschränkung bzw. Erweiterung der Zugangsmöglichkeit innerhalb persistent organisierter Wissensstrukturen. Daß solche kognitiven Mechanismen beim menschlichen Wissenserwerb und -einsatz eine wesentliche Rolle spielen, wird gerade durch die Ergebnisse der empirischen Untersuchungen bestätigt. (Man kann dies nachvollziehen, wenn man sich verdeutlicht, wie unsicher und tastend man sich in einem neuen, ungewohnten oder auch nur graduell veränderten Anforderungsbereich bewegt und nach anwendbaren Handlungsmöglichkeiten sucht; bei zunehmender Erfahrung

gruppieren sich die gemeinsam benötigten Wissensstücke, es entsteht ein abrufbares "Paket" - aus Exploration wird Retrieval.)

Ein anderer Diskussionspunkt betrifft den Vergleich des vorgelegten Modells mit Werkzeugen, die zur Erstellung von Wissensbasierten Systemen auf dem Markt sind, wie etwa KEE ("Knowledge Engineering Environment"). Solche Werkzeuge bieten die Möglichkeit, auf relativ komfortable Weise Wissensbasen aus Grundkonstrukten wie Objekten und Regeln aufzubauen und auch bereichsspezifisches Wissen - etwa in Form von Regelpaketen - zu organisieren. Der entscheidende Punkt hierbei ist, daß solche Werkzeuge zwar reiche technische Hilfsmittel und graphische Unterstützung zur Implementierung strukturierter Wissensbasen zur Verfügung stellen, aber keine Richtlinien zur *Gestaltung von Wissensbasen* bieten. Im Gegensatz dazu macht das hier vorgelegte Modell kognitiv begründbare Aussagen darüber, nach welchen Prinzipien Wissen organisiert werden soll, wie der Wissenszugang gestaltet werden kann, welche Konsistenzforderungen zu erfüllen sind, wie sich also Restriktionen innerhalb der Freiheitsgrade eines Modellierungswerkzeuges finden lassen.

In großem Maßstab stellen sich derartige Probleme in verschiedenen Vorhaben, die am Institut für Wissensbasierte Systeme des Wissenschaftlichen Zentrums der IBM Deutschland GmbH in Kooperation mit verschiedenen bundesdeutschen Universitäten durchgeführt werden. Die Ansätze der vorliegenden Arbeit sind hier insbesondere im Projekt LILOG zur Partitionierung großer Bereichswissensbasen eines textverstehenden Systems aufgegriffen worden und werden in diesem Kontext weiter ausgearbeitet. Sie wurden ferner im Projekt NFA (früher LEX) einbezogen, wo ein dem Modell genügendes Partitionierungskonzept in einen Tableau-Beweiser integriert und graphikunterstützt implementiert wurde, das in weiteren Arbeiten für eine Wissensakquisitionskomponente KALEX aufgenommen wird.

Der mit der vorliegenden Arbeit\* eingeschlagene Weg zur Wissensorganisation in künstlichen Systemen wird schließlich in den gegenwärtig am Lehrstuhl Wissensbasierte Systeme der Universität Bielefeld anlaufenden Arbeiten zur Modularisierung Wissensbasierter Systeme fortgesetzt, deren übergeordnetes Ziel die Entwicklung von Konzepten und Methoden für die Akquisition, Verwaltung und Verarbeitung komplexer Bereichswissensbestände ist.

Bielefeld, im Oktober 1989

I.W.

\*Ein der eingereichten Fassung der Arbeit zugehöriger Anhang mit Auszügen aus Originalskripten der klinischen Interviews und den vollständigen verbalen Daten der beiden Versuchspersonen kann auf Anfrage vom Verfasser bezogen werden.



## Vorwort

Die Vorgeschichte zu dieser Arbeit reicht weit zurück: Schon in der Schulzeit haben mich Denken und Lernen fasziniert. Damals habe ich Kybernetiker werden wollen, Relais-Maschinen gebaut, die "lernen" und "vergessen" können, Arbeiten von Minsky und anderen gelesen.

Im Studium wußte ich zunächst nicht, welches Thema mich mehr interessierte: Automaten? Neuronale Netze? Selbstreproduzierende, berechnungs-universelle Maschinen? General Problem Solver? -welches sind die Regeln, die ihr Verhalten beschreiben? Was für Verhaltensmöglichkeiten tragen Regeln in sich? Die Wissenschaft, die diese Fragen abstrakt untersucht, ist die Mathematik, und die Informatik untersucht sie für Anwendungen, aber oft nicht weniger abstrakt. Wie aber untersucht man Denken und Lernen? Die Kluft zwischen dem, was auf dem Papier (oder der PDP 8) machbar schien, und dem, wie Denken und Lernen beim Menschen in Erscheinung tritt, war groß.

Anfang der 80er Jahre entschloß ich mich, empirisch zu arbeiten, mit Schülern, die Mathematik lernen - für sie ein diffuses, komplexes Gebiet. Nicht allein was sie darüber wußten, schien ihr Können zu bestimmen, sondern *wann* und *wie* sie ihr Wissen einzusetzen wußten. Zu dieser Zeit hörte ich Newell vortragen, über REPRESENTATION = KNOWLEDGE + ACCESS.<sup>1</sup> Wissensrepräsentation wurde mein zentrales Thema. In Gedanken entwarf ich Modelle, in denen "Wissensinseln" vernetzt waren und zugänglich gemacht werden konnten.

Im Herbst 1983 lernte ich Heimar Gust kennen. Ich wollte PROLOG von ihm lernen und fand, daß er sich wie ich mit Wissensrepräsentation beschäftigte. Wir gründeten die LAKOS-Arbeitsgruppe und formulierten im ersten Memo:

Als zentrales Anliegen des Projekts "LAKOS"<sup>2</sup> soll ein Modell zur Repräsentation/Organisation bereichsspezifischen Wissens im Gedächtnis präzisiert werden. (...) Der Terminus "logische Analyse" bezieht sich auf die Erfassung von Strukturen und Mechanismen der Wissensorganisation mit Mitteln der formalen Logik. Die Präzisierung soll in Form einer Computerimplementation in einer PROLOG-Maschine erfolgen. (...) Als Grundlage werden empirische Analysen von Prozessen des Erwerbs bereichsspezifischen Wissens (etwa in der Mathematik) herangezogen.

Tatsächlich war es unser Anspruch, Wissen als komplexe Axiomenmenge zu beschreiben, aber in Inseln parzelliert, welche nach Bedarf zugänglich gemacht werden können. Der erste Prototyp eines Systems entstand zwischen empirischen Ergebnissen, "philosophischen" Diskussionen und Datenstrukturen. Aber die Entwicklung des Prototypen zwang dazu, präzise zu formulieren.

---

<sup>1</sup>The Knowledge Level. Hauptvortrag auf der ersten AAI-Tagung in Stanford, 1980; veröffentlicht in (Newell, 1982).

<sup>2</sup>"Logische Analyse kognitiver Organisations-Strukturen"

Die vorliegende Schrift beschreibt Kernpunkte meiner Arbeit auf dem Weg zu einem formalen Modell der Wissensorganisation. Die empirische Basis für das Modell wird ausgebreitet, die Entwicklung von der informellen Theorie zur abstrakten Charakterisierung dargestellt. Der Grundgedanke von LAKOS, kognitive Organisations-Strukturen mit den Mitteln der Logik als strukturierte Axiomensysteme zu erschließen, steht unausgesprochen im Hintergrund, doch kommt weiteres hinzu, was Formen und Merkmale des Wissenszugangs betrifft. Die praktische Arbeit, die sich dahinter verbirgt, ist umfangreich; sie umfaßt Implementierungen, auch solche, die Anwendungsmöglichkeiten für wissensbasierte Systeme skizzieren. Jedoch erschien es mir sinnvoll, die Ergebnisse in einer Form vorzulegen, die die abstrakten Ideen von Symbolstrukturen trennt; stattdessen wird die Wissensebene betrachtet.

Das Szenario, vor dem diese Arbeit zu sehen ist, extrapoliert auf zukünftige wissensbasierte Systeme mit tausenden oder noch mehr Axiomen, die das Wissen diverser Fachgebiete nutzbar machen sollen, Fragen beantworten, relevante von irrelevanter Information unterscheiden und als Partner des Menschen in der Bewältigung zunehmend unüberschaubarer Informationsressourcen auftreten. Es ist klar, daß das gegenwärtig vorgelegte erst ein allererster Schritt in diese Richtung ist. Jedoch ist es auch die Form des Vorgehens, mathematische Kategorien zum Entwerfen und Begreifen solcher Systeme heranzuziehen und empirische kognitive Forschung zum Ausgangspunkt zu machen, die zur Diskussion gestellt wird.

Gegenwärtig arbeite ich in einem Grundlagenforschungsprojekt, das linguistische und logische Methoden zum "Verstehen" deutscher Texte durch Maschinen heranzieht. Die Entnahme von Bedeutung aus verschiedenen Texten, das Herstellen von Verbindungen zwischen ihnen und das Ziehen von Schlüssen daraus Computern zu übertragen, scheint heute weniger vermessen als noch vor zehn Jahren. Mehr als jeder technische Bereich erfordert das Verstehen und Verarbeiten natürlicher Sprache aber kodiertes Wissen über die Welt, vor dessen Hintergrund sich die in Zeichen übermittelte Information interpretieren läßt; und entsprechend schwierig gestaltet sich der Versuch, die dazu erforderlichen Bestände an Hintergrundwissen in einem künstlichen System aufzubauen. Es dürfte klar sein, daß eines der zentralen Kapitel dabei die "intelligente" Organisation von Wissensbeständen sein wird.

Danken möchte ich an dieser Stelle Heimar Gust und den anderen Mitarbeitern der LAKOS-Gruppe für die fruchtbare Zusammenarbeit in den zurückliegenden Jahren. Bernd Mahr danke ich für die richtungsgebenden Diskussionen während seiner Osnabrücker Zeit und für die Ermutigung, der empirischen Studie einen zentralen Platz in dieser Arbeit einzuräumen. Willi Schäfer und Thorsten Janning halfen mir mit konstruktiver Kritik an frühen Versionen der ersten beiden Kapitel und Dagmar Zerulla mit der Anfertigung der Abbildungen im zweiten Kapitel. Im abschließenden Stadium der Arbeit bot mir das LILOG-Projekt bei der IBM Deutschland eine wissenschaftlich fruchtbare und persönlich angenehme Umgebung, hier danke ich vor allem Rudi Studer für die ermutigende Unterstützung und Günther Görz für zahlreiche Diskussionen.

# Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	1 - 20
1.1 Die Übertragung von Aufgaben an künstliche Systeme	3
1.2 Problemlösen: Exploration versus Retrieval	6
1.3 Zum gegenwärtigen Forschungsstand	12
1.4 Abgrenzung und Übersicht	16
2 Eine empirische Studie zur Aufklärung von Wissensstrukturen beim Menschen	21 - 113
2.1 Rahmendiskussion	21
2.1.1 Sinn und Zweck der Untersuchungen	21
2.1.2 Wissen und Wissenserwerb aus psychologischer Sicht	24
2.1.3 Die klinische Methode	26
2.1.4 Auswahl eines mathematischen Gegenstandsbereichs	30
2.1.5 Zum Kontext der vorgelegten Studie	33
2.2 Beschreibung der Erhebungsverfahren	35
2.2.1 Die Entwicklungsstudie	35
2.2.2 Das Wissensensatz-Experiment	38
2.2.3 Auswahl von zwei Versuchspersonen	38
2.3 Wissen zum Vergleich von Bruchzahlen bei Vp Bert	40
2.3.1 Brüche mit gleichem Zähler und Brüche mit gleichem Nenner	40
2.3.2 Äquivalente Brüche	48
2.3.3 Nicht-äquivalente Brüche mit verschiedenen Zählern und Nennern	53
2.3.4 Berts Regeln am Ende des Unterrichtsexperiments	57
2.4 Wissen zum Vergleich von Bruchzahlen bei Vp Terri	61
2.4.1 Hypothesen über Terris Regeln	61
2.4.2 Terris Performanz in den frühen Interviews	66
2.4.3 Terris Performanz in den späteren Interviews	73
2.4.4 Terris Regeln am Ende des Unterrichtsexperiments	82
2.5 Wissensensatz in einer komplexen Aufgabensituation	84
2.5.1 Die Grauwert-Aufgabe	84
2.5.2 Aufgabenbasiertes Interview mit Vp Bert	88
2.5.3 Aufgabenbasiertes Interview mit Vp Terri	94
2.6 Beobachtungen und Folgerungen	100
2.6.1 Abgleich von Regeln mit Aufgabendaten	102
2.6.2 Zugänglichkeit von Wissen	103
2.6.3 Parzellierung von Regelmengen	105
2.6.4 Konkurrenz und Konsistenz von Regelmengen	107
2.6.5 Kontextspezifische Wortbedeutungen	108
2.6.6 Wissenspakete als Modell von Wissensstrukturen	109



3 Ein formales Modell der Strukturierung von Wissensbeständen	114 - 160
3.1 Prinzipien über die Organisation von Wissen	116
3.1.1 Prinzip des Packens von Wissens-elementen	116
3.1.2 Prinzip konkurrierenden Wissens	117
3.1.3 Prinzip der lokalen Konsistenz	117
3.2 Prinzipien über statische Zugangsbedingungen	118
3.2.1 Prinzip der Erwählbarkeit von Wissens-elementen	118
3.2.2 Prinzip des Einzelzugangs zu gepacktem Wissen	119
3.2.3 Prinzip der Erreichbarkeit von Wissen	120
3.3 Prinzipien über dynamische Zugangsbedingungen	121
3.3.1 Prinzip des strukturabhängigen Wissenszugangs	121
3.3.2 Prinzip des schlüsselwortabhängigen Wissenszugangs	122
3.3.3 Prinzip der Persistenz von Zugangsbedingungen	123
3.4 Diskussion der Prinzipien	123
3.5 Formale Beschreibung von Wissenspaketstrukturen	135
3.5.1 Das Basismodell	135
3.5.2 Sichtbarkeitsmenge und Erreichbarkeitsmenge	139
3.5.3 Das allgemeine Modell	141
3.5.4 Lokale Konsistenz von Wissenspaketstrukturen	146
3.6 Zugangsgraphen	150
3.7 Syntax für die Spezifikation von Wissenspaketstrukturen	158
4 Repräsentationsformalismen und konkrete Systeme vor dem Hintergrund des Modells	161 - 192
4.1 OPS5	163
4.2 PROLOG	168
4.3 Partitioned Networks	172
4.4 MDX	177
4.5 ECOSYSTEM	181
4.6 LAKOS	188
Literaturverzeichnis	193
Verzeichnis der Anhänge	198

# Kapitel 1

## Einführung

Die vorliegende Arbeit untersucht die Möglichkeiten, aus der Analyse des Verhaltens von Lernenden zu grundlegenden Aufschlüssen über Merkmale der Speicherung, Organisation und Nutzung von Wissen im Gedächtnis zu gelangen. Diese Untersuchungen sind durch den Wunsch nach Erkenntnis und das Ziel der Entwicklung computergeeigneter Formalismen zur Wissensdarstellung, wie sie in der Künstlichen Intelligenz, insbesondere im Zusammenhang mit der Konstruktion von Expertensystemen thematisiert werden, gleichermaßen motiviert. Expertensysteme etwa seit Mitte der 70er Jahre als eigenständiges Gebiet der Informatik etabliert - sollen das Wissen von Experten eines Fachgebiets in solcher Weise formalisieren, daß es einer maschinellen Nutzung zugänglich ist. Die Leistungen, die dieser Ansatz verspricht und bereits zu zeigen beginnt, sind dabei nicht einseitig auf die automatisierte Wissensnutzung gerichtet, sondern sie schließen auch die Möglichkeit der Beantwortung von fachlichen Fragen und der tutoriellen Schulung von noch heranzubildenden Experten eines Fachgebiets ein (Clancey & Letsinger, 1981).

In der Arbeit soll es allerdings nicht darum gehen, wie die Konstruktion von konkreten Expertensystemen für den Einsatz in einem vorgegebenen Fachgebiet anzugehen ist; der augenblickliche Kenntnisstand dazu wird umfassend dargelegt in dem von Hayes-Roth, Waterman und Lenat (1983) herausgegebenen Werk und in weiteren einschlägigen Arbeiten. Anders als bei der Entwicklung von spezifischen Expertensystemen, bei denen der Anwendungsaspekt im Vordergrund steht und häufig Entscheidungen betreffs des Systemaufbaus auf allen Ebenen leitet, geht es in der vorliegenden Arbeit um theoretische Überlegungen zur Organisation von Wissen. Diese Überlegungen werden anhand von Ergebnissen aus empirischen Untersuchun-

gen (mit mathematiklernenden Schülern) zunächst informell gefaßt und dann zu einem formalen Modell der Wissensstrukturierung ausgearbeitet.

Es ist das erste Hauptziel der Arbeit, Grundprinzipien für ein kognitiv begründetes Modell von Wissensstrukturen zu konkretisieren, das ebenso zur Erklärung menschlicher Intelligenzleistungen beiträgt wie es Kriterien für den Aufbau von Wissensbeständen in künstlichen Systemen liefert. Dieses Ziel wird nur teils vom Blickwinkel der Maschine aus, zu einem wesentlichen Teil jedoch von der Analyse des Menschen als dem genuinen Träger von Intelligenz angegangen. Dabei wird die Frage einbezogen, wie Wissensstrukturen beim Menschen entstehen und nach welchen Prinzipien sie gebildet werden (Wissensgenese).

Das zweite Hauptziel ist es, die gewonnenen Erkenntnisse für die Konzipierung eines formalen Modells der Wissensorganisation in künstlichen Systemen zu nutzen, das einerseits Richtlinien für den Entwurf von Repräsentationsschemata für Expertenwissen bereitstellt, andererseits zur Einordnung bereits entwickelter Formalismen der Wissensdarstellung und konkreter wissensbasierter Systeme dienen kann.

Abschließend eine Bemerkung zur Abgrenzung des in der Arbeit zugrundegelegten Wissensbegriffs: Der Terminus "Wissen" wird grundsätzlich auf bereits etablierte Kenntnisse und Vorgehensweisen bezogen, allerdings mit der Möglichkeit, implizite Information (mittels Inferenzen) zu explizieren. Im folgenden wird der Begriff "Wissen" daher in der Regel synonym zu "Wissenbestände" gebraucht. Ebenso wird der Begriff "intelli-

---

Als "Modell" ist hier zunächst ein (partiell)es Abbild von menschlichen Wissensstrukturen zu verstehen, das dann als (partiell)es Vorbild für die Darstellung von Wissensstrukturen in künstlichen Systemen zu sehen ist. Im ersten Fall ist entscheidend, daß Analoga für diejenigen (vermuteten) Objektmerkmale aufgenommen sind, die Erklärungen für die interessierenden Eigenschaften liefern, und im zweiten Fall, daß für gemäß dem Modell konstruierte künstliche Objekte (strukturierte Wissensbasen) bestimmte Eigenschaften vorhergesagt werden.

gent" im pragmatischen Sinn auf Fähigkeiten bezogen, die die Bewältigung komplexer Aufgaben in Expertisegebieten erlauben. Ein Beitrag zur tiefgreifenden Kontroverse zwischen materialistischer und idealistischer Bewertung menschlicher Geistesleistungen soll nicht geleistet werden.

## **1.1 Die Übertragung von Aufgaben an künstliche Systeme**

Als informationsverarbeitende Systeme werden Expertensysteme (abgesehen von dem jeweils betroffenen Expertisegebiet) heute als Gegenstand der Informatik gesehen. Die zentralen Vorgehensweisen gründen sich jedoch auf Ideen und Modellbildungen interdisziplinärer Art, die der Kognitionswissenschaft (Cognitive Science) zuzurechnen sind. Dieses Gebiet ist im Grenzbereich von Künstlicher Intelligenz und kognitiver Psychologie entstanden, wobei die Ideenentwicklungen beider Gebiete sich wechselseitig befruchtet und komplementiert haben. Eine erste einschlägige Darstellung bietet das von Bobrow und Collins (1975) herausgegebene Werk. Eine ausführliche Übersicht findet sich in (Cohen & Feigenbaum 1982, S. 3ff) und eine frühe historische Darstellung in (Newell & Simon 1972, S. 873ff).

Formale Modelle der menschlichen Informationsverarbeitung sind zunächst im Rahmen der theoretischen Forschung über Künstliche Intelligenz konzipiert worden, wobei Computerprogramme zur Modellierung intelligenter Verhaltensweisen eingesetzt wurden. Im sog. Information-Processing-Ansatz der kognitiven Psychologie wurde dieses Paradigma aufgegriffen: Der Mensch wird als ein System betrachtet, das Information aufnimmt und verarbeitet; sein Verhalten wird als Ergebnis solcher Informationsverarbeitung interpretiert. Dieser Ansatz erscheint zumindest für solche Bereiche geeignet, die sich mit Aspekten rationalen Verhaltens des Menschen wie Denken, Problemlösen und Lernen beschäftigen (Simon, 1981). In der kognitiven Psychologie dient die "Simulation" kognitiver Prozesse in einem künstlichen System als Mittel des Erkenntnisgewinns (Ueckert,

1983), mit dem sich die komplexe Interaktion von Gesetzmäßigkeiten, deren Teilhaben am intelligenten Verhalten eines Individuums vermutet wird, explorativ erschließen läßt. Im Gegensatz zu älteren "Blackbox-Theorien" des Problemlösens liegt ein wesentliches Merkmal des Information-Processing-Ansatzes darin, daß explizite Annahmen über geistige Prozesse und Kontrollmechanismen gemacht werden.

Anders als bei psychologisch motivierten Computermodellierungen, die verlangen, daß nicht nur das Produkt, d.h. das gezeigte intelligente Verhalten, sondern auch die dafür ursächlichen Prozesse mit den beim Menschen beobachtbaren Phänomenen verträglich sind, wird im Bereich der Expertensysteme die strenge Forderung der weitestgehenden Nachbildung von Problemlöseprozessen des Menschen nicht grundsätzlich erhoben. Jedoch sollen Expertensysteme die Fähigkeiten menschlicher Experten in dem Sinne "simulieren", daß Leistungen erbracht werden, die die Bewältigung komplexer Aufgaben des jeweiligen Expertisegebiets erlauben.

Aufgaben eines Fachgebiets zu bewältigen (z.B. Krankheitsdiagnosen zu stellen) heißt, das Wissen des Gebiets zielgerichtet so einzusetzen, daß die mit der Aufgabe gestellte Frage sich beantworten läßt. Soll die Bearbeitung einer Aufgabe an ein künstliches System übertragen werden, muß dem System zunächst entsprechendes Wissen zur Verfügung gestellt werden. Hieraus ergibt sich als zentrale Frage, wie sich das Fachwissen eines Bereichs, in dem ein Expertensystem Aufgaben bearbeiten soll, so darstellen läßt, daß ein Computer damit umgehen kann. Als prinzipielle Vorgehensweise wird ein Anwendungsbereich in einer formalen Sprache axiomatisiert und dann intelligentes Verhalten dadurch produziert, daß "Theoreme" über dem Bereich bewiesen bzw. generiert werden: Die aktive Instanz solcher Systeme ist häufig ein automatischer Theorembeweiser, der mittels Schlußmechanismen Konsequenzen des in der formalen Sprache

repräsentierten Expertenwissens gewinnen kann. Die Leistung des Systems geht also über ein schlichtes Auffinden abgespeicherter Daten hinaus; aus diesem Grund ist der Ausdruck "Wissensbasis" für die gespeicherte Information und für ein derart aufgebautes System der Ausdruck "wissensbasiertes System" gängig. Eine Wissensbasis kann grundsätzlich als Modell eines Weltausschnitts (des gegebenen Fachgebiets) aufgefaßt werden.

Die an ein wissensbasiertes System gestellten Forderungen betreffen hinsichtlich der Beschreibungssprache die hinreichende Ausdrucksfähigkeit für den gewählten Anwendungsbereich und hinsichtlich des Schlußverfahrens die Möglichkeit, sämtliche Konsequenzen des dargestellten Wissens gewinnen zu können. Als wesentliches Merkmal des wissensbasierten Ansatzes steht damit die Eigenschaft, daß das implizite Wissen das explizit eingegebene übersteigt; es umfaßt potentiell (ein vollständiges Inferenzverfahren vorausgesetzt)

*die inferentielle Hülle der Wissensbasis. Wissensbasiertheit ist ein Architekturmerkmal von Expertensystemen,*  
 das sich nicht notwendig in ihrem Verhalten niederschlägt, aber eine Reihe von Vorzügen bietet, die neben der Ökonomie (nicht alles Wissen muß explizit dargestellt werden) die Erstellung und Transparenz solcher Systeme betreffen. Als wesentlicher Vorteil wird häufig genannt, daß das Wissen des Anwendungsbereichs (kurz: "bereichsspezifisches Wissen") von allgemeinen Lösungsstrategien und der Ablaufsteuerung entkoppelt wird.

Das zentrale Anliegen der Forschung über Wissensrepräsentation ist die Entwicklung von Notationen zur Darstellung von Wissen im Computer, sogenannter Wissensrepräsentationsschemata. Eine ausführliche Übersicht in (Mylopoulos & Levesque, 1984) umfaßt logische und prozedurale Repräsentationen, semantische Netzwerke sowie Frame-basierte Repräsentationen. Auf einige konkrete Repräsentationsschemata und wissensbasierte Systeme wird im vierten Kapitel dieser Arbeit eingegangen.

## 1.2 Problemlösen: Exploration versus Retrieval

Ausgangspunkt für die Bearbeitung von Aufgaben durch ein künstliches System ist es, daß Aufgabenbearbeitungen als Problemlöseprozesse aufgefaßt werden. In der Grundkonzeption eines Problemlösemodells, wie es in der künstlichen Intelligenz konkretisiert wurde, unterscheidet man drei Instanzen (Barr & Feigenbaum, 1981, S. 22): Eine Datenbasis, in der die laufende Situation des Aufgabenbereichs (task domain) und das Ziel der Problemlösung beschrieben werden, zweitens eine Menge von Operatoren, die die Datenbasis manipulieren können, und schließlich eine Steuer- oder Kontrollstrategie, die Entscheidungen über die Auswahl von Operatoren zur schrittweisen Lösung des Problems trifft (siehe Abb. 1.1); die Kontrollstrategie kann dabei in hier nicht erläuteter Weise teilweise an die Operatormenge gebunden sein.

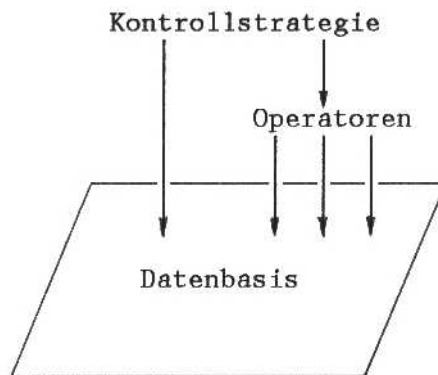


Abbildung 1.1

Die Aufstellung eines Plans für die Problemlösung stellt sich in diesem Modell als Suche nach einer geeigneten Folge von Operatoren dar, deren schrittweise Anwendung auf die in einer formalen Sprache gefaßten Problemrepräsentation in der Datenbasis einen Ausdruck erzeugt, der die Problemlösung darstellt. Es gilt dabei, den sog. Suchraum (allgemein die Menge der durch Anwendung von Operatoren erreichbaren Zustände) in einem

sukzessive aufgebauten Suchgraphen soweit explizit zu machen, daß dieser einen Pfad von der Ausgangsbeschreibung des Problems zu einem Zielausdruck enthält (im einzelnen siehe Barr & Feigenbaum 1981, S. 25ff).

Das folgende Beispiel illustriert dieses Modell an einem Problem der "Kryptoarithmetik", wie es in frühen Stadien der Modellierung intelligenter Problemlösung betrachtet wurde (Newell & Simon, 1972, S.143ff):

$$\begin{array}{r} \text{D O N A L D} \\ + \text{G E R A L D} \\ \hline \text{R O B E R T} \end{array}$$

Unter den  $10! = 3\,628\,800$  verschiedenen Möglichkeiten, die Buchstaben dieses Ausdrucks mit Ziffern zu belegen, ist eine solche zu finden (als Zielausdruck), die eine richtige Addition ergibt. Mit dem Aufbau eines Suchgraphen wird der durch diese Vorgaben bestimmte Suchraum sukzessive explizit gemacht. Der Suchgraph ist hier ein Baum, dessen Knoten mit den verschiedenen Möglichkeiten, den obigen Ausdruck teilweise oder vollständig mit Ziffern zu belegen, markiert sind. Der wurzelknoten enthält den unbelegten Originalausdruck; die Tochterknoten eines Knoten enthalten jeweils die durch eine zusätzliche Belegung entstehenden Ausdrücke. Auch ein durch die Vorgabe  $D = 5$  und Nichtweiterverfolgen solcher Teilbelegungen, die sich nicht konsistent fortsetzen lassen, eingeschränkter Suchbaum hat noch genügend viele Verzweigungen, daß allein aufgrund der kombinatorischen Vielfalt die Lösung des Problems erheblichen Aufwand erfordert. Anhand ausführlicher Protokolle von Versuchspersonen beim Lösen dieser und ähnlicher Aufgaben haben Newell & Simon (1972) als allgemeine aufwandsreduzierende "Heuristik" die sog. Mittel-Ziel-Analyse (means-ends analysis) identifiziert, die als zentraler Kontrollmechanismus in ihrem "General Problem Solver" (GPS) implementiert wurde und gegenüber früheren Problemlöse-Systemen große Effizienzgewinne brachte.



wenngleich man die Lösung eines Problems wie des beschriebenen als Intelligenzleistung anerkennen mag, sind doch wesentliche Einschränkungen gegenüber anwendungsnahen Aufgabenstellungen für Expertensysteme hervorzuheben. Beim obigen Beispiel sind in erster Linie die bei der Problemlösung aufgetretenen Schlüsse und die dabei in der Datenbasis aufgebauten Datenstrukturen maßgeblich. Außer der Art und Weise, wie Buchstaben mit Ziffern belegt werden, erfordert die Lösung der Aufgabe - bei einem menschlichen wie bei einem künstlichen Problemlöser - kein zusätzliches Wissen. Die sog. Problemlöse-Suche (Problem Solving Search) wird bei derartigen Aufgaben folglich weitestgehend von der Problembe-schreibung und ggfs. von Heuristiken, die "blinde" Suche einschränken, bestimmt.

Anders verhält es sich in Gebieten, wo die allgemeine Problemlöse-fähigkeit eines Menschen durch umfangreiches Spezialwissen ergänzt wird, das nicht zugleich mit der Problembe-schreibung gegeben ist, sondern in seinem Gedächtnis oder auch externen Wissensspeichern aufgefunden werden muß. Als Motivation sei dazu folgendes Beispiel betrachtet (welches von der Fallschilderung eines diesbezüglich konsultierten Botanikers abstra--hiert wurde<sup>2</sup>):

Nach dem Verzehr von Pilzen wird ein Patient mit Symptomen X, Y,... eingeliefert. Reste der Pilze lassen noch die Merkmale A, B, C, ... erkennen. Welche Maßnahmen sind zu ergreifen?

Zur Lösung dieses Problems müssen verschiedene Bestände von Fach-wissen herangezogen und miteinander in Beziehung gesetzt werden: Botani-sches Wissen über die Bestimmung von Pilzen, diagnostisches Wissen

---

<sup>2</sup>An diesem Beispiel ist in der LAKOS-Arbeitsgruppe eine Vielzahl von Problemen der Wissensdarstellung und -verarbeitung diskutiert worden. Der Verfasser dankt Herrn Dr. Bosbach vom Fachbereich Biologie/Chemie der Universität Osnabrück für seine Mitarbeit im Sommersemester 1986.

bezüglich einer anzunehmenden Vergiftung sowie therapeutisches Wissen hinsichtlich zu ergreifender Maßnahmen. Erschwert durch möglicherweise unvollständige Information über Pilzmerkmale müssen die fallspezifischen Fakten A, B, C,... X, Y,... mit geeignetem Wissen abgeglichen werden, um zu einer Therapie-Entscheidung zu gelangen. Ein großer Teil der "Problem Solving Search" besteht in der Suche nach relevanter Information in umfangreichen Wissensbeständen, über die ein ärztlicher Experte möglicherweise nicht allein verfügt; die Konsultation eines Botanikspezialisten oder geeigneter Nachschlagewerke kann erforderlich werden.

Im Lichte des eingangs skizzierten Problemlösemodells betrachtet, kommt im zweiten Beispiel den Operatoren wesentlich größeres Gewicht als im ersten Beispiel zu, da sich in ihnen das gesamte potentiell relevante Wissen der verschiedenen Fachgebiete ausdrücken müßte. Die Gegenüberstellung der beiden Beispiele legt es daher nahe, das Problemlösemodell im Hinblick auf anwendungsnahe Aufgabenstellungen dadurch zu erweitern, daß zwischen der Exploration eines Suchraums und dem Retrieval "konservierten" Wissens unterschieden wird. Um dies zu betonen, sollen für problemlösende künstliche Systeme im folgenden zwei getrennte Speicher betrachtet werden (siehe Abb.1.2; die Inferenzmaschine ist dort als eine Instanz, welche bereichsunabhängige Vorgehensweisen zur Ausführung und Kontrolle der Problembearbeitung enthält, zu verstehen):

- ein transienter Speicher (die Datenbasis im ursprünglichen Modell), in dem die zur Beschreibung des Problems und die bei der Problemlösesuche aufgebauten Datenstrukturen verfügbar sind und manipuliert werden und der nach der Bearbeitung eines Problems wieder freigegeben wird;<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup> Falls die bei der Aufgabenbearbeitung generierte Information aufbewahrt werden soll, ist sie vorher zu sichern.

- ein persistenter Speicher, in dem das potentiell für viele Aufgaben relevante Wissen in geeigneten Datenstrukturen dauerhaft aufbewahrt wird; dieser Speicher ist während einer Problembearbeitung zugreifbar, kann aber dabei nicht verändert werden. <sup>4</sup>

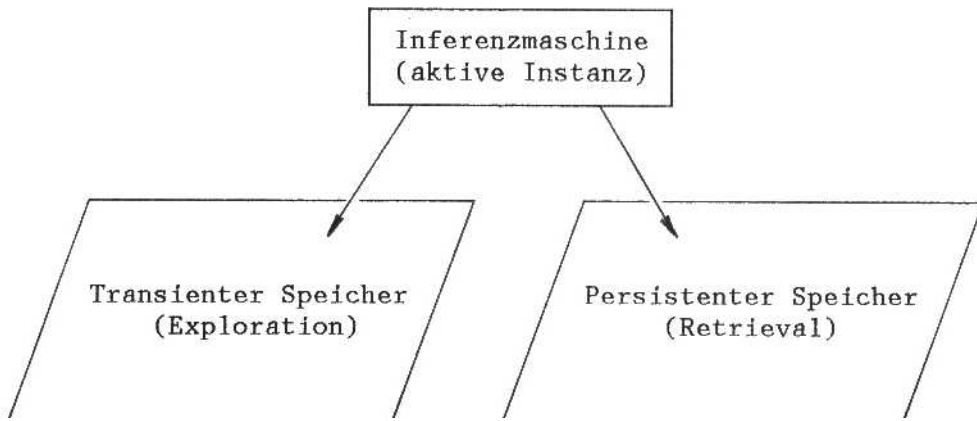


Abbildung 1.2

Das Hauptgeschehen einer kombinatorisch komplexen Problemlöse-Suche wie bei der Kryptoarithmetik findet im transienten Speicher statt. Dabei wird implizites Wissen (aus der inferentiellen Hülle des eingegebenen Wissens) explizit gemacht und gegen die Zielbeschreibung getestet - dies betrifft also die Exploration des Suchraums. Der persistente Speicher enthält nur wenige Operatoren, z.B. zur Generierung von Ziffernbelegungen. - Bei einem Problem wie im zweiten Beispiel wäre das fallspezifische Wissen (die beobachteten Symptome und Pilzmerkmale) im transienten Speicher vorzugeben und dann der persistente Speicher nach explizitem Wissen zu durchsuchen, mit dem sich das Problem - mit möglicherweise wenigen Schlußfolgerungen - lösen läßt. Das Hauptgeschehen betrifft also das Retrieval, das Auffinden gespeicherten Wissens. In der Praxis wird jede Problemlösung beide Aspekte - Exploration und Retrieval - einschließen, jedoch verschiebt sich bei "wissensintensiven" Aufgabenstellungen das

---

<sup>4</sup>Es sei denn, eine "Akquisition" von Wissen gehört zum Aufgabenumfang.

Verhältnis zum Retrieval.

Die beiden obigen Beispielprobleme unterscheiden sich aber nicht nur hinsichtlich des Umfangs, sondern auch in der Diversität des heranzuziehenden persistenten Wissens. Herauszustellen ist hier die Fähigkeit menschlicher Experten, das relevante Wissen schnell einzugrenzen, ohne daß tatsächlich der gesamte Bestand des ihnen verfügbaren Wissens abgesehen werden muß. wollte man in einem künstlichen System ein derartiges selektives Retrieval verwirklichen, müßte es dem System möglich sein, Elemente seines Wissensbestandes nach ihrer Relevanz für eine anstehende Aufgabe zu lokalisieren. (Dies ist einer der Kernpunkte, die in der vorliegenden Arbeit untersucht werden sollen.)

An dieser Stelle seien einige Bemerkungen zu den im weiteren gebrauchten Sprechweisen angefügt. Mit "künstliches System" ist grundsätzlich ein wissensbasiertes System (kurz: WBS) der in Abb. 1.2 skizzierten Struktur gemeint. Ist an die Architektur eines solchen Systems gedacht, steht "Wissensbasis" für den persistenten Speicher; sonst ist unter "Wissensbasis" immer eine Menge von persistent gespeicherten Ausdrücken zu verstehen, die das einem WBS zur Verfügung stehende Wissen darstellen. Unter "Wissensakquisition" ist das Hinzunehmen neuer Ausdrücke zu einer Wissensbasis zu verstehen. Ausdrücke, die bedingte Aussagen der Form  $A \rightarrow B$  konstituieren, werden häufig "Regeln" genannt; ist die Bedingung einer Regel erfüllt (gilt A), so kann das WBS z.B. mittels der Schlußweise "Aus A und  $A \rightarrow B$  schließe B" (Modus Ponens) folgern, daß B gilt. Schlußweisen (auch "Inferenzregeln" genannt) sind Bestandteile der Inferenzmaschine (Abb. 1.2) eines WBS, Regeln können Bestandteile der Wissensbasis sein. Ob eine Regel tatsächlich Bestandteil einer gegebenen Wissensbasis ist, hängt davon ab, ob man sie in dem betrachteten Gegenstandsbereich für angemessen hält.

### 1.3 Zum gegenwärtigen Forschungsstand

Die in den 60er und 70er Jahren durchgeführten Modellierungen von Problemlösungen haben ihre Tragfähigkeit in bestimmten Gebieten, die neben Aufgaben vom Puzzle-Typ auch Schachspielen, symbolisches Integrieren und das Beweisen mathematischer Sätze umfaßten, demonstrieren können. Es wurden aber auch Grenzen erkennbar; die Erfahrung zeigte schon bald die begrenzte Tragweite allgemeiner Problemlösestrategien bei anwendungsnahen Aufgabenstellungen in wissensintensiven Gebieten. Als Reaktion darauf wandten sich viele mit der Entwicklung von Expertensystemen befaßte Forschergruppen relativ eng umgrenzten Anwendungsbereichen zu (Hayes-Roth et al., 1983, S.6). Heute besteht Einigkeit darüber, daß das Leistungsvermögen eines Expertensystems primär von seinem spezifischen Wissen über den Gegenstandsbereich und nicht so sehr von Repräsentationsformalismen und Inferenzverfahren abhängt. Diese als "knowledge-as-power"-Hypothese (Feigenbaum, 1977) bekanntgewordene Aussage wurde auch zehn Jahre später erneut bekräftigt (Lenat & Feigenbaum, 1987). Das Wort "spezifisch" ist hierbei insofern wichtig, als sich gezeigt hat, daß der Versuch, Wissen zu allgemein (bereichsübergreifend) zu formulieren, mit dem Preis unzureichend eingeschränkter Suchen bezahlt werden muß.

wie Puppe (1986) hervorhebt, bewähren sich Expertensysteme vor allem in sog. diffusen Gebieten, die in größerem Umfang fragmentarisches, empirisches, sog. heuristisches Wissen enthalten, das durch Erfolge in der Praxis gerechtfertigt ist. Häufig fehlen dort einheitliche Lösungsverfahren für die Aufgabenstellungen; stattdessen erfolgt die Auswahl von Lösungsverfahren in Abhängigkeit von Aufgabencharakteristika. Zur Simulation dieser Vorgehensweise ist es deshalb ein übliches Verfahren, Expertensysteme mit allgemeinen Problemlösestrategien auszustatten, die durch spezifisches Wissen aus dem Anwendungsbereich gesteuert werden.

Ein

solcherart als wissensbasiertes System konzipiertes Expertensystem ähnelt im Grundprinzip einem automatischen Beweiser (Deduktionssystem): Das spezifische Wissen kann als Menge nichtlogischer Axiome aufgefaßt werden und die allgemeine Problemlösestrategie als ein Reduktionsverfahren; damit gelangt man zu einer Auffassung von Wissen als deduktiv verarbeitbare Formelmenge. Jedoch gibt es eine Reihe von Unterschieden zwischen Expertensystemen und Deduktionssystemen im ursprünglichen Sinn:

1. (Sicherheit des Wissens) Automatisches Beweisen findet in eng umrissenen mathematischen oder streng formalisierten Bereichen statt. Expertisebereiche enthalten häufig vages, unsicheres und unvollständiges Wissen.
2. (Umfang des Vokabulars) Der Diskursbereich (das Universum) eines formalen Gebiets ist eher klein, d.h. es werden nur wenige nichtlogische Zeichen benötigt. In Expertisegebieten ist das Universum wesentlich reicher (z.B. müssen in medizinischen Bereichen alle Konzepte, die medizinische Objekte oder Phänomene betreffen, ausgedrückt werden), deshalb benutzt die Repräsentationssprache weitaus mehr nichtlogische Zeichen.
3. (Größe der Wissensbasis) Die Wissensbasen (Axiomensysteme) formaler Bereiche sind typischerweise klein, die von Expertensystemen möglicherweise um mehrere Größenordnungen umfangreicher.
4. (Erweiterung / Wissensakquisition) In formalen Gebieten wird neues Wissen (Theoreme) durch Deduktion aus bisherigem Wissen erhalten und ist deshalb von vornherein konsistent. Nimmt man es zu den Axiomen hinzu, ändert sich die Theorie nicht, sondern das Axiomensystem wird einzig komfortabler. Werden theorieerweiternde Axiome hinzugenommen,

ist die Erweiterung monoton, d.h. alle bisher wahren (beweisbaren) Sätze bleiben wahr. Dagegen wird bei Expertensystemen Wissen in der Regel von menschlichen Experten übernommen; die entstehenden Axiomenmengen sind möglicherweise inkonsistent. Selbst wenn sie konsistent sind, sind Theorieerweiterungen möglicherweise nicht-monoton, d.h. manche der bisher beweisbaren Sätze sind in der erweiterten Theorie nicht mehr beweisbar.

Die genannten Problempunkte für Expertensysteme identifizieren sämtlich zentrale Probleme der gegenwärtigen Grundlagenforschung in der Künstlichen Intelligenz: Die Probleme der Sicherheit des Wissens z.B. werden unter dem Stichwort "Uncertainty" intensiv diskutiert und waren in jüngster Zeit einziges Thema zweier Fachtagungen, deren Proceedings (1987a, 1987b) den gegenwärtigen Stand wiedergeben (zu Punkt 1).

Zu 2: Um den Diskursbereich zu strukturieren, werden im Gebiet des automatischen Beweisens ordnungssortierte Logiken mit speziellen Deduktionsverfahren entwickelt; siehe etwa (Walther, 1987). Ähnliche Ziele verfolgen die im Bereich Wissensrepräsentation entwickelten Hybridformalismen, die logische und objektzentrierte Repräsentationen integrieren. Hier sind insbesondere die KL-ONE-artigen Sprachen zu nennen; siehe z.B. (Brachman & Schmolze, 1985; Brachman, Fikes & Levesque, 1983).

Zu 3: Mit der Größe der Wissensbasis verlagert sich der Aufwand von der Problemlöse-Suche zum Retrieval (vgl. Abschnitt 1.2), wodurch die Frage des Wissenszugangs entscheidend wird. Das Problem des schnellen Zugangs zu geeignetem Wissen in einer Wissensbasis - bereits 1975 als "Symbol-Mapping Problem" diskutiert (Fahlmann, 1975; McDermott, 1975) - ist nach wie vor aktuell; Ansätze dazu liegen erst in Anfängen vor (de Haan & Schubert 1986). Als problematisch gilt hierbei weniger die Kom-

plexität des beteiligten Wissens oder das Ausführen von Schlüssen damit, sondern die Tatsache, daß das geeignete Stück Wissen in der Wissensbasis sehr schwer zu lokalisieren sein kann: das "Nadel-im-Heuhaufen-Problem".

Zu 4: Neben der Frage nach geeigneten Formalismen zur Wissensrepräsentation hat sich insbesondere die Unterstützung der Wissensakquisition als zentrales Problem der Grundlagenforschung in der künstlichen Intelligenz herausgestellt; sie gilt derzeit als hauptsächlicher Engpaß bei der Konstruktion von Expertensystemen (Puppe, 1986), und die Möglichkeit ihrer Automatisierung in größerem Umfang erscheint nach wie vor noch als Fernziel (Lenat & Feigenbaum, 1987). Das Problem der Nicht-Monotonie (McDermott & Doyle, 1980; Reiter, 1980) hängt eng damit zusammen, daß Wissensbasen von Expertensystemen fast grundsätzlich unvollständig sind (d.h. nicht alle Anfragen lassen sich auf der Basis der vorhandenen Axiome beantworten). Deshalb werden bei der Exploration von Suchräumen häufig zusätzliche Annahmen gemacht (Defaults), die den Axiomen nicht widersprechen, die aber bei Hinzunahme weiterer Axiome möglicherweise nicht mehr gelten können. (Zum gegenwärtigen Stand siehe auch die Proceedings des AAAI-Workshops, 1984).

Zu 3 und 4: Eine weitere Problematik großer Wissensbasen ist die Möglichkeit verdeckter Inkonsistenzen. Gerade wenn Wissen aus verschiedenen Quellen übernommen wird, ist die Konsistenz einer Wissensbasis kaum zu gewährleisten; mit zunehmender Größe der Basis wird der Aufwand für entsprechende Maßnahmen erheblich wachsen. Da die Wissensverarbeitung in vielen Fällen auf logischen Schlußverfahren beruht, gilt das Inkonsistenz-Problem als besonders kritisch. Lenat und Feigenbaum (1987) werfen die Frage auf, ob für große, "breite" Wissensbasen (mit Beständen diversen Wissens) die schwächere Forderung einer "lokalen Konsistenz" ausreichend sein könnte.



## 1.4 Abgrenzung und Übersicht

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Organisation von dauerhaft (persistent) gespeichertem Wissen hinsichtlich wissensintensiver Aufgabenbearbeitungen. Als Fazit der obigen Diskussion ergeben sich die zentralen Fragen, wie das Wissen in großen Wissensbasen zu organisieren und zugänglich zu machen ist (das Retrieval-Problem) und welche Maßnahmen zur Konsistenterhaltung des Wissens notwendig und sinnvoll sind (das Inkonsistenz-Problem).

Unter "Wissensstrukturierung" sollen im folgenden organisatorische Maßnahmen verstanden werden, durch die der Umgang mit großen Wissensbasen besser möglich wird. "Struktur" bezeichnet allgemein die Art und Weise, wie Einzelteile eines Ganzen zueinander in Beziehung stehen. Wie im vorigen Abschnitt herausgestellt, kann "das Ganze" hier einerseits die Menge der Objekte eines Diskursbereichs - das Universum - betreffen (Punkt 2 im vorigen Abschnitt). Auf der anderen Seite kann "das Ganze" die Menge der Aussagen über die Objekte eines Diskursbereichs - also die Menge der als wahr angenommenen (abgeschlossenen) Formeln - betreffen (Punkt 3).

Das zentrale Augenmerk in der gegenwärtigen Forschung richtet sich auf Strukturierungen des Universums, also darauf, auszudrücken, wie die Objekte eines Diskursbereichs zueinander in Beziehung stehen. Maßgeblich dafür sind im wesentlichen die folgenden Kriterien (vgl. Mylopoulos & Levesque, 1984):

- ob ein Objekt einer Objektklasse angehört (Klassifizierung);
- ob eine Objektklasse allgemeiner ist als eine andere (Generalisierung);
- ob sich gleiche oder verschiedene Objekte zu einem strukturierten größeren Objekt zusammenfügen (Gruppierung bzw. Aggregation).

Das Vokabular einer Repräsentationssprache dient dazu, auf Objekte eines Diskursbereichs Bezug zu nehmen. Objektzentrierte Wissensrepräsentationen eignen sich besonders gut, solche Beziehungen auszudrücken, jedoch kann dies prinzipiell auch durch Formeln geschehen. Mit Formeln lassen sich aber auch beliebige Beziehungen zwischen Objekten ausdrücken, die nicht der Strukturierung eines Universums dienen, z.B.:

- (1) Der Verzehr von Faltentintlingen in Verbindung mit Alkohol verursacht Zungenbrennen und Schwindel.
- (2) In Georgia wird am Sonntag kein Alkohol ausgeschenkt.

Die Wissensbasis eines Expertensystems enthält viele Aussagen dieses Typs. Offensichtlich lassen sich objektbezogene Strukturierungskriterien nicht heranziehen, um solche Aussagen zu organisieren. Ebenso wenig ist es naheliegend, die Aussagen (1) und (2) etwa als Eigenschaften (Attribute) von Alkohol aufzufassen und ihnen dadurch einen Ort in einer objektzentrierten Wissensrepräsentation zuzuschreiben.

Von einer Metaebene aus läßt sich jedoch motivieren, daß den Aussagen (1) und (2) ein "semantischer Ort" im Weltwissen eines Menschen zugeschrieben werden kann: Die Aussage (1) könnte man z.B. - zusammen mit "ähnlichen" Aussagen - einem Wissensbereich über Speisevergiftungen zuordnen und die Aussage (2) evtl. einem Wissensbereich über die Gebräuche im Staat Georgia. welchem Wissensbereich solche Aussagen zugeordnet werden (d.h. in welchem Sinne sie "ähnlich" sind), wird davon abhängen, unter welchem Gesichtspunkt man ihnen Relevanz beimißt.

Die Fakten und Regeln eines Expertensystems betreffen zwar in ihrer Gesamtheit zunächst nur einen (den "spezifischen") Wissensbereich, jedoch lassen sich möglicherweise Kriterien identifizieren, nach denen ihnen innerhalb des gesamten Wissensbestandes ein bestimmter "Ort" in einem Teilwissensbereich zugeschrieben werden kann.

Die Art und Weise, wie sich Formelmengen in Wissensstrukturen organisieren lassen, wird in der vorliegenden Arbeit empirisch untersucht. Dieses Vorgehen entspricht der Tradition der Cognitive Science; die Protokollanalysen von Problemlöse-Prozessen (Newell & Simon, 1972) stellen den wohl umfangreichsten Versuch dar, aus empirischen Daten Aufschlüsse über menschliche Intelligenzleistungen zu erlangen und die Erkenntnisse zur Konstruktion künstlicher Systeme, die Aufgaben lösen, zu nutzen. Die dort untersuchte Frage (Wie löst der Mensch komplexe Probleme?) ergab Anhaltspunkte für allgemeine Vorgehensweisen, die eine "intelligente" Exploration kombinatorisch komplexer Suchräume ermöglichen.

Komplementär dazu betrifft die vorliegende Arbeit die Lösung von Aufgaben, für die das Retrieval persistent gespeicherten Wissens von Bedeutung ist. Empirisch untersucht werden hier die Fragen: wie organisiert sich das von Menschen erworbene Fachwissen? Was sind Merkmale seines Einsatzes? Hieraus sollen Anhaltspunkte für die "intelligente" Organisation von Wissensbeständen in künstlichen Systemen gewonnen werden.

Um Aufschlüsse über die Wissensorganisation beim Menschen zu erlangen, mußte zunächst ein Bereich gefunden werden, der möglichst wenig von in der Untersuchung nicht kontrollierbarem Vorwissen beeinflusst wird. Der gewählte Bereich (Bruchzahlverständnis) entsprach diesem Anspruch und bot zudem den Vorteil, daß die von den Schülern (in Abhängigkeit von Aufgabencharakteristika) spontan gebildeten Regeln keine Vagheiten enthielten und sich einfach beschreiben ließen.

Die Kernidee für die Aufklärung von Strukturen im Wissen der Schüler ist es, sich zunächst eines Repertoires von "Wissenselementen" (Regeln), über das einzelne Schüler verfügten, zu versichern und dann aus den Ausgängen von Experimenten auf strukturelle Merkmale solcher Wissensbestände und auf Bedingungen, unter denen sich Teile des Wissensbestandes als

zugänglich erweisen bzw. zugänglich gemacht werden, zu schließen.

Diese Untersuchung wird in Kapitel 2 vorgelegt. Die Ergebnisse fundieren eine Auffassung von Wissensbeständen als organisierte Repertoires von Wissens-elementen und ergeben Hinweise auf statische und dynamische Zugangsbedingungen, auf deren Basis ein zunächst informelles Modell von Wissensstrukturen formuliert wird.

Hierauf aufbauend wird in Kapitel 3 der Begriff einer semantischen Lokalität von Wissen motiviert und - als Qualitätsmerkmal - die "semantische" Strukturierung von Wissensbeständen postuliert, die insbesondere eine entscheidende Rolle für den Wissenszugriff spielt. Das Gerüst eines bereichsunabhängigen Modells von Wissensstrukturen wird in neun Prinzipien der Wissensorganisation und des Wissenszugangs beschrieben und schließlich zu einem mengensprachlich formulierten Strukturierungsmodell vorangetrieben, welches erlaubt, Eigenschaften von organisierten Wissensbeständen formal zu definieren und zu untersuchen. Besonderes Gewicht wird dabei dem Inkonsistenz-Problem zugemessen.

Um den Nutzen dieser empirisch begründeten Ergebnisse für die Wissensorganisation in künstlichen Systemen zu demonstrieren, wird das Modell in Kapitel 4 exemplarisch zur Einordnung einiger konkreter wissensbasierter Systeme bzw. Repräsentationsformalismen angewendet, wobei eigene praktische Arbeiten einbezogen werden. Insbesondere soll dort demonstriert werden, daß die Möglichkeit einer "intelligenten" Wissensorganisation nicht primär von den Mitteln zur Darstellung von Wissens-elementen abhängt, sondern davon, ob die Formalismen Konstrukte zur Aggregation größerer Organisationseinheiten ("Wissenspakete") einschließen, die auf Wissensebene identifizierten Strukturierungskriterien Rechnung tragen.

Ausgeklammert werden in der Arbeit die Bereiche unsicheres Wissen, Strukturierungen des Universums sowie nicht-propositionale Wissensrepräsentationen. Hiermit soll die Möglichkeit ihres späteren Einbezugs nicht ausgeschlossen werden; zunächst sind dies aber unabhängige Forschungsfragen. Ebenfalls wird die Akquisition von Wissen nicht explizit thematisiert, jedoch bietet das Strukturierungskonzept sicherlich Angriffsmöglichkeiten, Wissensakquisition als Eingliedern neuer Wissens Elemente in eine vorhandene Struktur bzw. als Erweiterung der Struktur zu betrachten. Andeutungsweise sei hier auf die automatische topikale Klassifikation von Propositionen in ECOSYSTEM (siehe Abschnitt 4.5) verwiesen.

\* \*  
\*

## **Kapitel 2**

### **Eine empirische Studie zur Aufklärung von Wissensstrukturen beim Menschen**

In diesem Kapitel werden empirische Untersuchungen zum Zweck einer detaillierten Analyse des Erwerbs und Einsatzes von bereichsspezifischem Wissen beim Menschen vorgelegt. Sie wurden in den Jahren 1981-83 durchgeführt und sind als historischer Hintergrund des LAKOS-Projekts zu sehen. Bei diesen Untersuchungen war deutlich geworden, daß das komplexe Verhalten von Lernenden im Zuge ihrer graduellen Kompetenzzunahme bei der Bewältigung von Aufgabensituationen mit quantitativen Daten aus psychologischen Leistungstests nicht zufriedenstellend erklärt werden kann. Stattdessen erschienen individuenzentrierte, sog. klinische Verfahren der Datenerhebung erforderlich, die Schlüsse auf qualitative Aspekte von Wissensstrukturen einer Person als die kausale Grundlage beobachtbarer Performanz zulassen. Die Auswertung dieser Daten führte zu Rückschlüssen auf Prinzipien und Mechanismen der Wissensstrukturierung beim Menschen, deren Relevanz für die Organisation von Wissen in künstlichen Systemen darzulegen Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist.

#### **2.1 Rahmendiskussion**

##### **2.1.1 Sinn und Zweck der Untersuchungen**

Bevor die empirische Studie in ihrem methodischen Ansatz erörtert wird und die Beobachtungen zur Aufklärung von Wissensstrukturen vorgelegt werden, sollen die folgenden Fragen zur Intention der Untersuchungen genauer beantwortet werden:

1. Was macht den Einsatz empirischer Methoden sinnvoll?
2. welche Zielsetzungen haben die Untersuchungen?
3. welcher Art sind die durchgeführten Untersuchungen?
4. In welcher Richtung liegen die erwarteten Ergebnisse?

Zur ersten Frage: Der kognitive Apparat des Menschen kann als der prototypische Fall eines informationsverarbeitenden Systems gesehen werden, welches mit großen und hochgradig komplexen Wissensbeständen in wechselnden Aufgabensituationen umgehen muß. Deshalb erscheint es für die Konstruktion künstlich intelligenter Systeme sinnvoll, Prinzipien zu ermitteln, die es dem Menschen gestatten, mit den umfangreichen Beständen verschiedensten Wissens erfolgreich umzugehen. Da das Design des menschlichen kognitiven Apparats direkter Inspektion nicht zugänglich ist, muß die Ermittlung derartiger Prinzipien sich auf Beobachtungen seiner Auswirkungen bei intellektuellen Leistungen des Menschen stützen.

Zu Frage 2: Die Aufdeckung von Prinzipien ist besonders dort von Interesse, wo die zentralen Probleme der Grundlagenforschung in der Künstlichen Intelligenz identifiziert wurden, nämlich bei der Repräsentation und Akquisition von Wissen eines Aufgabenbereichs. Die Zielsetzung empirischer Untersuchungen muß folglich in einer Charakterisierung der als Ergebnis von Wissenserwerbsprozessen gebildeten Wissensstrukturen liegen sowie Merkmale ihrer Entstehung einschließen. Sie sollen allgemeine (vom gewählten Aufgabenbereich unabhängige) Prinzipien der Organisation komplexen Wissens abstrahieren lassen, die schließlich in ihrem Stellenwert als kognitiv begründete Entwurfskriterien für wissensverarbeitende künstliche Systeme zu diskutieren sind.

Zu Frage 3: An einem konkreten Gegenstandsbereich wird dokumentiert werden, wie sich Menschen in Situationen des konzentrierten Lernens und Wissenseinsatzes in einem komplexen Gebiet verhalten. Die gezielte Iso-

lierung relevanter Beobachtungen setzt an mit dem Studium von Wissenserwerbsprozessen über einen längeren Zeitraum, die zu einem Bestand organisierten Fachwissens führen. Das vordere Ziel ist die Identifikation primitiver Elemente des Wissens von Lernenden (Dekompositionsaspekt). Ein am Abschluß dieser Entwicklungsstudie durchgeführtes Experiment zum Einsatz des Fachwissens in einer komplexen Aufgabensituation dient dann dem Ziel, Architekturmerkmale des aus den Wissenselementen aufgebauten Wissensbestandes zu erkennen (Kompositionsaspekt).

Die zu diesem Zweck vorgelegten Untersuchungen wurden im Kontext schulischen Mathematiklernens durchgeführt. Der Vorteil, den das Studium von Wissenserwerbsprozessen an Schülern gegenüber dem an erwachsenen Lernenden bietet, liegt vor allem darin, daß Schüler i.a. innerhalb eines relativ kurzen Zeitraums viel lernen in Bereichen, über die sie vorher wenig oder gar kein spezifisches Wissen hatten; letzteres ist gerade beim Mathematiklernen in hohem Maße der Fall. Auf diese Weise werden die Beobachtungen in wesentlich geringerem Ausmaß durch Einflüsse erschwert, die sich aus bereits vorhandenem bereichsspezifischem Wissen, über dessen Entstehungshintergründe keine umfassende Information vorliegt, ergeben könnten.

Zu Frage 4: Die aus der Auswertung der empirischen Studie erwarteten Ergebnisse sollen Grundkonstrukte und -prinzipien für ein kognitives Modell bereitstellen, welches Wissensstrukturen als organisiertes Repertoire an Wissenselementen konkretisiert. Die Ebene, auf der die Ergebnisse formuliert werden, soll so allgemein sein, daß von sachlichen Einzelheiten des Gegenstandsbereichs abstrahiert werden kann, andererseits speziell genug, daß detaillierte Erkenntnisse über die Organisation und Nutzung bereichsspezifischer Wissensbestände in das Modell einfließen können.



### 2.1.2 Wissen und Wissenserwerb aus psychologischer Sicht

In der Wissenspsychologie wird "Wissen" als subjektseitige Kompetenz (d.h. als Ermöglichungsgrund intellektueller Leistungen), als Ergebnis von Lernprozessen und als Gedächtnisinhalt gesehen (Mandl & Spada, 1984). Der Begriff "Wissen" ist dabei erst in den siebziger Jahren wieder zu einem zentralen theoretischen Begriff geworden. Auslöser dafür war die Gedächtnisforschung, die Wissen nicht als bloßen Speicherinhalt auffaßt, sondern als Repräsentation von Bedeutungen, die die Basis des Wahrnehmens, Handelns und Sprechens bilden. Experimentelle Untersuchungen zeigten, daß Versuchspersonen Lernmaterial nach individuell unterschiedlichen Strategien verarbeiten, welche auf bereits vorhandenem Wissen basieren und zu komplexen Geflechten von Bedeutungsbeziehungen im Gedächtnis führen (Norman & Rumelhart, 1978).

Der Erwerb von Wissen durch einen Lernenden - im weiteren kurz: "Lerner" - wird heute gesehen als ein vom kognitiven Apparat des Lerners zu erbringender aktiver Konstruktionsprozeß, der auf Grunderfahrungen und Anschauungen des Lerners aufbaut und zur Etablierung zunehmend strukturierter Repräsentationseinheiten im Gedächtnis des Lerners führt. Die Qualität der gebildeten Repräsentationseinheiten und ihre Vernetzung untereinander bestimmt die Fähigkeit des Lerners, Aufgaben und Probleme eines Gegenstandsbereichs durch den koordinierten Einsatz von Partikeln seines Wissens mehr oder weniger erfolgreich zu bewältigen. Der Begriff einer "Wissensstruktur" wird zwar bei verschiedenen Autoren je nach dem zugrunde gelegten Wissensmodell unterschiedlich definiert (vgl. etwa das Modell des "aktiven strukturellen Netzwerks" bei Norman & Rumelhart, 1978, oder im Gegensatz dazu den Ansatz auf der Basis von Kompetenzregeln bei Scandura, 1977); das gemeinsame ist jedoch die Auffassung des Gedächtnisses als strukturierte, bedeutungsdarstellende "Wissensbasis".

Aussagen über Strukturen im Wissensbestand eines Lerners erfordern zunächst eine Bestandsaufnahme oder "Diagnose". Will man das Wissen, über das ein Lerner zu einem gegebenen Zeitpunkt verfügt, auf seine individuellen Merkmale diagnostizieren, so ist dies nicht möglich ohne Vorgabe eines Kategoriensystems oder Modells, in dessen Rahmen die Diagnose erfolgen kann. Dabei sind die folgenden Schwierigkeiten zu bewältigen: (1) vorhandenes Wissen kann nicht direkt beobachtet werden, sondern es können nur Rückschlüsse darauf anhand der Performanz des Lerners (Äußerungen auf Fragen, Problemlöseverhalten, Lernverhalten), also anhand von Auswirkungen, für die das Wissen als ursächlich angesehen wird, gezogen werden; (2) die unbeobachtbare Ursache kann nur in hypothetischen Größen beschrieben werden, d.h. es ist bereits vor einer Diagnose erforderlich, theoretische Grundannahmen über die unbeobachtbaren Größen zu machen. Die theoretische Modellierung und die Diagnose von Wissen, über das ein Lerner verfügt, bedingen sich folglich wechselseitig und sind nicht voneinander zu trennen.

Eine Wissensdiagnostik, die ihre Methoden auf theoretische Ansätze zur Repräsentation und Akquisition von Wissen unter Anlehnung an eine empirische Fundierung gründet, ist bisher kaum oder erst in Ansätzen entwickelt worden (vgl. Mandl & Spada, 1984). Die Analyse der momentanen Performanz eines Lerners ermöglicht i.a. nur unzureichende Rückschlüsse auf die von ihm im Verlauf der Wissensakquisition entwickelten Wissensstrukturen, da nur ein Produkt bewertet wird, dessen Genese nicht rekonstruierbar ist. Die Aufklärung der Beweggründe, die einen Lerner zu bestimmten Handlungen veranlassen, ist ohne umfassende Kenntnis der Lerngeschichte nahezu unmöglich.

In der vorliegenden Arbeit soll deshalb die Analyse von Lernerperformanz in den Kontext langzeitlicher empirischer Beobachtung der

Wissensakquisition gestellt werden, wobei die Entwicklung eines theoretischen Modells von Wissensstrukturen im Vordergrund steht. Eine theoretische Grundannahme ist dabei, daß das Gesamtwissen, über das eine Person zu einem Gebiet verfügt, sich "partikularisieren" läßt, d.h. daß es aufgespalten werden kann in elementare Teile ("Wissenspartikel"), aus deren Zusammenwirken sich Performanzphänomene erklären lassen. Eine zweite Grundannahme ist, daß Regeln zur Beschreibung von Wissenspartikeln dienen können. Auf dieser Grundlage können Strukturen des Wissens - als komplementäre Alternative zu Ansätzen, die mit Beziehungsnetzwerken arbeiten - auf der Basis von Regelsystemen ("psychologisch bedeutsame Mengen von Regeln" bei Scandura, 1977, S.45f) beschrieben werden. Allerdings ist der Begriff "Wissensstruktur" hiermit weniger präzise festgelegt als in Netzwerktheorien; ihn zu konkretisieren, wird deshalb das erste Hauptziel dieser Arbeit sein.

### 2.1.3 Die klinische Methode

Ein zentrales Problem, mit dem sich die empirische Lernforschung bei der Zuordnung von Lernerperformanz zu Wissen als dafür kausale Grundlage konfrontiert sieht, ist die Aufklärung "verrauschter" Daten: Wie ist z.B. entscheidbar, ob ein Lerner suboptimale Performanz zeigt, weil er über bestimmtes Wissen nicht verfügt oder über falsches Wissen verfügt oder aber weil er angemessenes Wissen in der gegebenen Aufgabensituation nicht anwendet?

Um näheren Aufschluß über die tatsächlichen Verhaltensursachen eines Lerners zu erlangen, wird man nicht umhin kommen, den Lerner eingehend zu beobachten und zu befragen. In jüngerer Zeit ist eine Vielzahl von individuenzentrierten Verfahren zur Erhebung verbaler Daten entwickelt worden, die umfassend in dem von Huber & Mandl (1982) heraus-

gegebenen Werk dargestellt sind. Solche Erhebungsverfahren unterscheiden sich u.a. darin, wie strukturiert die Anforderungen an eine Versuchsperson sind, über ihre Überlegungen Auskunft zu geben. Z.B. ist ein Fragebogen stärker strukturiert als ein freies Interview oder die Methode des "lauten Denkens", bei der die Versuchspersonen möglichst alle Überlegungen während einer Problembearbeitung verbalisieren sollen.

In den anschließend hier vorgelegten Untersuchungen wurden die Lernprozesse von Versuchspersonen eines einjährigen Unterrichtsexperiments mit der Methode der klinischen Lernforschung aufgezeichnet. Das Unterrichtsexperiment als Rahmen für die kontrollierte Beobachtung von Lernprozessen hat seinen Ursprung in der sowjetischen Unterrichtspsychologie (Menchinskaya, 1969). Es soll Aufschlüsse erlauben über die durch den Einfluß von Instruktion entstehenden Wissensstrukturen des Lerner, während sie konstruiert werden. Die Daten werden in "klinischer" Manier gesammelt, durch Protokolle schriftlicher und verbaler Äußerungen der Versuchsschüler während des Unterrichts, und nach qualitativen Gesichtspunkten ausgewertet. Erkenntnisse und Hypothesen aus den gesammelten Beobachtungen können in die weitere instruktionale Planung unmittelbar einfließen. Dieses vorgehen erlaubt es dem Experimentator, bei den Versuchspersonen kognitive Veränderungen, die unter kontrollierbaren äußeren Bedingungen auftreten, aufzudecken. Zugleich bietet es die Möglichkeit, dieselben Schüler in der weiteren Entwicklung ihrer Denkprozesse zu verfolgen.

Die Methode der Interviewbefragung von Lernern geht auf Piaget zurück (siehe etwa Opper, 1977). Beim klinischen Interview handelt es sich um einen diagnostischen Dialog, in dem der Interviewer die Beweggründe für das Handeln, die Hypothesen, Vorhersagen, Allgemeinheit der Begriffe und die Flexibilität der Denkopoperationen einer Versuchsperson

einzugrenzen sucht. Das strukturierte Interview ist eine semi-standardisierte Form des klinischen Interviews, bei der unter Verwendung eines Skripts alle Versuchspersonen eines Experiments mit gleichen Aufgabenstellungen, gleichem Material und möglichst gleichen Fragen konfrontiert werden. Flexibilität des Interviewers ist dort erforderlich, wo unverständliche oder mehrdeutige Antworten aufgeklärt werden sollen. Aufgrund der straffen Planung führt diese Form des Interviews zu relativ standardisierten Protokollen. Im Verlauf eines längerfristigen Experiments wiederholt durchgeführte Erhebungen ermöglichen deshalb die unmittelbare Beurteilung von Lernfortschritten hinsichtlich des gewählten Interviewgegenstands. Die Präsentation einer Vielzahl von Aufgaben zu einem Erhebungsbereich soll verhindern, daß ein Befund auf Zufall beruht.

Das aufgabenbasierte Interview ("task-based interview") ist eine freie Form des klinischen Interviews, in dessen Verlauf der Einsatz von Wissen bei der Lösung einer meist komplexeren Aufgabe beobachtet wird. Die Standardisierung der mit verschiedenen Versuchspersonen geführten Interviews ist hier auf die anfangs präsentierte Aufgabe beschränkt ("standardized initiating task only"). Es besteht die Vereinbarung, daß die Versuchsperson nach Möglichkeit ihr in den Sinn kommende Dinge laut ausspricht und Erklärungen über ihr Handeln abgibt. Der Interviewer kann Rückfragen stellen oder Bemerkungen machen oder sich ganz zurückhalten.

Das Frageverhalten des Interviewers wird hinsichtlich der Verwertbarkeit der erhaltenen Information für kritisch gehalten. Erfahrungstatsachen sind beispielsweise:

- daß es günstig ist, nach einer Frage einige Sekunden darauf zu warten, daß die Versuchsperson zu antworten beginnt (ihre Bereitschaft zu antworten erhöht sich bei solchem vorgehen erheblich);

- daß es günstig ist, der Versuchsperson zu signalisieren, daß ihre Antworten in jedem Fall begehrt und anerkannt sind (schon das aufmerksame Zuhören kann dies leisten);
- daß es günstig ist, Begründungen für eine Antwort möglichst umgehend zu erfragen (solange das zu der Antwort führende Gedachte noch im Denken der Versuchsperson gegenwärtig ist - später erhöht sich die Wahrscheinlichkeit erfundener Begründungen);
- daß es günstig ist, nicht die Richtigkeit, sondern die Klarheit der geäußerten Antworten zum Gegenstand von Feedback zu machen (auf die Frage "Habe ich es richtig gemacht?" wird z.B. geantwortet: "Ich verstehe dich sehr gut!").

Natürlich wird es auch trotz solcher Vorkehrungen nicht gelingen, aus den verbalen Daten ein "isomorphes" Abbild der Denkprozesse einer Versuchsperson zu erhalten. Kritische Punkte sind etwa, inwieweit die erlangten Daten vollständig sind und ob durch die Interaktionen mit dem Interviewer und die geforderten Verbalisierungen nicht Denkprozesse oder gar das Wissen selbst Veränderungen unterworfen sind. Jedoch wird das klinische Verfahren aufgrund der Unmöglichkeit, kognitive Prozesse unmittelbar zu beobachten, als derzeit beste Möglichkeit akzeptiert, Aufschlüsse über Denkvorgänge zu erlangen. Vor allem durch den Einbezug der Wissensgenese bei der Einbettung von Lernerbefragungen in ein langzeitliches Unterrichtsexperiment wird die Datenauswertung in wesentlichem Maße von Unzulänglichkeiten befreit.

#### 2.1.4 Auswahl eines mathematischen Gegenstandsbereichs

Will man Aufschlüsse über den Erwerb und die Organisation von Wissen erlangen, so muß man sich in ein konkretes Gebiet begeben. Die Aufklärung von Merkmalen des Wissens, das Lerner in einem spezifischen Fachgebiet erwerben, soll hier an dem mathematischen Gegenstandsbereich "Bruchzahlverständnis" vorgenommen werden, dem im schulischen Curriculum eine zentrale Rolle zukommt. Ein fundiertes Verständnis von Brüchen als "rationale Zahlen" und ihre arithmetische Beherrschung ist eine unabdingbare Voraussetzung für die Entwicklung weiterer Qualifikationen in Mathematik und den Naturwissenschaften.

Zunächst einige Bemerkungen zum Gegenstand: Eine rationale Zahl ist eine Zahl  $r$ , die der Gleichung  $x = ry$  für ganze Zahlen  $x$  und  $y$  ( $y \neq 0$ ) genügt. Auf  $r$  kann mittels des geordneten Paares  $(x,y)$  verwiesen werden, wofür auch die Schreibweise  $x/y$  üblich ist. Das geordnete Paar  $(x,y)$  wird Bruch genannt.  $x$  heißt Zähler,  $y$  heißt Nenner und  $r$  heißt wert oder auch Größe des Bruchs. Aufgrund der Lösbarkeit der Gleichung  $x = ry$  gibt es eine mehrdeutige Zuordnung von Brüchen zu rationalen Zahlen. Brüche mit dem gleichen wert heißen äquivalent; sie bezeichnen die gleiche rationale Zahl. Brüche mit teilerfremdem Zähler und Nenner heißen reduziert. Die arithmetischen Operationen mit Brüchen werden über die ganzzahlige Arithmetik eingeführt, die als bekannt vorausgesetzt wird. Die Addition von Brüchen<sup>1</sup> etwa wird definiert durch

$$(x,y) \oplus (z,y) = ((x+z),y)$$

wobei  $\oplus$  die Addition von Brüchen und  $+$  die ganzzahlige Addition bezeichnet; ähnlich wird für die übrigen arithmetischen Operationen verfahren.

---

Auf die übliche Verfahrensweise bei Brüchen mit verschiedenen Nennern und weitere Einzelheiten soll hier nicht eingegangen werden.

Auf dieser Basis können alle arithmetischen Gesetze von Brüchen auf die der ganzen Zahlen zurückgeführt werden.

Vom mathematischen Standpunkt erscheint die "Theorie der Brüche" eher unproblematisch. Vom Standpunkt des Lerners stellt sich das Gebiet jedoch ganz anders dar. Brüche werden durch zusammengesetzte Symbole notiert; sie stehen für Zahlen, sind aber aus Symbolen, die für andere Zahlen stehen, zusammengefügt. Um mit Brüchen umzugehen, muß man in der Lage sein, sie einerseits als Zahlen aufzufassen (z.B. bei der Frage, was ist die größere Zahl,  $\frac{3}{4}$  oder  $\frac{5}{6}$ ?) und andererseits als komplexe Konstrukte, die man zerlegen kann (z.B. bei der Aufgabe, Zähler und Nenner mit dem gleichen Faktor zu multiplizieren). Ein Zahlverständnis von Brüchen erfordert die Auffassung des geordneten Paares als eine begriffliche Einheit, deren Bedeutung von dem relativen Größenvergleich von Zähler und Nenner konstituiert wird und unabhängig ist von den absoluten Werten dieser beiden Zahlen. Der Größenvergleich zweier Bruchzahlen erfordert Denkopoperationen, die die beiden geordneten Paare in einen koordinierten Zusammenhang aller vier vorkommenden Zahlwerte stellen. Rechnerisch kann das in zum Teil leicht zu bewältigender Weise erfolgen, z.B. durch sog. Kreuzmultiplikation, jedoch läßt sich diese kaum mit einem Verständnis von Brüchen als Zahlen in Einklang bringen. Alternative Vorgehensweisen unterscheiden sich danach, ob zunächst eine Größeneinschätzung jedes Bruches vorgenommen wird und dann diese Größen verglichen werden oder ob die Brüche dadurch verglichen werden, daß ihre Zähler und ihre Nenner jeweils zueinander in Beziehung gesetzt werden.

Die Bruchrechnung umfaßt eine Vielzahl von Prozeduren zum Erkennen äquivalenter Brüche, Erzeugen äquivalenter Brüche, Reduzieren von Brüchen, Finden eines gemeinsamen Nenners (Hauptnenners), Addieren von Brüchen, Addieren von Brüchen und ganzen Zahlen etc. Im Gegensatz zur



ganzzahligen Arithmetik, die nur eine geringe Zahl von verhältnismäßig aufwendigen Rechenprozeduren umfaßt, sind die Bruchrechenprozeduren für sich genommen einfach, greifen aber vielfältig ineinander; z.B. ist die Prozedur des Hauptnennerfindens manchmal Bestandteil der Prozedur der Addition und manchmal nicht. In der besonderen symbolischen Notierung von Brüchen und der Vielzahl darauf bezugnehmender Prozeduren, die wiederum teils koordiniert, teils differenziert eingesetzt werden müssen, liegen vermutlich u.a. die Gründe dafür, daß das Lerngebiet "Bruchzahlen" als problematisch gilt; die Schwierigkeiten der Schüler beim Bruchzahlerwerb haben in der Vergangenheit zu extensiven Diskussionen über dieses Lerngebiet geführt (vgl. etwa Suydam, 1978).

Als Gegenstandsbereich für die Aufklärung von Merkmalen der als Ergebnis von Wissenserwerbsprozessen gebildeten Wissensstrukturen bietet sich das Gebiet "Bruchzahlverständnis" aus den folgenden Gründen an: Einerseits ist es hinreichend komplex; mögen einige der beobachtbaren Gesetzmäßigkeiten auch gebietsspezifisch sein, so läßt die Komplexität des Lerngebiets doch Aufklärung über menschliches Lernen nicht nur betreffs des Fachgebiets selbst, sondern auch betreffs allgemeinerer Strukturprinzipien von Wissen erwarten. Auf der anderen Seite läßt sich innerhalb des Gesamtbereichs ein überschaubarer Aufgabenbereich ausgrenzen ("Größenvergleich von Bruchzahlen"), der als Indikator für die Entwicklung des Bruchzahlverständnisses gelten kann, da er bereits einen Großteil der zu erwerbenden Kompetenzen fordert (Behr, Wachsmuth, Post & Lesh, 1984). Über diesen Aufgabenbereich können systematische Datenquellen vorgelegt werden, die die graduelle Kompetenzzunahme von Lernern abzubilden in der Lage sind und die Aufklärung von Strukturen des Lernerwissens nicht durch exzessive Anforderungen bereits bei der Beschreibung elementarer Partikel des Wissens erschweren.

### 2.1.5 Zum Kontext der vorgelegten Studie

Die in dieser Arbeit dokumentierte empirische Untersuchung wurde in den USA als Teilstudie im "Rational Number Project" durchgeführt, das in den Jahren 1979 bis 1983 von der National Science Foundation gefördert wurde<sup>1</sup>. Aufbauend auf umfangreiche Pilotuntersuchungen in den Jahren 1980/81 hat der Verfasser in Kooperation mit M. Behr (Northern Illinois University) und T. Post (University of Minnesota) unter Beratung von R. Lesh (Northwestern University) von 1981 bis 1983 eine Langzeitentwicklungsstudie über den Erwerb von Rationalzahlkonzepten vorbereitet und durchgeführt. Neben dem Ziel, den Ablauf von Wissenserwerbsprozessen in diesem Gebiet aufzuklären, schloß das Projekt die Erprobung eines theoriegestützten experimentellen Curriculums ein (cf. Behr, Post, Silver & Mierkiewicz, 1980).

Zwei Schülergruppen in DeKalb/Illinois und in Minneapolis/Minnesota wurden in Teilen ihres 4. und 5. Schuljahrs von den Projektdurchführenden selbst ein Jahr lang durchgehend unterrichtet. Durch den Beginn des Projektunterrichts bereits im vierten Schuljahr war sichergestellt, daß keiner der Versuchsschüler vorher formale Unterweisung zur Bruchrechnung erhalten hatte. Die Gruppe in DeKalb bestand aus acht ausgewählten Schülern von sehr niedrigem bis sehr hohem mathematischem Leistungsvermögen und diente als Laborgruppe für die klinische Datenerhebung. Parallel dazu wurde in Minneapolis an einem Klassenverband von 34 Schülern der Effekt des experimentellen Curriculums unter Alltagsbedingungen erprobt. Unterricht und Testprozeduren in beiden Lerngruppen wurden weitestgehend koordiniert. Während des gesamten Unterrichtsexperiments erhielten die Schüler formale Unterweisung in mathematischen Inhalten ausschließlich im Rahmen des Projekts.

---

<sup>1</sup>NSF RISE Grants No. SED 79-20591 und No. SED 81-12643; sämtliche hier vertretenen Ansichten und Folgerungen sind die des Verfassers und entsprechen nicht notwendig der Sicht der National Science Foundation.

Das Curriculum umfaßte 17 Lektionen von unterschiedlicher Dauer, deren Inhalte im zeitlichen Ablauf in Anhang A1 zusammengefaßt sind. Die Versuchsschüler wurden zunächst mittels farbiger Kreis- und Rechteckausschnitte in die Teil-Ganzes-Interpretation von Brüchen eingeführt. Dazu hatte jeder Schüler ein eigenes Material-Set, in dem die Stammbrüche  $1/n$ , für  $n$  von 1 bis 10 sowie 12 und 15, durch verschiedene Farben gekennzeichnet waren. Der Bruch  $m/n$  wurde durch das Aneinanderlegen von  $m$  Teilen der zu  $1/n$  gehörenden Farbe dargestellt. Im Verlauf des Unterrichtsexperiments kamen weitere Materialien und Interpretationen hinzu. Die Unterweisung umfaßte u.a. das Benennen von Brüchen, Äquivalenz von Brüchen, Vergleichen der Größe von Brüchen, die arithmetischen Operationen, Verhältnisse sowie Problemaufgaben. Die Schüler sollten Brüche und Beziehungen zwischen Brüchen mit Materialien, Bildern, Symbolen und Worten ausdrücken, Übersetzungen zwischen verschiedenen Darstellungsformen vornehmen und dabei Regelmäßigkeiten abstrahieren. Zu keinem Zeitpunkt wurden "Produkte" (etwa Regeln) gelehrt.

Die Lernprozesse der Versuchsschüler wurden mit den Methoden der klinischen Lernforschung aufgezeichnet. Neben täglichen Unterrichtsprotokollen wurden im Abstand von jeweils ein bis fünf Wochen mit den acht Schülern in DeKalb und mit acht der 34 Schüler in Minneapolis video-aufgezeichnete Interviews durchgeführt. Jeder dieser Schüler wurde einzeln zu neun verschiedenen Gelegenheiten befragt (siehe Anhang A1). Zur Auswertung der Interviewdaten wurden die Videoaufzeichnungen zunächst - unter Einbezug nichtverbaler Äußerungen (Schreiben, Zeigen, Benutzen von Material, Zögern und Gestik) - transkribiert und nach Aufgabekategorien formatiert. Eine Reihe von schriftlichen Tests stand als Hintergrundinformation zur Verfügung. Durch die persönliche Kenntnis der Schüler und die Unterrichtsprotokolle konnten mehrdeutige Interviewantworten in den meisten Fällen unmittelbar aufgeklärt werden.

## 2.2 Beschreibung der Erhebungsverfahren

In den folgenden Abschnitten werden Untersuchungen über den Erwerb und Einsatz von Wissen zum Größenvergleich von Bruchzahlen dokumentiert. Sie werden in zwei Komplexe aufgliedert vorgelegt. Der erste Komplex betrifft die Entwicklung der Fähigkeit von Versuchsschülern, unmittelbare Vergleiche von Bruchzahlen vornehmen zu können, und bezieht sich auf einen einjährigen Erhebungszeitraum. Hierauf wird im folgenden kurz mit Entwicklungsstudie verwiesen. Im zweiten Komplex werden Beobachtungen bei einem Experiment zum Wissens Einsatz, dokumentiert, das am Abschluß des Unterrichtsprojekts durchgeführt wurde. Die Genese und die Einsetzbarkeit bereichsspezifischen Wissens wird an zwei ausgewählten Versuchspersonen detailliert analysiert, um empirische Grundlagen für ein kognitives Modell von Wissensstrukturen bereitzustellen.

### 2.2.1 Die Entwicklungsstudie

Das Thema der Entwicklungsstudie ist die graduelle Kompetenzzunahme der Versuchsschüler bei der Aufgabe, in symbolischer Form präsentierte Bruchzahlen nach ihrer Größe zu vergleichen. Von der zweiten Woche des Unterrichtsexperiments an wurden ihnen in strukturierten Interviews systematisch vorbereitete Fragen - Items genannt - vorgelegt. Die Items waren in verschiedene Kategorien eingeteilt. Folgende Kategorien wurden unterschieden:

UF: Vergleich von Stammbrüchen (Unit Fractions), z.B.  $\frac{1}{5}$  &  $\frac{1}{6}$

SN: Brüche mit gleichem Zähler ungl. 1 (Same Numerator), z.B.  $\frac{3}{6}$  &  $\frac{3}{8}$

SD: Brüche mit gleichem Nenner (Same Denominator), z.B.  $\frac{3}{6}$  &  $\frac{5}{6}$

EQ: Äquivalente Brüche (Equivalent), z.B.  $\frac{2}{3}$  &  $\frac{6}{9}$

GE: Nichtäquivalente Brüche mit ungleichem Zähler und Nenner (GEneral),  
z.B.  $\frac{2}{5}$  &  $\frac{4}{7}$

Bei jedem Item sollte die befragte Versuchsperson zwei vorgelegte Brüche dem Wert nach vergleichen. Dann sollte die Antwort begründet werden, in der Regel verbal, in einzelnen Fällen auch durch Demonstration mittels Legematerials. Grundsätzlich nahm die Abfolge der Fragen den folgenden Verlauf: " $1/5$  und  $1/6$ , sind die gleich oder ist einer kleiner? - welcher ist kleiner? - Erkläre, warum!" Bei einigen Items waren drei Brüche zu vergleichen und in aufsteigender Größenreihenfolge geordnet hinzuschreiben. Bei anderen Items war ein fehlender Zähler oder Nenner so zu ergänzen, daß eine wahre Aussage entstand. Items der verschiedenen Kategorien wurden dabei in vermischter Reihenfolge vorgelegt. Auszüge aus Original--Interviewskripten sind in Anhang A2 wiedergegeben.

In zwei Kurzinterviews (K1 und K2) während der ersten drei Wochen des Unterrichts wurden ausschließlich Fragen zu Bruchzahlvergleichen gestellt; die Kategorien EQ und GE waren dabei noch nicht berücksichtigt. Items aller fünf Kategorien wurden - vermischt mit Fragen zu anderen Untersuchungsgegenständen - in sechs von insgesamt sieben umfangreicheren Interviews (I - V und VII) während des einjährigen Erhebungszeitraums vorgelegt. Hiermit sollte die graduelle Kompetenzzunahme der Versuchspersonen bei der relativen Größeneinschätzung von Bruchzahlen abgebildet werden. Da der Unterricht Aufgaben dieses Typs einschloß, kann von einem gezielten Abruf aufgabenrelevanten Wissens gesprochen werden. (Noch einmal sei jedoch hervorgehoben, daß die Schüler keine "Produkte" gelehrt wurden. Der Unterricht basierte auf Anschauung und Modellen, in denen die Bedeutung der Bruchkonzepte zunächst verankert wurde; es war Aufgabe der Schüler, Regelmäßigkeiten zu erkennen und zu abstrahieren.) Eine Übersicht über die bei den acht genannten Erhebungen präsentierten Items zum Vergleich von Bruchzahlen ("Entscheidungsfragen") gibt Tabelle 2.1. Detaillierte Analysen der Performanz zweier Versuchspersonen werden in den Abschnitten 2.3 und 2.4 vorgelegt.

	UF	SN	SD	EQ	GE
K1	1/5 & 1/6	3/6 & 3/8	3/6 & 5/6		
	1/5 & 1/6	3/6 & 3/8	3/6 & 5/6		
	1/8 & 1/10	3/9 & 3/7			
	1/8 & 1/10	4/10 & 4/8			
	1/6 & 1/4				
	1/7 & 1/9				
	1/7 & 1/9				
K2	1/7 & 1/5				
	1/10 & 1/12				
	1/28 & 1/47				
	1/9 & 1/7				
	1/12 & 1/15				
	1/7 & 1/8				
1/17 & 1/19					
I	1/4 & 1/3	3/10 & 3/7	3/7 & 5/7	1/2 & 2/4	1/3 & 3/4
	1/10 & 1/14	6/17 & 6/24	16/37 & 25/37	2/3 & 6/9	2/5 & 4/7
	1/17 & 1/20			6/8 & 3/4 6/9 & 4/6	4/5 & 2/3 3/4 & 7/8 2/5 & 4/7
II	1/3 & 1/4	2/5 & 2/3	6/7 & 9/7	1/3 & 3/9	
	1/5 & 1/9	5/12 & 5/9	27/64 & 19/64	4/5 & 16/20	
	1/35 & 1/29	13/67 & 13/59	4/7, 2/7, 3/7	4/6 & 6/9	
	1/5, 1/3, 1/4	3/5, 3/9, 3/4			
III	1/9 & 1/7	3/9 & 3/12	7/15 & 3/15	2/3 & 8/12	3/5 & 9/10
		4/3 & 4/5	5/15 & 17/15	12/18 & 4/6 6/8 & 9/12	5/6 & 8/9
IV	1/20 & 1/17	6/4 & 6/5	15/13 & 17/13	2/3 & 4/6	5/6 & 8/9
		3/9, 3/5, 3/4		3/4 & 6/8 6/8 & 9/12 1 7/6 & 2 1/6	
V	1/39 & 1/22	14/28 & 14/35	13/26 & 11/26	5/7 & 15/21	2/3 & 5/6
				4/6 & 10/15	5/8 & 3/4 3/7 & 5/9
VII	1/27 & 1/28	8/35 & 8/23	9/24 & 7/24	4/6 & 20/30	11/12 & 12/13
		23/13 & 23/7	19/13 & 16/13	8/10 & 20/25	17/15 & 14/12
					6/10 & 11/15
					3/7 & 8/21
					7/12 & 11/18
					6/8 & 24/40
					8/12 & 12/15
					2/9 & 10/14
					4/6 & 7/18
					6/8 & 9/16

Tabelle 2.1: Übersicht über Items zum Bruchzahlvergleich in Interview K1 - VII

UF = Stammbrüche (Unit Fractions)

SN = Brüche mit gleichem Zähler (Same Numerator)

SD = Brüche mit gleichem Nenner (Same Denominator)

EQ = Äquivalente Brüche (EQuivalent)

GE = Nichtäquivalente Brüche mit ungleichen Zählern und Nennern (GEneral)

### 2.2.2 Das Wissensinsatz-Experiment

In einem am Abschluß des Unterrichtsprojekts durchgeführten aufgabenbasierten Interview sollten die Versuchsschüler ihr Wissen zum Größenvergleich von Bruchzahlen bei der Lösung einer komplexen Problemaufgabe einsetzen. Eingebettet in eine Rahmengeschichte ging es darum, 12 Brüche der Größe nach anzuordnen und an eine Skala mit zunehmend dunkleren Grauwerten anzulegen. Hiermit sollte die Aktivierung und Koordinierung von nicht gezielt abgefragtem Wissen beobachtet werden: Die Versuchspersonen mußten erst erkennen, welches und in welcher Weise Wissen zur Aufgabenbewältigung einsetzbar war.

Insgesamt wurde erwartet, daß die Beobachtung von Versuchspersonen bei der Lösung dieser Aufgabe - im Kontext der Daten über ihre Performanz beim unmittelbaren Größenvergleich von Bruchzahlen - differenzierten Aufschluß über Merkmale ihres Wissens erbringen würde. Die genaue Beschreibung der Grauwert-Aufgabe wird zusammen mit den Beobachtungen an zwei Versuchspersonen in Abschnitt 2.5 vorgelegt. Die Beobachtungen sollten später zu Rückschlüssen auf die Art und Weise, wie sich ihr Bruchzahlwissen organisiert hatte, herangezogen werden.

### 2.2.3 Auswahl von zwei Versuchspersonen

Zur exemplarischen Beschreibung individueller Lernerperformanz - die schließlich in eine kausale Beziehung zu hypothetischen individuenbezogenen Wissensstrukturen gesetzt werden soll - wurden hier zwei Versuchspersonen der Laborgruppe in Dekalb, die Schüler "Bert" und "Terri" (fiktive Namen) ausgewählt. Maßgeblich für die Auswahl waren die Bandbreite ihrer Leistungen, ihre Fähigkeit, sich verbal auszudrücken, sowie eine subjektive Einschätzung der Signifikanz beobachteten Verhaltens. Das Ge-

schlecht der Versuchspersonen spielte bei der Auswahl keine Rolle; insbesondere soll kein geschlechtsabhängiges Leistungsvermögen nahegelegt werden. Die relativ aufwendige Präsentation zweier Fallstudien ist dadurch gerechtfertigt, daß die gegeneinander abgehobenen Beobachtungen zusätzliche Einsichten liefern. Die gewonnenen Ergebnisse lassen sich durch Beobachtungen an weiteren Versuchsschülern absichern; in einigen Fällen wird später in Bemerkungen darauf Bezug genommen.

Bert war zum Zeitpunkt des ersten Interviews gerade 10 Jahre alt geworden; beim letzten Interview war sein Alter 10 Jahre und 11 Monate (10;11). Im Unterricht wie in den Interviews zeigte er relativ hohe, nicht unbedingt perfekte Leistungen, wobei die Klarheit seiner Erläuterungen Schlüsse auf die Ursachen erleichterte. Im Gegensatz zu einer anderen Versuchsschülerin mit durchweg besten Leistungen ("Kristy") war er nicht ein Schüler, der alles zu Lernende fast auf Anhieb beherrschte, jedoch ein schneller Lerner, der auffiel durch originelle Lösungsansätze und Vorgehensweisen, die sich auf bereits erworbenes Wissen stützten.

Terri war beim ersten Interview 10;7 Jahre alt und beim letzten 11;6. Im Projektunterricht zeigte sie überwiegend unzureichende Leistungen und neigte dazu, eigene "Theorien" und Vorgehensweisen zu erfinden, die häufig inkohärent und fehlerhaft waren. Die Analyse ihrer Performanz erscheint jedoch insofern besonders fruchtbar, als gerade der Einsatz inkorrekten Wissens häufig zu typischen Fehlern führte und damit einen Schlüssel zur Aufdeckung derjenigen Prozesse bot, die bei fehlerfreier Performanz verdeckt bleiben. So war es beim Wissens Einsatz-Experiment, wo verschiedene Partikel von Bruchzahlwissen koordiniert einzusetzen waren, möglich, detaillierte Schlüsse auf den Ursprung ihrer Performanz zu ziehen.



## 2.3 Wissen zum Vergleich von Bruchzahlen bei Vp Bert

In diesem Abschnitt wird die Entwicklung von Regeln (im Sinne der Genese von Wissen) bei der Versuchsperson (Vp) Bert als Abriß der Lernhistorie beschrieben. Um vorab einen Überblick über Berts Leistungen zu geben, sind in Tabelle 2.2 seine Antworten zu den Items zum unmittelbaren Bruchzahlvergleich aus Tabelle 2.1 dokumentiert. Hierbei wurden nur die Antworten selbst, nicht aber die Adäquatheit ihrer Begründungen berücksichtigt; Aufschluß über die Ursachen für richtige und falsche Antworten erbringt erst die Analyse von Berts Erläuterungen. Hierzu werden im Anschluß ausgewählte Transkripte der Interviewaufzeichnungen vorgelegt.

Die Analyse der Transkripte ist nach Item-Kategorien in drei Unterabschnitten organisiert. In den Transkripten kennzeichnet "\*" falsche Antworten, Sprechpausen und "(...)" Kürzungen; Unterstreichungen sind Hervorhebungen des Verfassers. Geklammerte Einschübe deuten verbale Interaktion des Interviewers "(Explain)" oder nichtverbales Verhalten der Vp "(gestures)" an; vom Kontext ist jeweils klar, worum es sich handelt. Bei den Quellenangaben verweist z.B. "Item K1-1.1" auf das Item 1.1 in Interview K1, und "Alter 10;0" ("10 Jahre, 0 Monate") bezieht sich auf das Alter der Vp zum Zeitpunkt des Interviews. Die ungekürzten Transkripte sämtlicher Antworten Berts finden sich in Anhang B.

### 2.3.1 Brüche mit gleichem Zähler und Brüche mit gleichem Nenner

Dieser Unterabschnitt betrifft Vergleiche von Brüchen der Item-Kategorie UF (Stammbrüche), Kategorie SN (Brüche mit gleichem Zähler ungl.) Kategorie SD (Brüche mit gleichem Nenner).

	UF	SN	SD	EQ	GE
K1	$1/5 > 1/6$	$3/6 > 3/8$	$*3/6 > 5/6$		
	$1/5 > 1/6$	$3/6 > 3/8$	$*3/6 > 5/6$		
	$1/8 > 1/10$	$3/9 < 3/7$			
	$1/8 > 1/10$	$4/10 < 4/8$			
	$1/6 < 1/4$				
	$1/7 > 1/9$				
	$1/7 > 1/9$				
K2	$1/7 < 1/5$				
	$1/10 > 1/12$				
	$1/28 > 1/47$				
	$1/9 < 1/7$				
	$1/12 > 1/15$				
	$1/7 > 1/8$				
	$1/17 > 1/19$				
I	$1/4 < 1/3$	$3/10 < 3/7$	$3/7 < 5/7$	$1/2 = 2/4$	$1/3 < 3/4$
	$1/10 > 1/14$	$6/17 > 6/24$	$16/37 < 25/37$	$2/3 = 6/9$	$2/5 < 4/7$
	$1/17 > 1/20$			$6/8 = 3/4$	$4/5 > 2/3$
			$6/9 = 4/6$	$3/4 < 7/8$	$2/5 < 4/7$
II	$1/3 > 1/4$	$2/5 < 2/3$	$6/7 < 9/7$	$1/3 = 3/9$	
	$1/5 > 1/9$	$5/12 < 5/9$	$27/64 > 19/64$	$4/5 = 16/20$	
	$1/35 < 1/29$	$13/67 < 13/5$	$2/7 < 3/7 < 4/7$	$*4/6$	$4/6/9$
	$1/5 < 1/4 < 1/3$	$3/9 < 3/5 < 3/4$			
III	$1/9 < 1/7$	$3/9 > 3/12$	$7/15 > 3/15$	$2/3 = 8/12$	$3/5 < 9/10$
		$4/3 > 4/5$	$5/15 < 17/15$	$12/18 = 4/6$	$5/6 < 8/9$
				$6/8 = 9/12$	
IV	$1/20 < 1/17$	$6/4 > 6/5$	$15/13 < 17/13$	$2/3 = 4/6$	$5/6 < 8/9$
		$3/9 < 3/5 < 3/4$		$3/4 = 6/8$	
				$*6/8 < 9/12$	
			$1/7/6 = 2/1/6$		
v	$1/39 < 1/22$	$14/28 > 14/35$	$13/26 > 11/26$	$5/7 = 15/21$	$2/3 < 5/6$
				$*4/6 < 10/15$	$5/8 < 3/4$
					$3/7 < 5/9$
VII	$1/27 > 1/28$	$8/35 < 8/23$	$9/24 > 7/24$	$4/6 = 20/30$	$11/12 < 12/13$
		$23/13 < 23/7$	$19/13 > 16/13$	$8/10 = 20/25$	$17/15 < 14/12$
					$6/10 < 11/15$
					$3/7 > 8/21$
					$?7/12 & 11/18$
					$-6/8 & 24/40$
					$-8/12 & 12/15$
					$-2/9 & 10/14$
					$4/6 > 7/18$
					$6/8 > 9/16$

Tabelle 2.2: Übersicht über Antworten der Vp Bert bei Items aus Tabelle 2.1

\* Itemantwort falsch wie eingetragen

? Itemantwort nicht eindeutig

Itemantwort fehlt

sonst : Itemantwort richtig (ohne Bewertung der Begründung)

(K1 - VII, UF, SN, SD, EQ, GE wie in Tabelle 2.1)

## a) Anfängliche Überverallgemeinerung einer Vorgehensweise

In den ersten Interviews bezogen sich Berts Erklärungen auf die Repräsentation der Bruchkonstituenten (Zähler und Nenner) mittels des im Unterricht verwandten Legematerials bzw. Zeichnungen solcher Repräsentationen, wie folgende Beispiele zeigen:

1/5 & 1/6: One's less. One-sixth. (Explain) Because it takes more pieces to cover... the unit.

(Quelle: Item K1-1.1, Bert - Alter 10;0)

3/10 & 3/7: (...) Three-tenths is less. (Explain) They'd be smaller pieces and three shaded, and there'd be three shaded on the other one but the pieces are bigger, so three-tenths is less.

(Quelle: Item 1-4.1, Bert - Alter 10;1)

Zur Item-Kategorie SD (Vergleiche von Brüchen mit gleichem Nenner) war zum Zeitpunkt des ersten Kurzinterviews (K1) noch keine Instruktion erfolgt, jedoch wurden zwei Items dazu bereits vorgelegt, die beide die Brüche  $3/6$  und  $5/6$  betrafen. Zunächst wurde unvermittelt gefragt, darauf war mit dem Legematerial die gegebene Antwort zu überprüfen, sodann wurde nach Fortnahme des Materials das Bruchpaar erneut vorgelegt. In beiden Fällen gab Bert die falsche Antwort  $5/6 < 3/6$ , was besonders im zweiten Fall bemerkenswert ist, da er zwischenzeitlich mit dem Legematerial die gegenteilige Größenbeziehung bestätigte. Hiermit ist ein erster Hinweis gegeben, daß Berts Performanz sich offenbar auf eine Regel stützte, der er gegenüber der Materialrepräsentation sogar Vorrang gab:

\*3/6 & 5/6: One's less. Five-sixths. (Explain) It'd take more to cover.

\*3/6 & 5/6: Three-sixths. (Explain) Oh, no, five-sixths is less (shakes his head in his hands). (Explain) It takes more to cover the unit.

(Quelle: Items K1-4.1 und K1-4.6, Bert - Alter 10;0)

Berts Verhalten könnte als spontane Überverallgemeinerung der von ihm gelernten und für Brüche mit gleichen Zählern adäquaten Vorgehensweise gedeutet werden, die auf die dort gegebene "inverse" Ordnungsbeziehung Bezug nimmt (also:  $6 > 5$ , jedoch  $1/6 < 1/5$ ). Er übernahm die nur für UF- und SN-Items richtige Begründung "Man braucht mehr (Teile), um die Einheit (Vollkreis) auszulegen", wie Vergleiche mit entsprechenden Items aus dem gleichen Interview belegen.

Die schlußfolgerung liegt nahe, daß zu diesem Zeitpunkt Berts Performanz bei Vergleichen von Bruchpaaren (mit gleichen Zählern oder mit gleichen Nennern, andere Fälle kamen nicht vor) auf einer einzigen regelhaften Vorgehensweise beruhte. Dabei differenzierte Bert nicht, ob gleiche Zahlen in den Zählern oder in den Nennern vorlagen. Ein entsprechender Fehler unterlief Bert noch einmal in Interview I, d.h. zu einem Zeitpunkt, wo bereits Instruktion zum Vergleich von Brüchen mit gleichen Nennern erfolgt war. Jedoch berichtigte er sich sofort selbst, wobei deutlich war, daß die korrekte Interpretation der Bruchkonstituenten (Zähler und Nenner) zur Revision seiner Antwort führte:

3/7 & 5/7: One... three-sevenths and five-sevenths? One is less. Five-sevenths. (Explain) well, there'd be seven pieces... no, wait... wait... No, three-sevenths is less. (Explain) well, there'd be seven pieces and three are shaded, but there's seven pieces and five shaded, and it'd go over farther but it wouldn't fit three-sevenths. (Did you imagine something?) well, that there were five pieces there and then... well, seven pieces, and five shaded (gestures).

(Quelle: Item 1-6.1, Bert - Alter 10;1)

Bei einem späteren Item der Gleiche-Nenner-Kategorie in diesem Interview (16/37 & 25/37) begründete Bert korrekt, daß die Einheit in 37 Teile partitioniert sei und daß 25 solche Teile mehr überdecken als 16 Teile:

16/37 & 25/37: One is less. Um... um, I can't think of... (16/37 & 25/37?) Sixteen-thirty-sevenths. (Explain) well, there'd be thirty-seven pieces and sixteen would be shaded, but it'd be goin' over farther for twenty-four pieces shaded. (It was twenty-five...) Oh, twenty-five (laughs). (Did you imagine something?) No.

(Quelle: Item 1-7.1, Bert - Alter 10;1)

In keinem weiteren Interview unterlief Bert der anfängliche Fehler noch einmal, d.h. seine anfangs überverallgemeinernde Vorgehensweise wurde entsprechend differenziert. Dieser Prozeß wird nachstehend beschrieben.

#### b) Gleiche-Zähler-Regel und Gleiche-Nenner-Regel

In Interview II enthielt eine von Berts Antworten bereits die Paraphrase einer Gesetzmäßigkeit (hervorgehoben), die seinem Handeln zugrunde liegt und auf die Abstraktion einer für die Item-Kategorie SN adäquaten Regel deutet. Sie soll kurz als Gleiche-Zähler-Regel benannt werden; in ihr wird differenziert auf die Werte von Zähler und Nenner bezuggenommen:

5/12 & 5/9: One's less. Five-twelfths. (Explain) well, the pieces, the twelfths are smaller, so ... but the... that means they're smaller, the larger number an the bottom or top is smaller... if the top number is the same, then the larger number an the bottom means that's smaller.

(Quelle: Item 11-2.2, Bert - Alter 10;2)

Auch in seiner Antwort zu einem SD-Item in Interview II (27/64 & 19/64) erläuterte Bert differenziert den Stellenwert von Zähler und Nenner; er bezeichnete 19/64 als den kleineren Bruch, denn "die Teile (in beiden Brüchen) haben die gleiche Größe, aber dort (bei 19/64) sind nicht so viele überdeckt oder schraffiert (wie bei 27/64)".

27/64 & 19/64: Twenty-seven-sixty-fourths and

nineteen-sixty-fourths. One's less. Nineteen-sixty-fourths. (Explain) well, the pieces are the same size, but there's not as many covered or shaded.

(Quelle: Item 11-3.2, Bert - Alter 10;2)

Die Formulierung dieser Begründung bezog sich zwar auf Darstellungen der Brüche (durch Legematerial bzw. Schraffur des fraglichen Bruchteils in einer Zeichnung). Kurz zuvor im gleichen Interview hatte Bert jedoch die "Gleiche-Zähler-Regel" paraphrasiert, in der differenziert auf die Werte von Zähler und Nenner bezuggenommen wird. Es kann daher angenommen werden, daß Bert aufgrund einer Differenzierung der Item-Merkmale "gleiche Zähler" und "gleiche Nenner" auch eine Gleiche-Nenner-Regel gebildet hat. Bereits bei einem Vergleich seiner Antworten zu den Items 1-6.1 und 1-7.1 (siehe unter a) deutete sich an, daß er die Zahlenmerkmale von der Vorstellung abgelöst in Beziehung zu setzen begann und seine Begründung offenbar nur in die Sprechweise des Legematerials einkleidete.

Über den gesamten Verlauf des Unterrichtsprojekts genügten Berts Erklärungen diesen Regeln, verwendeten aber weiterhin häufig auf das Legematerial bezogene Sprechweisen. Es folgt zunächst eine Interview-Antwort, die Berts Verständnis der inversen Ordnungsbeziehung zwischen Größe der Nenner und Größe der Bruchteile demonstriert, dann folgen Beispiele für beide Regeln.

1/9 & 1/7: One is less. One-ninth. (Explain) Because the larger the number the smaller the pieces. The bottom (points to denominator) tells if it's ninths or tenths.

(Quelle: Item III-1.1, Bert - Alter 10;3)

Beispiele für Anwendungen der "Gleiche-Zähler-Regel":

3/9 & 3/12: One's less. Three-twelfths. (Explain) Three-ninths, the pieces are bigger than twelfths and there's three (3/9) and there's only three (3/12) and they're smaller in the twelfths. (Which is less?) Three-twelfths.

(Quelle: Item III-1.2, Bert - Alter 10;3)

8/35 & 8/23: One's less, eight-thirty-fifths.

(Explain) There's the same number of pieces, but the thirty-fifths are smaller.

23/13 & 23/7: One's less. Twenty-three-thirteenths. (Explain) There's the same number of pieces, but the thirteenths are smaller.

(Quelle: Items VII-2.2 und VII-2.3, Bert - Alter 10;11)

Beispiele für Anwendungen der "Gleiche-Nenner-Regel":

5/15 & 17/15: One's less. Five-fifteenths.

(Explain) Fifteenths are equal but there's not as many put down or covered. (In which?) In five-fifteenths. (what about 17/15?) well, there's more covered, so five-fifteenths is less.

(Quelle: Item 111-1.5, Bert - Alter 10;3)

13/26 & 11/26: One's less. Eleven-twenty-sixths. (Explain) Um...

but there's (13/26) only thirteen... there's (11/26) only eleven down an one unit.

(Quelle: Item V-1.3, Bert - Alter 10;8)

9/24 & 7/24: One's less. Seven-twenty-fourths.

(Quelle: Item VII-2.4, Bert - Alter 10;11)

c) Vergleich von Brüchen durch Bezug auf Referenzgrößen

In fortgeschrittenem Entwicklungsstadium, beginnend etwa drei Monate nach Beginn des Projektunterrichts, verfolgte Bert bei einigen SN-Items eine andere Strategie zum Größenvergleich von Brüchen. Diese Strategie beruhte nicht allein auf einer Interpretation der Bruchkonstituenten (Nenner = Größe der Bruchteile, Zähler = Zahl der Bruchteile), sondern beinhaltete bereits einen Vergleich innerhalb des Größenbereichs Bruchzahlen. Man könnte sie als Referenzgröße-Strategie charakterisieren: Bert verglich beide Brüche mit einer geeignet gewählten Referenzgröße (etwa 1 oder 1/2 Einheit). Die folgenden Beispiele aus den Interviews III und IV zeigen dies:

4/3 & 4/5: (pause) One is less. Four-fifths. (Explain) well, four-thirds, it only takes three pieces to cover the unit and there's one extra, and four-fifths doesn't cover the whole unit (points to written fractions), so they're smaller.

(Quelle: Item 111-1.3, Bert - Alter 10;3)

6/4 & 6/5: One's less. Six-fifths. one unit and a half. Six-fifths is one whole unit and one-sixth. Sixths are smaller than... (Than what?) ... I mean one-fifth, fifths are smaller.

(Quelle: Item IV-1.2, Bert - Alter 10;4)

Der Bezug auf Referenzgrößen bewährte sich besonders beim Vergleich mehrerer Bruchzahlen, die der Größe nach zu ordnen waren:

3/9, 3/5, 3/4: (writes 3/9 3/5 3/4) (...)

three-ninths would only be three pieces covered and that wouldn't even be a half of the whole, three-fifths is a little over half, and three-fourths covers almost the whole unit.

(Quelle: Item IV-1.9, Bert - Alter 10;4)

Es sei bereits vorweggenommen, daß Bert Referenzgröße-Vergleiche nicht nur bei der Item-Kategorie SN, sondern auch bei anderen Item-Kategorien einsetzte. Dabei wurde zum Teil ein gezielter Zugriff auf anderes Bruchzahlwissen, etwa über die Äquivalenz von Brüchen, beobachtet (siehe Abschnitt 2.3.3). Im Wissensensatz-Experiment zog Bert auch andere Referenzgrößen als 1 oder 1/2 (z.B. 1/5) heran.

Referenzgröße-Vergleiche spielen bei der Entwicklung des Bruchzahlverständnisses eine wichtige Rolle, da sie Brüche als Zahlen, zueinander in Beziehung setzen, wobei häufig eine Koordination verschiedener Regeln erforderlich ist. Anderweitig publizierte Forschungsergebnisse weisen darauf hin, daß die Entwicklung von Referenzgröße-Strategien eng zusammenhängt mit der Fähigkeit, die Größe von Bruchzahlen schätzen zu können (Behr, Wachsmuth & Post, 1985).



### 2.3.2 Äquivalente Brüche

#### a) Vorläufer der Äquivalenzregeln

Interview I war das erste Interview, bei dem äquivalente Brüche (Item-Kategorie EQ) zu vergleichen waren. Berts Erklärungen stützten sich noch auf Repräsentationen der Brüche, ließen aber die beginnende Abstraktion von Gesetzmäßigkeiten bereits erkennen. Die folgenden Beispiele zeigen, daß er - offenbar aufgrund von Zahlenmerkmalen der Brüche - Vorhersagen über die mit dem Legematerial herstellbaren Beziehungen machte.

2/3 & 6/9: I'm not sure. Um... I'll guess. They're equal. (Explain) Well, two-thirds would be a circle with three pieces and two would be shaded; then six-ninths, if you divided each piece (third) into three parts there'd be nine pieces and there'd be six shaded. (Did you picture anything?) Not really.

6/9 & 4/6: Um... equal? (Explain) Well, there'd be six shaded; there'd be nine pieces and six would be shaded. Four-sixths, it'd be the same amount but each... there's only two pieces, well each piece is divided into two. (Show me) (Puts out materials to show 6/9, then starts an 4/6; after second sixth says) what did I say? One was less? They're equal. (You said they're equal.) Oh yeah, I did. It covers the same amount\_

(Quelle: Items I-12\_1 und 1-18.1, Bert - Alter 10;1)

Die Brüche im zweiten Beispiel sind nicht durch Erweitern ineinander überführbar. Berts Erklärung deutete an, daß bei der Darstellung beider Brüche als schraffierte Teile eines Ganzen zwar verschiedene Unterteilungen vorlägen, aber der gleiche Betrag ("same amount") überdeckt wäre. Diese Erkenntnis stützt sich darauf, daß sich 4/6 als 2/3 auffassen läßt ("there's only two pieces, each piece is divided into two").

Die Brüche 4/6 und 6/9 wurden im Interview II vier Wochen später noch einmal vorgelegt. Dort hielt Bert sie zunächst für gleich, änderte dann jedoch seine Meinung. Dabei schien seine Begründung anzudeuten, daß Sechstel sich nicht so aufteilen lassen, daß Neuntel der ursprünglichen

Einheit entstehen (9 ist kein Vielfaches von 6). Dieser Anschein wird dadurch erhärtet, daß er bei zwei vorangehenden Items ( $1/3$  &  $3/9$  bzw.  $4/5$  &  $16/20$ ) eine solche Strategie - als Vorläufer einer auf Erweitern eines Bruches beruhenden Äquivalenzregel - erfolgreich anwenden konnte:

$1/3$  &  $3/9$ : Um (pause) equal. (Explain) It'd take three-ninths to cover one-third, because there's nine pieces for three-ninths and then three are covered or shaded; for one-third there's three pieces, and but, ah, three pieces cover another one and three more cover another.

$4/5$  &  $16/20$ : (pause) ah, equal. (Explain) weil, there'd be... wait (pause) yeah, they're equal, um, there's five sets of five, and it'd take four... four-sixteenths (means four-twentieths) to cover one-fifth, so ... and it takes four to cover ... it'd be sixteen to cover four pieces (i.e., four fifths), 'cause four times four is sixteen, and ah, there would be four pieces left over, if you put, if you had to shade five of them, there wouldn't be any left over, but there's four left over so it c o u l d cover another piece, but... they're equal (chuckles).

\* $4/6$  &  $6/9$ : (long pause) Equal? (Explain) weil, the units are equal, wait... (pause, whispers "three", pause) um, there's... four-sixths and six-ninths... (pause) no, I don't think they're equal. (Explain) weil, there's nine pieces and the number's not even. This is an odd number (points to 9 in  $6/9$  and to 6 in  $4/6$ ); if this was even (points to 9 in  $6/9$ ), if it was a certain number and it's even, then it probably would be equal (smiles). I can't explain it.

(Quelle: Items 11-5.1, 11-5.2, 11-5.3, Bert - Alter 10;2)

## b) Einfache und zweischrittige Äquivalenzregel

Die Abstraktion einer Regel, die für solche Bruchpaare anwendbar ist, bei denen der eine Bruch aus dem anderen durch Erweiterung hervorgeht, wurde einen Monat später erkennbar. In Interview III bezogen sich Berts Erklärungen nur noch auf die werte von Zähler und Nenner.

$2/3$  &  $8/12$ : Equal. (Explain) well, it takes four twos to get eight... four times two is eight (points to numerators 2, then 8), then three times four is three fours... well... ah, four threes is twelve (points to 12). (why 4?) (looks up) Yeah, it tells what to times... three times what or two times what.

12/18 & 4/6: Equal. (Explain) well, four times three is twelve and six times three is eighteen. (where did 3's come from?) well, it takes four threes to get to twelve, you're goin' backwards this time. Four threes to get to twelve (points to 4 and 12), four times three is twelve; you see, six times three would equal eighteen (points to 6 and 18) and it does... so they're equal. (why "times" it?) To see if they're equal (laughs). (Does it work with chips?) I don't know, I've never tried it.

(Quelle: Items 111-6.1 und 111-6.2, Bert - Alter 10;3)

Die hier angewandte Regel soll einfache Äquivalenzregel genannt werden; sie ist anwendbar für Bruchpaare wie  $2/3$  und  $6/9$ , aber nicht für  $4/6$  und  $6/9$ . Die von Bert für  $4/6$  und  $6/9$  mit Legematerial demonstrierte Lösung (siehe Item 1-18.1 unter a) böte allerdings ebenfalls die Grundlage für eine Regel: In zwei Schritten wäre zunächst ein niederwertiger äquivalenter Bruch zu finden ( $2/3$ ), aus dem beide Brüche durch Erweitern hervorgehen. Beim folgenden Item in Interview III konnte beobachtet werden, wie Bert eine solche zweischrittige Äquivalenzregel benutzte, die zwei gegebene Brüche als zum gleichen Bruch ( $3/4$ ) äquivalent nachwies:

6/8 & 9/12: well, equal. (Explain) well you... it takes two threes to get to six (points to 6) and three threes to get to nine (points to 9), so it's equal so far and then... and then it takes four... two fours to get to eight (points to 8) and three fours to get to twelve (points to twelve). (where did 3 and 4 come from?) well it'd... if you go by fours, you get to twelve (holds up three fingers of left hand), um ... it will take three fours to get to twelve going by fours. It will take three threes to get to twelve if you go by threes (looks around room) (Three 3's to get to 12?) Yes... (shakes head no) ... nine! (laughs)

(Quelle: Item III-6.3, Bert - Alter 10;3)

Daß die zweischrittige Äquivalenzregel noch nicht stabiler Bestandteil von Berts Bruchzahlwissen war, wurde in Interview IV erkennbar. Die einfache Äquivalenzregel konnte er bei zwei Items erfolgreich anwenden:

2/3 & 4/6: They're equal. (Explain) well, two goes, two... they're going by twos: two, four, then three and six, so they're equal.

3/4 & 6/8: They're equal. (Explain) well, they're going by threes, the top three, then four, eight.

(Quelle: Items IV-1.4 und IV-1.5, Bert - Alter 10;4)

Bert gab jedoch eine falsche Antwort bei einem Item, bei dem drei Wochen vorher die zweischrittige Äquivalenzregel erstmals beobachtet worden war (vgl. Item 111-6.3 oben). Er begründete jetzt  $6/8 < 9/12$  auf der Basis unzulänglich vorgestellter Bruchrepräsentationen:

\*6/8 & 9/12:

Equal? (Explain) well... (pause) well, wait... one's less, six-eighths (circles 6/8). (Explain) Six-eighths, there'd be two pieces that, there'd have to be two more pieces that would have to be covered to make a whole and the pieces are larger, so it would be a wider space than nine-twelfths.

(Quelle: Item IV-1.6, Bert - Alter 10;4)

Bei sämtlichen für die einfache Äquivalenzregel passenden Items gab Bert in späteren Interviews korrekte Antworten, die sich als Instantiierung dieser Regel deuten lassen (siehe Anhang B). Jedoch gab er auch noch in Interview V bei einem für die zweischrittige Äquivalenzregel passenden Item eine falsche, auf unzulänglicher Interpretation der Brüche basierte Antwort (Anhang B, Item V-6.3). In Interview VII schließlich konnte Bert beide Äquivalenzregeln gleichsam mechanisch anwenden:

4/6 & 20/30: (pause) Let me  
(Explain) Six times five is thirty and four times live is twenty.

8/10 & 20/25: Um... (pause) they're equal. (Explain) Four-fifths is lower terms, so four times five is twenty, and five times five is twenty-five.

(Quelle: Items VII-6.1 und VII-6.3, Bert - Alter 10;11)

c) Ergänzung fehlender Information mit den Äquivalenzregeln

Bert konnte die einfache wie die zweischrittige Äquivalenzregel auch benutzen, um bei Bruchpaaren fehlende Zähler oder Nenner so zu ergänzen.

daß äquivalente Brüche entstanden (also z.B. bei  $1/7 = \frac{3}{21}$  ergänze 3). In den Interviews II, III und VII wurden insgesamt 13 Items dieses Typs vorgelegt (in Tabelle 2.1 nicht aufgeführt). Die drei Fehler, die Bert dabei machte, werden hier nicht diskutiert; sie können sämtlich dadurch erklärt werden, daß er zwar eine angemessene Regel einzusetzen versuchte, sich aber dabei verrechnete (siehe Anhang B). Da bei Berts Vergleichen nicht-äquivalenter Brüche später insbesondere die Fähigkeit, einen äquivalenten Bruch passend zu vorgegebenen Daten zu erzeugen, diskutiert wird, sind anschließend einige Beispiele für einen erfolgreichen Einsatz der Äquivalenzregeln bei Ergänzungsfragen wiedergegeben.

Ergänzung fehlender Zähler mit der einfachen Äquivalenzregel:

$1/7 = \frac{3}{21}$ : (...) (pause; writes 3 in box) (Explain)

times three is three.

*well, take seven times three is twenty-one, so you'd go over the top, one*

(Quelle: Item 11-6.1, Bert - Alter 10;2)

$2/6 = \frac{6}{18}$ : (writes 6 in box) (Explain) Two-sixths, see...

Tour, and six. And so it's six-eighteenths.

*six times three equals eighteen and you have to go three times two*

(Quelle: Item 111-4.3, Bert - Alter 10;3)



(Quelle: Item VII-8.1, Bert - Alter 10;11)

Ergänzung fehlender Zähler mit der zweiseitigen Äquivalenzregel:

$2/10 = \frac{11}{15}$ : (long pause;

writes 6 in box) (Explain) Well, since ten, you... you couldn't take ten and then another ten, it would go over, so I went down five more, and five times three is fifteen, and two times three is six.

(Quelle: Item 11-6.3, Bert - Alter 10;2)

▣

fraction to two-thirds, three times five is fifteen (yawns), and two times five is ten.

(Quelle: Item VII-8.4, Bert - Alter 10;11)

### 2.3.3 Nicht-äquivalente Brüche mit verschiedenen Zählern und Nennern

GE-Items wurden erstmals in Interview I vorgelegt. Wie bei den Items der anderen Kategorien griff Bert bei seinen Antworten anfangs auf Repräsentationen der Brüche zurück. Dieser Gesichtspunkt soll nicht noch einmal aufgegriffen werden; Beispiele finden sich in Anhang B. Die folgenden Ausführungen sollen in erster Linie deutlich machen, daß Bert zur Beantwortung von Fragen der Kategorie GE schon bald bereits vorhandene Regeln heranzog, die zum Teil miteinander kombiniert wurden. Dabei kam das gesamte Spektrum seiner Regeln zum Tragen. Die zentrale Rolle spielte grundsätzlich entweder ein Referenzgröße-Vergleich oder eine der beiden Äquivalenzregeln.

#### a) Kombination von Referenzgröße-Vergleich und Gleiche-Zähler-Regel

Referenzgröße-Vergleiche hatte Bert erstmals in Interview III beim Vergleich von Brüchen mit gleichem Zähler vorgenommen (vgl. dazu Abschnitt 2.3.1c). Im gleichen Interview konnte dieses Vorgehen auch bei GE-Items beobachtet werden, wobei Bert einen Referenzgröße-Vergleich mit der Gleiche-Zähler-Regel kombinierte. Er verglich die Brüche  $5/6$  und  $8/9$  mit der Referenzgröße 1 (Ganzes) wie folgt: Da sie beide einen Bruchteil vom Ganzen entfernt sind und die Bruchteile in  $5/6$  größer sind als in  $8/9$ , ist  $5/6$  weiter vom Ganzen entfernt und somit kleiner als  $8/9$ . D.h. das Gesamtargument benutzte noch die durch die Gleiche-Zähler-Regel bestätigte Tatsache, daß  $1/6 > 1/9$  ist:

5/6 & 8/9: Um... one is less. Five-sixths. (Explain) Five-sixths is one... well they're both one piece away from the whole unit. Five-sixths has more... a larger space to cover, but eight-ninths, the pieces are smaller... five-sixths, the pieces are larger. Five-sixths is less than eight-ninths.

(Quelle: Item 111-6.5, Bert - Alter 10;3)

Abhängig von den gegebenen Item-Daten konnte jedoch auch ein Referenzgröße-Vergleich allein ausreichend sein. Bei einem Item in Interview V gelang Bert nach einiger Überlegung ein Vergleich mit der Referenzgröße  $1/2$ , bezogen auf welche ein Bruch kleiner und der andere größer war:

3/7 & 5/9: (...) Oh, one's less! (which one?) Three-sevenths. (Explain) well, three-sevenths (laughs), I just thought of another way, I just thought of it... um, three-sevenths doesn't cover half a unit. Five-ninths covers over a half. (So which one's less?) Three-sevenths.

(Quelle: Item V-6.4, Bert - Alter 10;8)

Weitere Beispiele, bei denen Bert einen Referenzgröße-Vergleich mit der Gleiche-Zähler-Regel kombinierte, liegen aus dem Abschlußinterview vor; hier griff er auf den Vergleich von allgemeinen Gleiche-Zähler-Brüchen zurück:

17/15 & 14/12: One's less. They're both two pieces over the unit, but... twelfths are larger... so these are less (points to 17/15)... two-fifteenths is less than two-twelfths... seventeen-fifteenths is less.

6/10 & 11/15: Umm... (pause) One's less. Um... six-tenths. (Explain) well, they're both four away from a whole (points to 6/10) and, but these pieces are bigger, so they'd be farther away. Or was thinking of lower terms fraction, it'd be three-fif... three-fifths, and six-tenths, and nine-fifteenths, and nine is less than eleven.

(Quelle: Items VII-4.2 und VII-4.3, Bert - Alter 10;11)

Die letzte Erklärung enthält zusätzlich eine alternative Begründung:

Bert

verifizierte seine Antwort durch Bezug auf eine Äquivalenz-Regel, wobei er den zu  $6/10$  äquivalenten Bruch  $3/5$  zur Einordnung der beiden

gegebenen Brüche heranzog (also  $9/15 < 11/15$ ). Diese Strategie wird im Anschluß näher erläutert.

#### b) Kombination von Äquivalenzregeln und Gleiche-Nenner-Regel

Bereits in Interview I war beobachtet worden, wie Bert Äquivalenzwissen zur Beantwortung eines GE-Items einsetzte:

3/4 & 7/8: One is less. Three-fourths. (Explain) (...) six-eighths is equal to three-fourths and for seven-eighths there's one more piece shaded, then it can't be equal.

(Quelle: Item 1-17.1, Bert - Alter 10;1)

D.h. Bert erzeugte zunächst ein zum Nenner von 7/8 passendes Äquivalent von 3/4, nämlich 6/8, und verglich dann die jetzt gleichnamigen Brüche, wofür ihm die Gleiche-Nenner-Regel zur Verfügung stand. In gleicher Weise kombinierte Bert in Interview V eine Äquivalenz-Regel mit einer Anwendung der Gleiche-Nenner-Regel:

2/3 & 5/6: One's less. Two-thirds. (Explain) well, two-thirds is equal to four-sixths and live-sixths is one more, so... (looks at interviewer and laughs). (OK, enough said.)

5/8 & 3/4: One's less. Five-eighths. (Explain) Um, um... three-fourths is equal to six-eighths, and five-eighths is one away from six-eighths.

(Quelle: Items V-1.4 und V-6.1, Bert - Alter 10;8)

Entsprechend verfuhr Bert bei einem GE-Item im Abschlußinterview; sein Ausdruck "add" bezieht sich auf das Erweitern von 3/7 auf 9/21 durch simultanes Vervielfachen der Zähler und Nenner:

3/7 & 8/21: One's less. Eight-twenty-firsts. (Explain) Three-sevenths is equal to um... nine... well you could... add them together (points to 3/7), that three-sevenths and be six-fourteenths, and nine-twenty-first, and eight is less than nine.

(Quelle: Item VII-4.4, Bert - Alter 10;11)



Bei dem unmittelbar folgenden Item (7/12 & 11/18) wäre eine solche Kombination von Regeln nicht anwendbar gewesen; Bert gelang jedoch ein Lösungsansatz dadurch, daß er die zweischrittige Äquivalenzregel über "normale" Brüche hinaus verallgemeinerte: Er verglich die Brüche mit einem niederwertigen Äquivalent von 7/12, nämlich mit  $3 \frac{1}{2}$  Sechstel, welches er dann fälschlich in  $11 \frac{1}{2}$  statt in  $10 \frac{1}{12}$  Achtzehntel umwandelte. Ob er anfangs 7/12 oder 11/18 als kleiner bezeichnet hatte, war aus der Aufzeichnung nicht aufzuklären.

7/12 & 11/18: (long pause) Eleven-eighteenths. (Explain) well, probably... it probably... it'd be half of seven, and half of twelve is six, so that six, twelve, eighteen, six times three is eighteen, then three-and-half times three is eleven-and-a-half. That would be three, six, nine, and 1 have three half for that (points to 11/18)\_

(Quelle: Item VII-4.5, Bert - Alter 10;11)

Bei zwei späteren Items glichen Berts Begründungen jeweils einem "Trace" der Denkopoperationen bei Regelanwendungen, die auf eine Kombination von einfacher bzw. zweischrittiger Äquivalenzregel (zur Erzeugung eines äquivalenten Bruchs bei vorgegebenem Nenner verwendet) mit der Gleichennenner-Regel schließen lassen:

4/6 & 7/18: (pause, looks at fractions) One's less\_ Seven-eighteenths. (Explain) Six times three is eighteen, four times three is twelve, so ... there would be... and... and... twelve is greater than seven.

6/8 & 9/16: (yawns) One's less. Nine-sixteenths (yawns). (Explain) Three-fourths is lower-term, and four times four is sixteen, and three times four is twelve.

(Quelle: Items VII-6.6 und VII-6.7, Bert - Alter 10;11)

Grundsätzlich weisen Berts Antworten bei GE-Items damit Argumentationen nach, die auf bereits vorhandenem Wissen aufbauen. Diese Argumentationen können mehrschrittig sein und vorhandene Regeln kombinieren.

### 2.3.4 Berts Regeln am Ende des Unterrichtsexperiments

Als Ergebnis der vorangehenden Analyse sind im folgenden Regeln und Vorgehensweisen zusammengestellt, die der Vp Bert am Ende des Unterrichts zugeschrieben werden können. Die angeführten Beispiele stammen sämtlich aus Interview VII, in dessen Verlauf auch das Wissensensatz-Experiment durchgeführt wurde. (Kennzeichnung BR1: "Berts Regel Nr.1" usw.)

#### (BR1) Gleiche-Zähler-Regel

Anwendbar: zum Vergleich von Brüchen mit gleichem Zähler

Beispiel:  $8/35 < 8/23$ , denn: "There's the same number of pieces, but the thirty-fifths are smaller" (Item VII-2.2).

Aussage: Wenn die Zähler gleich sind, ist der Bruch mit dem größeren Nenner kleiner.

Formal:  $\frac{x}{y} < \frac{u}{v}$  falls  $x = u$  &  $y > v$

Bemerkung: Bert selbst paraphrasierte diese Regel - von der Interpretation der Bruchkonstituenten abstrahierend - schon in Interview II mit: "if the top number is the same, then the larger number on the bottom means that's smaller" (Item 11-2.2).

#### (BR2) Gleiche-Nenner-Regel

Anwendbar: zum Vergleich von Brüchen mit gleichem Nenner

Beispiel:  $7/24 < 9/24$ , denn: "The pieces are same size, but there's less pieces (in 7/24)" (Item VII-2.4).

Aussage: Wenn die Nenner gleich sind, ist der Bruch mit dem kleineren Zähler kleiner.

Formal:  $\frac{x}{y} < \frac{u}{v}$  falls  $y = v$  &  $x < u$

## (BR3) Einfache Äquivalenzregel

Anwendbar: zum Vergleich von Brüchen mit verschiedenen Zählern und verschiedenen Nennern

Beispiel:  $4/6 = 20/30$ , denn: "Six times live is thirty and four times five is twenty" (Item VII-6.1).

Aussage: Zwei Brüche sind gleich, wenn einer in den anderen überführt werden kann, indem sein Zähler und sein Nenner mit der gleichen natürlichen Zahl vervielfacht werden ("Erweitern").

Formal:  $\frac{x}{y} = \frac{u}{v}$  falls  $\exists N: y * N = v \ \& \ x * N = u$

Bemerkung: Diese Regel kann auch zur Ergänzung fehlender Zähler oder Nenner verwendet werden; z.B.  $5/9 = 15/27$ , denn: "Nine times three is twenty-seven, and five times three is fifteen" (Item VII-8.1).

## (BR4) Zweischrittige Äquivalenzregel

Anwendbar: zum Vergleich von Brüchen mit verschiedenen Zählern und verschiedenen Nennern

Beispiel:  $8/10 = 20/25$ , denn: "Four-fifths is lower terms, so four times five is twenty, and five times five is twenty-five" (Item VII-6.3)

Aussage: Zwei Brüche sind gleich, wenn ein niederwertiges Äquivalent des einen gefunden wird, aus dem sich der andere durch Erweitern erzeugen läßt.

Formal:  $\frac{x}{y} = \frac{u}{v}$  falls  $\exists \frac{r}{s}, N, M: \frac{x}{y} = \frac{r * N}{s * N} \ \& \ \frac{r * M}{s * M} = \frac{u}{v}$

Bemerkung: Formal beinhaltet diese Regel die zweimalige Anwendung der einfachen Äquivalenzregel (zum "Kürzen" bzw. "Erweitern").

Auch sie kann zum Ergänzen fehlender Zähler oder Nenner verwendet werden; z.B.  $10/15 = 4/6$ , denn: "change fraction to two-thirds, three times five is fifteen, and two times five is ten" (Item VII-8.4).

## (BR5) Hauptnenner-Regel

Hiermit wird eine unter 2.3.3 b) dargestellte Vorgehensweise Berts beschrieben, die darauf abzielt, gleichnamige Brüche zu erhalten, die sich dann mit der Gleiche-Nenner-Regel vergleichen lassen. Sie ist

anwendbar: zum Vergleich von Brüchen mit verschiedenen Zählern und verschiedenen Nennern

Beispiel:  $4/6 > 7/18$ , denn: "Six times three is eighteen, four times three is twelve, (...) and ... twelve is greater than seven" (Item VII-6.6).

Aussage: Der zweite Bruch ist kleiner, wenn das mit ihm gleichnamig gemachte Äquivalent des ersten einen größeren Zähler als der zweite Bruch hat.

Formal:  $\frac{x}{y} > \frac{u}{v}$  falls  $\exists N: y * N = v \ \& \ x * N = K \ \& \ K > u$

Bemerkung: Diese Regel kann als Kombination der einfachen Äquivalenz-Regel mit der Gleiche-Nenner-Regel aufgefaßt werden. Eine analoge Kombination der zweischrittigen Äquivalenzregel mit der Gleiche-Nenner-Regel wird nachstehend beschrieben.

## (BR6) Zweischrittige Hauptnenner-Regel

Anwendbar: zum Vergleich von Brüchen mit verschiedenen Zählern und verschiedenen Nennern

Beispiel:  $6/8 > 9/16$ , denn: "Three-fourths is lower-term, and four times four is sixteen, and three times four is twelve (and 12 is greater than 9)" (Item VII-6.7).

Aussage: Der zweite Bruch ist kleiner, wenn das mit ihm gleichnamig gemachte Äquivalent einer gekürzten Form des ersten einen größeren Zähler als der zweite Bruch hat.

Formal:  $\frac{x}{y} > \frac{u}{v}$  falls  $\exists \frac{r}{s}, N, M: \frac{x}{y} = \frac{r * N}{s * N} \ \& \ \frac{r * M}{s * M} = \frac{K}{v} \ \& \ K > u$

Bemerkung: Diese Regel kann als Kombination der zweischrittigen Äquivalenz-Regel mit der Gleiche-Nenner-Regel aufgefaßt werden.

## (BRS) Referenzgröße-Strategie

Hiermit wird eine unter 2.3.3 a) dargestellte allgemeine Vorgehensweise beschrieben, welche sich nicht mit einer einzigen Regel charakterisieren läßt. Wenn eine Referenzgröße (1/2, 1 oder ggfs. eine andere) gewählt wurde, werden vorhandene Regeln - z.B. die Gleiche-Zähler-Regel - zur Einordnung der zu vergleichenden Brüche relativ zur Referenzgröße herangezogen. Ein Vergleich zweier Brüche mit einer Referenzgröße beinhaltet somit eine Kette von Schlüssen, die hier am Beispiel angedeutet werden.

Beispiel:  $17/15 < 14/12$ , denn: "They're both two pieces over the unit, but... twelfths are larger... so these are Less (points to 17/15)... two-fifteenths is less than two-twelfths... seven teen-fifteenths is less." (Item VII-4.2).

D.h. für die Referenzgröße 1 wurde festgestellt:

$$17/15 = 1 + 2/15,$$

$$14/12 = 1 + 2/12,$$

$$2/15 < 2/12 \text{ (Gleiche-Zähler-Regel)},$$

$$\text{folglich auch } 1 + 2/15 < 1 + 2/12,$$

$$\text{folglich } 17/15 < 14/12.$$

Ähnlich wurde bei  $6/10 < 11/15$  (Item VII-4.3) für die Referenzgröße 1 festgestellt:

$$6/10 = 1 - 4/10,$$

$$11/15 = 1 - 4/15,$$

$$4/10 > 4/15 \text{ (Gleiche-Zähler-Regel)},$$

$$\text{folglich } 1 - 4/10 < 1 - 4/15,$$

$$\text{folglich } 6/10 < 11/15.$$

Die Anwendung der Referenzgröße-Strategie ist nicht auf bestimmte Item-Kategorien beschränkt; sie wurde in Interview III und IV auch zur Einordnung von Brüchen mit gleichen Zählern (Item-Kategorie SN) beobachtet.

## 2.4 Wissen zum Vergleich von Bruchzahlen bei Vp Terri

In diesem Abschnitt wird die Performanz der Versuchsperson Terri beim Vergleich von Bruchzahlen über den Verlauf der einjährigen Entwicklungsstudie analysiert, um – ähnlich wie bei Bert – Partikel ihres Wissens als Regeln zu beschreiben. In Tabelle 2.3 wird zunächst wieder eine Übersicht gegeben. Die Aufklärung der Daten erweist sich als wesentlich schwieriger

als bei Bert. Terris Erläuterungen waren häufig stereotyp und wenig differenziert, jedoch waren ihre Entscheidungen bei den Bruchzahlvergleichen offensichtlich nicht zufällig. Deshalb wird zunächst der Versuch unternommen,

anhand der Daten aus Tabelle 2.3 auf Regelmäßigkeiten hinzuweisen, die später anhand von Terris Erläuterungen bestätigt werden. Das Bild, das sich ergibt, erscheint auf den ersten Blick verwirrend, bildet aber den Kontext, aus dem sich später Terris Performanz im Wissens Einsatz-Experiment aufklären läßt.

### 2.4.1 Hypothesen über Terris Regeln

Folgende Beobachtungen können aus Tabelle 2.3 entnommen werden:

- Von den insgesamt 94 Items wurden 92 von Terri eindeutig beantwortet, davon über die Hälfte (51) falsch.

Die Fehler häufen sich in den Kategorien SD, EQ und GE: Fast alle SD- und EQ-Items und ungefähr 70% der GE-Items wurden falsch beantwortet. Am erfolgreichsten war Terri daher in den ersten Interviews, wo keine oder wenige Items dieser Kategorien vorgelegt wurden.

■

Interviews nicht konsistent: UF-Items z.B. wurden ganz am Anfang falsch, dann in mehreren Interviews richtig und später wieder falsch beantwortet. Ähnliches gilt für die anderen Item-Kategorien.

	UF	SN	SD	EQ	GE
K1	*1/5 < 1/6 *1/5 < 1/6 1/8 > 1/10 1/8 > 1/10 1/6 < 1/4 1/7 > 1/9 1/7 > 1/9	3/6 > 3/8 3/6 > 3/8 3/9 < 3/7 4/10 < 4/8	*3/6 > 5/6 *3/6 > 5/6		
K2	1/7 < 1/5 1/10 > 1/12 1/28 > 1/47 1/9 < 1/7 1/12 > 1/15 1/7 > 1/8 1/17 > 1/19				
I	1/4 < 1/3 1/10 > 1/14 1/17 > 1/20	*3/10 = 3/7 *6/17 = 6/24	*3/7 > 5/7 *16/37 = 25/37	*1/2 > 2/4 *2/3 > 6/9 *6/8 < 3/4 *6/9 < 4/6	*1/3 = 3/4 *2/5 > 4/7 *4/5 < 2/3 *3/4 > 7/8 *2/5 > 4/7
II	1/3 > 1/4 1/5 > 1/9 1/35 < 1/29 1/5 < 1/4 < 1/3	2/5 < 2/3 5/12 < 5/9 13/67 < 13/59 3/9 < 3/5 < 3/4	*6/7 > 9/7 27/64 > 19/64 *4/7 < 3/7 < 2/7	1/3 = 3/9 *4/5 > 16/20 *4/6 > 6/9	
III	1/9 < 1/7	3/9 > 3/12 4/3 > 4/5	*7/15 < 3/15 *5/15 = 17/15	*2/3 > 8/12 *12/18 < 4/6 *6/8 > 9/12	*3/5 > 9/10 *5/6 > 8/9
IV	*1/20 > 1/17	*6/4 < 6/5 *3/4 < 3/5 < 3/9	*15/13 = 17/13	*2/3 < 4/6 *3/4 < 6/8 *6/8 < 9/12 -1 7/6 & 2 1/6	5/6 < 8/9
V	1/39 < 1/22	*14/28 = 14/35	*13/26 = 11/26	*5/7 > 15/21 *4/6 > 10/15	*2/3 > 5/6 *5/8 > 3/4 *3/7 > 5/9
VII	*1/27 < 1/28	8/35 < 8/23 23/13 < 23/7	*9/24 = 7/24 *19/13 = 16/13	*4/6 < 20/30 *8/10 < 20/25	11/12 < 12/13 *17/15 > 14/12 6/10 < 11/15 *3/7 < 8/21 7/12 < 11/18 ?6/8 \$ 24/40 8/12 < 12/15 2/9 < 10/14 *4/6 < 7/18 *6/8 < 9/16

Tabelle 2.3: Übersicht über Antworten der Vp Terri bei Items aus Tabelle 2.1

\* : Itemantwort falsch wie eingetragen  
 ? : Itemantwort nicht eindeutig  
 - : Itemantwort fehlt  
 sonst : Itemantwort richtig (ohne Bewertung der Begründung)

(K1 - VII, UF, SN, SD, EQ, GE wie in Tabelle 2.1)

	UF	SN	SD	EQ	GE
K1	$*1/5 < 1/6$ $*1/5 < 1/6$ $1/8 > 1/10$ $1/8 > 1/10$ $1/6 < 1/4$ $1/7 > 1/9$ $1/7 > 1/9$	$3/6 > 3/8$ $3/6 > 3/8$ $3/9 < 3/7$ $4/10 < 4/8$	$*3/6 > 5/6$ $*3/6 > 5/6$		
K2	$1/7 < 1/5$ $1/10 > 1/12$ $1/28 > 1/47$ $1/9 < 1/7$ $1/12 > 1/15$ $1/7 > 1/8$ $1/17 > 1/19$	①	②		
I	$1/4 < 1/3$ $1/10 > 1/14$ $1/17 > 1/20$	$*3/10 = 3/7$ $*6/17 = 6/24$	$*3/7 > 5/7$ $*16/37 = 25/37$	$*1/2 > 2/4$ $*2/3 > 6/9$ $*6/8 < 3/4$ $*6/9 < 4/6$	$*1/3 = 3/4$ $*2/5 > 4/7$ $*4/5 < 2/3$ $*3/4 > 7/8$ $*2/5 > 4/7$
II	$1/3 > 1/4$ $1/5 > 1/9$ $1/35 < 1/29$ $1/5 < 1/4 < 1/3$	$2/5 < 2/3$ $5/12 < 5/9$ $13/67 < 13/59$ $3/9 < 3/5 < 3/4$	$*6/7 > 9/7$ $27/64 > 19/64$ $*4/7 < 3/7 < 2/7$	$1/3 = 3/9$ $*4/5 > 16/20$ $*4/6 > 6/9$	③
III	$1/9 < 1/7$	$3/9 > 3/12$ $4/3 > 4/5$	$*7/15 < 3/15$ $*5/15 = 17/15$	$*2/3 > 8/12$ $*12/18 < 4/6$ $*6/8 > 9/12$	$*3/5 > 9/10$ $*5/6 > 8/9$
IV	$*1/20 > 1/17$ ④	$*6/4 < 6/5$ $*3/4 < 3/5 < 3/9$	$*15/13 = 17/13$ ⑤	$*2/3 < 4/6$ $*3/4 < 6/8$ $*6/8 < 9/12$ $-1 \ 7/6 \ \& \ 2 \ 1/6$	$5/6 < 8/9$ ⑥
V	$1/39 < 1/22$ ⑦	$*14/28 = 14/35$	$*13/26 = 11/26$	$*5/7 > 15/21$ $*4/6 > 10/15$ ⑧	$*2/3 > 5/6$ $*5/8 > 3/4$ $*3/7 > 5/9$
VII	$*1/27 < 1/28$	$8/35 < 8/23$ $23/13 < 23/7$	$*9/24 = 7/24$ $*19/13 = 16/13$	$*4/6 < 20/30$ $*8/10 < 20/25$	$11/12 < 12/13$ $*17/15 > 14/12$ $6/10 < 11/15$ $*3/7 < 8/21$ $7/12 < 11/18$ $?6/8 \neq 24/40$ $8/12 < 12/15$ $2/9 < 10/14$ $*4/6 < 7/18$ $*6/8 < 9/16$ ⑨

Tabelle 2.4: Gruppierung der Antworten von vp Terri nach vermuteten Regeln

Kasten 1 , 2 , 3 : Inverse-Ordnungsregel (Ausnahmen hervorgehoben)  
 Kasten 4 , 6 , 9 : Lexikographische Nenner-Regel (keine Ausnahmen)  
 Kasten 5 : Gleiche-Zahlen-Regel (keine Ausnahmen)  
 Kasten 7 und 8 : Inverse-Ordnungsregel (Ausnahmen hervorgehoben)

(weitere Erklärungen in Tabelle 2.3)



Es zeigt sich, daß sich die Daten - von wenigen Ausnahmen abgesehen - konsistent erklären lassen, wenn sie gruppiert werden wie in Tabelle 2.4 dargestellt. Terri unterschied die zum Vergleich vorgelegten Paare bzw. Dreiergruppen von Brüchen offenbar nur danach, ob sie gleiche Zähler, gleiche Nenner oder verschiedene Zähler und Nenner hatten. Jeder Kasten in Tabelle 2.4 kann durch eine vermutete Regel wie folgt charakterisiert werden:

a) Brüche mit gleichem Zähler (Item-Kategorien UF und SN)

Kasten 1 und Kasten 7:

Wenn die Zähler gleich sind, ist der Bruch mit dem größeren Nenner kleiner (6 Ausnahmen bei 37 Items).

Einige dieser Ausnahmen bilden die Regel in Kasten 4:

Wenn die Zähler gleich sind, ist der Bruch mit dem kleineren Nenner kleiner (keine Ausnahmen).

b) Brüche mit gleichem Nenner (Item-Kategorie SD)

Kasten 2:

wenn die Nenner gleich sind, ist der Bruch mit dem größeren Zähler kleiner (3 Ausnahmen bei 9 Items).

Diese Ausnahmen sind die Regel in Kasten 5:

wenn die Nenner gleich sind, sind die Brüche gleich (keine Ausnahmen).

c) Item-Kategorien EQ und GE

Kasten 3 und Kasten 8:

wenn die Brüche verschiedene Zähler und verschiedene Nenner haben, ist der Bruch mit dem größeren Zähler und/oder größeren Nenner kleiner (3 Ausnahmen bei 17 Items).

Eine der Ausnahmen ist die Regel in Kasten 6 und 9:

Wenn die Brüche verschiedene Zähler und verschiedene Nenner haben, ist der Bruch mit dem kleineren Zähler und/oder kleineren Nenner kleiner (keine Ausnahmen).

Betrachtet man nur Kasten 1, 2 und 3, scheint Terris Verhalten in Interview K1 bis hin zu Interview III im großen ganzen zusammengefaßt werden zu können wie folgt: "Der Bruch mit dem größeren Zähler oder Nenner ist kleiner". In der Legende von Tabelle 2.4 wurde dafür die Bezeichnung "Inverse-Ordnungsregel" gewählt. Die Differenzierung der auf Item-kategorien bezugnehmenden Bedingungen unter a), b) und c) ist dennoch sinnvoll, da die Inverse-Ordnungsregel später auf bestimmte Item-kategorien eingeschränkt wird (UF/SN bzw. EQ/GE; vergleiche Kasten 7 und 8). Bei der Item-kategorie SD tritt die "Gleiche-Zahlen-Regel" an ihre Stelle (Kasten 5). Das Antwortmuster in Kasten 4, 6 und 9 kann übergreifend als "lexikographisches" Ordnen nach der natürlichen Anordnung der Nenner beschrieben werden; dementsprechend wurde in der Legende von Tabelle 2.4 die Bezeichnung "lexikographische Nennerregel" gewählt.

Der wesentliche Umbruch in Terris globalem Antwortverhalten liegt zwischen Interview III und IV. Zur weiteren Aufklärung von Verhaltensmerkmalen der Vp Terri bei Bruchzahlvergleichen wird deshalb die Analyse ihrer Erläuterungen in zwei Abschnitten vorgenommen, anhand derer sich die Entwicklung und Veränderung von Antwortmustern überschaubar aufzeigen läßt. Der erste Abschnitt umfaßt die frühen Interviews K1 - III, was einem vierzehnwöchigen Zeitraum entspricht, der zweite die späteren Interviews IV, V und VII; diese Interviews lagen jeweils mehrere Monate auseinander. Bei den nachstehend ausgewählten Transkripten wird die gleiche Notation wie in Abschnitt 2.3 verwendet. Die vollständigen Transkripte finden sich in Anhang C.

#### 2.4.2 Terris Performanz in den frühen Interviews

Die Präsentation der Beispiele von Terris Performanz soll die Hypothese bestätigen, daß mit wenigen Ausnahmen alle ihre Antworten einer einzigen Regel folgten. Diese Regel besagt, daß der Bruch mit dem größeren Zähler oder Nenner kleiner ist; sie wurde oben bereits als Inverse-Ordnungsregel bezeichnet. Für UF- und SD-Items entspricht diese Regel der "Gleiche-Zähler-Regel" von Bert und ergibt korrekte Antworten, da solche Brüche tatsächlich in einer gegenüber den natürlichen Zahlen im Nenner inversen Ordnungsbeziehung stehen (also z.B.  $6 < 8$ , aber  $3/6 > 3/8$ ). Es kann vermutet werden, daß Terri diese Regel grundsätzlich auch bei Vergleichen von Brüchen der anderen Item-Kategorien für angemessen hielt; bei 51 von insgesamt 60 Items in den Interviews K1 bis III entsprechen ihre Antworten dieser Regel (vgl. Tabelle 2.4). Im folgenden Unterabschnitt bleiben die Ausnahmen zumeist außer Betracht; sie werden anschließend gesondert besprochen.

##### a) Bestätigung für die Inverse-Ordnungsregel

###### (i) Brüche mit gleichem Zähler (Kasten 1 in Tabelle 2.4)

hit vier Ausnahmen ordnete Terri bei sämtlichen UF- und SN-Items in den Interviews K1 bis III die Brüche korrekt. Jedoch schien sie sich über die Rolle von Zähler (Anzahl der Teile) und Nenner (Größe der Teile) bei der Repräsentation von Brüchen mit Legematerial nicht sicher zu sein; ihre Begründungen bezogen sich teils auf kleinere ("smaller"), teils fälschlich auf auf weniger ("less") Bruchteile:

1/6 & 1/4:           One-sixth. (Explain) One-sixth takes smaller pieces to cover a circle.

1/7 & 1/9:           One-ninth. (Explain) One-ninth takes less pieces to cover a circle.

(Quelle: UF-Items K1-5.2, K1-5.3, Terri - Alter 10;7)

3/6 & 3/8: One is less. (Pause) I forgot the numbers. (3/6 and 3/8) Three-eighths. (Explain) 'Cause it takes smaller pieces to cover a circle.

4/10 & 4/8: Four-tenths. (Explain) Four-tenths takes less pieces to cover a circle. (Did you think carefully?) Yeah (chuckles).

(Quelle: SN-Items K1-3.1 und K1-6.5, Terri - Alter 10;7)

In den späteren Interviews war Terris stereotype Begründung grundsätzlich, daß der von ihr als kleiner bezeichnete Bruch kleinere Bruchteile habe. Zwei Beispiele sind im folgenden wiedergegeben:

13/67 & 13/59: One is less. Thirteen... umm... thirteen-sixty-sevenths. (Explain) It takes smaller pieces to cover a unit.

3/5, 3/9, 3/4: (reads) Three-fifths, three-ninths, three-fourths (writes 3/9 3/5 3/4). (Explain) It takes smaller pieces to cover the unit (points to 3/9) than three-fourths, and same with three-fifths.

(Quelle: Items 11-2.3 und 11-4.2, Terri - Alter 10;9)

Es fällt auf, daß Terris Begründungen grundsätzlich keine Aussage über die Zähler enthielten, was auch im vier Wochen später folgenden Interview III nicht anders war.

(ii) Brüche mit gleichem Nenner (Kasten 2 in Tabelle 2.4)

Vor dem Interview K1 war zu Vergleichen von Brüchen mit gleichem Nenner (Item-Kategorie SD) noch keine Unterweisung erfolgt. Ähnlich wie Bert (siehe Abschnitt 2.3.1a) hielt Terri hier 5/6 für kleiner als 3/6, was als Übertragung der bei SN-Brüchen konstatierten "inversen" Ordnungsbeziehung gedeutet werden könnte; und wie Bert blieb sie auch nach der Überprüfung mit Legematerial bei dieser Antwort (vgl. Anhang C, Items K1-4.1 und K1-4.6). Auch nachdem Bruchpaare mit gleichem Nenner im Unterricht erfaßt waren, machte Terri in späteren Interviews analoge Fehler. Ihre Begründungen schienen teils zur Rechtfertigung ihrer Ant-

wort konstruiert (Anhang C, Item 1-6.1); zumeist wurden sie jedoch in der bei UF- und SN-Items beobachteten stereotypen Weise vorgelegt, wie die folgenden Beispiele zeigen sollen. Die einzige richtige Antwort kam vermutlich aufgrund eines Irrtums zustande (Terri hatte 90 statt 19 verstanden); unter dieser Annahme wären alle drei Antworten konsistent.

\*6/7 & 9/7: One is less. Nine-sevenths. (Explain) It takes smaller pieces to make a whole.

27/64 & 19/64: (pause)... (whispers) twenty...seven... (pause) One is Less. Ninety... ninety-sixty-fourths. (27/64 & 19/64) Oh. (Misunderstand?) Yeah, um, nineteen-sixty-fourths. (Is what?) Less. (Explain) It takes smaller pieces to make a whole.

\*4/7, 2/7, 3/7: (reads) Four-sevenths, two-sevenths, and three-sevenths. (short pause... writes 2/7, pause, crosses out 2/7, writes 4/7 ... pause... 3/7, 2/7: 4/7 3/7 2/7) (Explain) It takes smaller (points to 4/7), it takes larger pieces (points to 2/7 then to 3/7) to cover the whole than four-sevenths... and three-sevenths.

(Quelle: Items 11-3.1, -3.2, -4.3, Terri - Alter 10;9)

Terri hatte offensichtlich keine differenzierte Vorstellung davon, daß der Zähler nicht die Größe der Bruchteile, sondern ihre Anzahl bezeichnet. Es ist daher anzunehmen, daß sie zu diesem Zeitpunkt Brüche mit gleichem Nenner genauso wie Brüche mit gleichem Zähler behandelte, wodurch die vermutete Inverse-Ordnungsregel bestätigt wird. Ein weiteres SD-Item hierzu wird unter (iii) vorgelegt.

(iii) Brüche mit verschiedenem Zähler und verschiedenem Nenner

(Kasten 3 in Tabelle 2.4)

Terris Erläuterungen (Anhang C, ab Item I-11.1) bei Items der Kategorien EQ und GE bestätigen, daß auch hierbei die Inverse-Ordnungsregel als hauptsächliche Grundlage ihrer Performanz in Erscheinung tritt. Bei den wenigen Ausnahmen davon (siehe unter b) versuchte Terri, auf der Basis

vorgestellter Repräsentationen mit Legematerial zu antworten, was in einem Fall zu einer richtigen Antwort führte. In einigen Fällen benutzte sie auch Papier und Bleistift oder Legematerial, und manchmal änderte sich ihre Meinung während des Versuchs einer Begründung. Jedoch war bei 15 der 17 Items der Kategorien EQ und GE Terris schließliche Antwort mit der Inverse-Ordnungsregel vereinbar. Offenbar gründete sich ihre Entscheidung auf die Tatsache, daß der von ihr als kleiner bezeichnete Bruch jeweils die größeren Zahlen in Zähler und Nenner enthielt, was bei den vorliegenden Items zu falschen Antworten führte; die Items lassen keinen Schluß zu, ob Nenner- oder Zählergröße oder beides ausschlaggebend war. Die folgenden Beispiele aus Interview III sollen die regelhafte Ähnlichkeit von Terris Antworten zu EQ- und GE-Items mit ihren Antworten zu den anderen drei Item-Kategorien am Ende des Beobachtungsabschnitts demonstrieren.

1/9 & 1/7: One is less. One-ninth. (Explain) 'Cause it takes smaller pieces to cover the unit.

(Quelle: UF-Item III-1.1, Terri - Alter 10;10)

3/9 & 3/12: One is less. Three-twelfths. (Explain) 'Cause it takes smaller pieces to cover a unit.

(Quelle: SN-Item 111-1.2, Terri - Alter 10;10)

\*7/15 & 3/15: One is less. Seven-fifteenths. (Explain) It'd take smaller pieces to cover a unit.

(Quelle: SD-Item 111-1.4, Terri - Alter 10;10)

\*2/3 & 8/12: One is less (points to 8/12)\_ Eight-twelfths. (Explain) It'd take smaller pieces to cover a unit.

(Quelle: EQ-Item 111-6.1, Terri - Alter 10;10)

\*3/5 & 9/10: One is less. Nine-tenths. (Explain) Takes smaller pieces to cover a unit.

(Quelle: GE-Item 111-6.4, Terri - Alter 10;10)

Dieser Ausnahme von der Inverse-Ordnungsregel kommt insofern Bedeutung zu, als Terri später in zunehmendem Maße die natürliche Zahlenordnung zur Grundlage ihrer Antworten bei Bruchzahlvergleichen machte.

Zu (ii): Bei der Item-Kategorie SN wurde in Interview I ein spontan geändertes Verhalten beobachtet: Terri bezeichnete Brüche mit gleichem Zähler (aber nicht Stammbrüche) als gleich. Ihre Begründungen gaben Hinweise auf verschiedene Mißkonzeptionen: Zum einen verwechselte sie die Rolle von Zähler und Nenner und hielt Zähler für Bezeichner der Bruchteilgröße (siehe die Hervorhebungen in den folgenden Beispielen). Zum andern gründete sie den Größenvergleich allein auf die Zähler und ging auf die Nenner überhaupt nicht ein.

\*3/10 & 3/7: They're equal. (Explain) 'Cause it takes same size pieces to cover... (pause, gestures) the circle. (Did you imagine something?) No (shakes head). (Did you think of numbers?) Yes! well-- if you put 'ein an like a piece'a pa-- two supposed piece'a papers and then you count the number an them (counts imaginary parts by pointing) and if they're same size, then they're same size (smiles).

\*6/17 & 6/24: They're equal. (Explain) (smiles at I) If it takes... om... if you look at this... the pieces (traces around imaginary circles) and if they're the same size, and they cover the same kind of unit, then... you know that they're the same size (smiles again). (...)

(Quelle: Items 1-4.1 und 1-5.1, Terri - Alter 10;8)

Im gleichen Interview bezeichnete Terri in einem Fall auch zwei Brüche mit gleichem Nenner als gleich:

\*16/37 & 25/37: They are equ-- wait (...) they are... equal. (Explain) well, if you took... okay, if you took a circle here, and a circle here (indicates imaginary circles) and you took... (...) And... if you had same sizes a unit, and they took up same space. (...)

(Quelle: Item I-7.1, Terri - Alter 10;8)

Auch diese Ausnahme war offenbar Vorläufer für eine später bei SD-Items, mit einer Ausnahme aber nicht mehr bei SN-Items regelmäßig beobachtete

Vorgehensweise. Bereits am Ende von Interview III basierte Terris Antwort auf der Feststellung, daß die Bruchteile in beiden Brüchen gleich sind ("same size pieces"); die verschiedenen Zähler ignorierte sie.

\*5/15 & 17/15: They're equal. (Explain) ' Cause it takes the same size pieces to cover a unit.

(Quelle: Item 111-1.5, Terri - Alter 10;10)

Zu (iii): Wie bereits bei Punkt (ii) unter a) angemerkt wurde, ordnete Terri  $19/64 < 27/64$  vermutlich aufgrund eines Mißverständnisses ("90" statt "19" verstanden); unter dieser Annahme wäre die Antwort nicht Ausnahme, sondern Bestätigung der Regel.

Zu (iv): Terris Antwort auf das erste überhaupt vorgelegte GE-Item unterschied sich von allen folgenden, war also ein "echte" Ausnahme; es scheint, daß die in beiden Brüchen vorkommende Zahl 3 hier zu Terris Entscheidung, die Brüche als gleich zu bezeichnen, geführt hat.

\*1/3 & 3/4: (points back and forth to fraction symbols several times) um... equal! (writes =) (Explain) OK. I saw pictures of one-third (gestures to imaginary circle) takes three pieces... three pieces and this takes (points to symbol 3/4) three pieces, wait-a-minute. Yeah (nods). Takes three pieces to cover a unit.

(Quelle: Item 1-13.1, Terri - Alter 10;8)

Das erste EQ-Item in Interview II war das einzige richtig beantwortete EQ-Item überhaupt:

1/3 & 3/9: (pause) They are equal. (Explain) Because if you laid three nines down and you laid one-third down, it would cover three-ninths. (How do you know?) I just memorized it. (How?) whites (teaching aid) and a blue, like here's a blue (gestures to spot on table) and then you lay three whites.

(Quelle: Item 11-5.1, Terri - Alter 10;9)



Terris Antwort gründete sich auf die richtige Vorstellung, daß in einer Repräsentation der Brüche durch Sektoren des Vollkreises  $\frac{3}{9}$  gleichviel überdecken würde wie  $\frac{1}{3}$ . (Daß sie eine der Farben übrigens falsch erinnerte, scheint eher unerheblich zu sein.) Beim nächsten Item ( $\frac{4}{5}$  &  $\frac{6}{20}$ ) gelang ihr eine analoge Lösung nicht (für Zwanzigstel gab es beim Legematerial keine Teile!), und beim übernächsten Item verhalf ihr die Vorstellung nicht zur richtigen Antwort (doch lassen sich Sechstel auch nicht mit Neunteln auslegen):

\* $\frac{4}{6}$  &  $\frac{6}{9}$ :

One is less. Six-ninths. (Explain) Cause if you lay down four-sixths and then six-ninths, it wouldn't cover it. (Do you see parts?) well, sort of. well, I see, pink with one-sixth and then I see six-ninths and then I pretend like I lay them down and I see that they don't fit.

(Quelle: Item 11-5.3, Terri - Alter 10;9)

wichtig scheint, daß die Begründung der einzigen richtigen Antwort ( $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$ ) sich auf eine Interpretation mit dem Legematerial stützte. Es ist denkbar, daß Terri die mit dem Legematerial physikalisch erfaßbaren Beziehungen zwischen Brüchen nicht abstrakt auf der Ebene von Zahlenbeziehungen der Bruchkonstituenten herstellen konnte und deshalb dazu neigte, eigene Gesetzmäßigkeiten zu erfinden.

#### 2.4.3 Terris Performanz in den späteren Interviews

##### a) Die lexikographische Nennerregel und die Gleiche-Zahlen-Regel

Bei den Beobachtungen von Terri kommt dem Interview IV eine Schlüsselrolle zu, da sie in jeder Hinsicht von ihrer bisherigen Vorgehensweise, die mit der Inverse-Ordnungsregel charakterisiert wurde, abwich (vgl. Kasten 4, 5 und 6 in Tabelle 2.4). Ohne Ausnahme richteten sich ihre Antworten jetzt nach der natürlichen Ordnung der Zahlen in Zähler und

Nenner; insbesondere Nennervergleiche schienen eine entscheidende Rolle zu spielen. Das Interview folgte drei Wochen nach Interview III, als Abschlußinterview im vierten Schuljahr vor den dreimonatigen Sommerferien.

(i) Brüche mit gleichem Zähler (Kasten 4 in Tabelle 2.4)

Bei den Item-Kategorien UF und SN wiesen jetzt alle Antworten dasselbe Fehlermuster auf; Terri ordnete die Brüche durchgehend entsprechend der natürlichen Größenbeziehung der Nenner:

\* $1/20$  &  $1/17$ : One is less. One is less than the other because the denominator is smaller.

\* $6/4$  &  $6/5$ : One is less. Um ... four-sixths. (This fraction do you mean?)(points to  $6/4$ ) Yes. (How do you read this?) Four-sixths... oh I mean six-fourths. (So which one is less?) Six-fourths. (Explain) It takes smaller pieces to cover the unit. (And?) That's it.

\* $3/9$ ,  $3/5$ ,  $3/4$ : (writes  $3/4$   $3/5$   $3/9$ ) (Explain) Four is less than five and five is less than nine.

(Quelle: Items IV-1.1, -1.2, -1.9, Terri - Alter 10;11)

In der letzten Erklärung ist es offensichtlich, daß die Anordnung der natürlichen

Zahlen bestimmend für Terris Antworten war; sie führte zu einer "lexikographischen" Anordnung der Brüche. Entsprechend wurde die dem Muster zugrunde liegende Regel lexikographische Nennerregel genannt.

(ii) Brüche mit gleichem Nenner (Kasten 5 in Tabelle 2.4)

Bereits in Interview I und III hatte Terri Brüche mit gleichem Nenner als gleich bezeichnet. Zum einzigen SD-Item in Interview IV gab sie eine analoge Antwort; auf die Zähler ging sie in ihrer Begründung nicht ein.

\* $15/13$  &  $17/13$ : They're equal. (Explain) It takes the same size pieces to cover a unit. (Oh, and...?)

That's it.

(Quelle: Item IV-1.3, Terri - Alter 10;11)

wie in Kasten 5 der Tabelle 2.4 ersichtlich ist, behielt Terri dieses Fehlermuster - dort als Gleiche-Zahlen-Regel benannt - in der Kategorie SD bis zum Ende des Unterrichtsprojekts bei.

(iii) Brüche mit verschiedenem Zähler und verschiedenem Nenner

(Kasten 6 in Tabelle 2.4)

Während Terri Brüche der Kategorien EQ und GE bislang entsprechend der Inverse-Ordnungsregel geordnet hatte ("Brüche mit größeren Zahlen sind kleiner"), schien es in Interview IV so, daß Terri nun die Ordnung der natürlichen Zahlen direkt zur Basis ihrer Antwort machte (also: "Brüche mit kleineren Zahlen sind kleiner").

\*2/3 & 4/6: One is less. Two-thirds. 

\*3/4 & 6/8: One is less. Three-fourths. (Explain) It takes smaller pieces to cover the unit.

\*6/8 & 9/12: One is less. Six-eighths. (Explain) It takes smaller pieces to cover a unit. (OK, and?) That's it.

(Quelle: Items IV-1.4, -1.5, -1.6, Terri - Alter 10;11)

Auch Terris Antwort auf das einzige GE-Item ist hiermit stimmig (aufgrund des Bandendes fehlt die Video-Aufzeichnung ihrer Erläuterung):

5/6 & 8/9: One is less. Five-sixths. (Explain) It... (further information missing; tape out)

(Quelle: Item IV-1.7, Terri - Alter 10;11)

Leider geben weder Terris Begründungen noch genügend differenzierende Items Aufschluß darüber, ob Zähler oder Nenner allein für ihre Antworten bei diesen Item-Kategorien (EQ und GE) maßgeblich waren; es fehlte ein Item, bei dem Zähler und Nenner entgegengesetzt geordnet sind (z.B. 5/6 & 3/8). Daß ein Vergleich der Nenner sich als Terris alleiniges Kriterium für den Bruchzahlvergleich herausgebildet hat, muß allerdings auf-

grund der bei den anderen Item-Kategorien festgestellten Regelmäßigkeiten angenommen werden:

- bei Brüchen mit gleichem Zähler (Kategorien UF und SN) enthielten Terris Begründungen grundsätzlich keine Aussage über die Zähler; die Zahlen im Nenner wurden bei einem Item (IV-1.9) dagegen in der Begründung erwähnt ( $3/4 < 3/5 < 3/9$ , denn "four is less than five and five is less than nine");
- ein auf dem Nennervergleich basierendes Kriterium wäre mit dem bei Brüchen mit gleichen Nennern (Kategorie SD) festgestellten Fehlermuster ("Brüche mit gleichen Nennern sind gleich") verträglich.

Insgesamt ist Terris Performanz in Interview IV also dadurch charakterisiert, daß sie die Brüche anhand der natürlichen Zahlen im Nenner "lexikographisch" ordnete. Dieses Vorgehen wird durch die Gleiche-Zahlenregel (für SD-Items) und die lexikographische Nennerregel (für die anderen vier Item-Kategorien) angemessen beschrieben.

#### b) Beobachtungen aus den Interviews V und VII

während die bisher herangezogenen Interviews im Abstand weniger Wochen aufeinander folgten, lag zwischen Interview IV und Interview V ein Zeitraum von fast fünf Monaten; nach drei Monaten Sommerferien und ca. sechs Wochen Unterricht war es das erste Interview im neuen (fünften) Schuljahr. Bis zum nächsten Interview mit Items zum Bruchzahlvergleich (VII) vergingen wiederum drei Monate (siehe Anhang A1). Terri zeigte in diesen Interviews keine neuen Verhaltensweisen, jedoch waren in einigen Fällen Wechsel zwischen älteren und jüngeren Verhaltensweisen zu beobachten (vgl. Tabelle 2.4). Die Beobachtungen geben also vor allem Aufschluß über die langzeitliche Konsolidierung von Terris Regeln.

(i) Brüche mit gleichem Zähler (Kasten 7 in Tabelle 2.4)

Den Vergleich von Stammbrüchen konnte Terri in Interview V zwar - mit Einschluß der Begründung - korrekt vornehmen, jedoch zeigte eine fälschlich revidierte Antwort ( $1/27 < 1/28$ ) in Interview VII, daß der latente Einfluß der natürlichen Größenbeziehung der Nennerwerte fortgesetzt mit dem richtigen Wissen in Konkurrenz stand:

1/39 & 1/22: One's less. One-thirty-ninth. (Explain) Be... because it (1/39) takes more pieces to cover a unit.

(Quelle: Item V-1.1, Terri - Alter 11;3)

\*1/27 & 1/28: One twenty...eighth (is less) ... because it has smaller pieces and it takes, wait a minute; no, ... this is less (points to 1/27) because it has a little bit bigger pieces (gestures to imaginary circle), it takes less pieces to cover the unit than this one (points to 1/28) because this'd take more pieces to cover the unit and this (points to 1/27) would take less pieces to cover the unit. (OK, so which is less?) One-twenty-seven.

(Quelle: Item VII-2.1, Terri - Alter 11;6)

Nach einem "Rückfall" in Interview V auf die vorher nur in Interview I beobachtete Weise, SN-Brüche als gleich zu bezeichnen ( $14/28 = 14/35$ ), gelangte Terri in Interview VII dahin, solche Brüche richtig zu ordnen, mit allerdings unzulänglichen Begründungen:

8/35 & 8/23: (points to 8/35) This one is less because it takes bigger pieces, but less pieces to cover a unit... (why?) ... well, twenty-thirds would be (points to 8/23) so big (makes a large piece like 1/3 with hands)-- let's say they're that big (makes piece smaller with hands, like 1/5 now), and thirty-fifths would be that big (makes a big piece with hands like 1/3 again), it'd take more pieces, l e s s pieces to cover it. (...so which is less?) ...Eight... (points to 8/35) thirty-fi...

23/13 & 23/7: (points to 23/13) Twenty-three thirteenths (is less) because they're a little bit bigger than sevenths and it takes less pieces to cover the unit. (OK, how about the 23?) Twenty-three, they're... it'd just be twenty-three pieces.

(Quelle: Items VII-2.2 und VII-2.3, Terri - Alter 11;6)

Insgesamt können Terris richtige Antworten bei UF- und SN-Items in den letzten beiden Interviews (Kasten 7 in Tabelle 2.4) als Anwendungen der Inverse-Ordnungsregel gedeutet werden. Beim falsch beantworteten UF-Item zeigt sich ihre weiter bestehende Tendenz, Brüche lexikographisch zu ordnen. Auf das falsch beantwortete SN-Item wird unter (ii) eingegangen.

(ii) Brüche mit gleichem Nenner (Kasten 5 in Tabelle 2.4)

Brüche mit gleichem Nenner hielt Terri in beiden Interviews - wie auch in den vorhergehenden - für gleich. Ihre Begründungen ließen keinen Zweifel daran, daß dafür die Nennergleichheit ausschlaggebend war und daß die verschiedenen Werte der Zähler dabei keine Rolle spielten ("Gleiche-Zahlen-Regel"). Allerdings hatte sie diese Regel in Interview V offenbar auch bei Brüchen mit gleichen Zählern für zutreffend gehalten. Dort interpretierte sie aber die Gleichheit der Zähler fälschlich mit gleichen Bruchteilgrößen und bezeichnete die Brüche - die Information in den Nennern ignorierend - als gleich. Da sich Nachfragen des Interviewers auf dieses SN-Item rückbezogen, sind anschließend beide Items im Zusammenhang wiedergegeben.

\*14/28 & 14/35: Um ... they're equal. (Explain) Because it takes the same size (gestures with hand as if making a circle) because it takes the same size pieces to cover the unit. (OK, did you say size?) Yeah. (I want to make sure, how do you see it's the same size?) If you took 'ein and measured 'ein they'd be the same.

(Quelle: SN-Item V-1.2, Terri - Alter 11;3)

\*13/26 & 11/26: They're equal. (Explain) Takes the same size pieces

Because the two an the bottom (points to 26) is the same number. (OK, was it different or the same as the one above?)(points to /28 and /35 in item V-1.2) Different. (How?) Because these (points to /28 and /35) have different pieces and these have the same pieces (points to /26 and /26). (OK, same size pieces you said there,

does that mean different pieces?) (Subject gestures to 13/26 and 11/26). Yes, I think different colors. (Do you want to look at this again?) (Subject gestures to 14/28 and 14/35) No.

(Quelle: SD-Item V-1.3, Terri - Alter 11;3)

Im Abschlußinterview VII bezeichnete Terri weiterhin (und nur noch) Brüche mit gleichem Nenner als gleich:

\*9/24 & 7/24: They're equal. Same size pieces and it takes the same amount to cover and the same size pieces (gestures with hands) They're equal. (OK, what about the 9?) That'd be nine pieces and seven pieces... they're equal. (What exactly do you mean by 'they are equal'?) They have the same size pieces, so you know.

\*19/13 & 16/13: They're equal... they have the same size pieces, they're equal.

(Quelle: Items VII-2.4 und VII-2.5, Terri - Alter 11;6)

(iii) Brüche mit verschiedenem Zähler und verschiedenem Nenner

(Kasten 8 und 9 in Tabelle 2.4)

In Interview V folgten Terris Antworten bei EQ- und GE-Items mit einer Ausnahme wieder der Inverse-Ordnungsregel (Kasten 8); die Ausnahme läßt sich hingegen als Anwendung der (im vorangehenden Interview durchgängig beobachteten) lexikographischen Nennerregel deuten:

\*4/6 & 10/15: One is less. (circles 10/15) 'Cause it takes smaller pieces to cover the unit. (And?) That's it.

(Quelle: EQ-Item V-6.3, Terri - Alter 11;3)

\*2/3 & 5/6: One is less. That one (points to 5/6). (Explain) 'Cause takes smaller... bigger pieces to cover the unit. (How do you see it's bigger pieces?) (pause) Because they are like so big (points to /3) and these are like sooo big (points to /6, makes a gesture with hand to measure the pieces, 3rds smaller than 6ths) (As it takes bigger pieces to cover the unit you say it is less?) Yes.

(Quelle: GE-Item V-1.4, Terri - Alter 11;3)

Als Ausnahme bezeichnete Terri dann den Bruch mit dem kleineren Nenner als kleiner:

\* $5/8$  &  $3/4$ : One is less. (circles  $3/4$ )

(Explain) It takes smaller pieces to cover a unit. (And? Do you want to say more?)

No.

(Quelle: GE-Item V-6.1, Terri - Alter 11;3)

Beim folgenden GE-Item stimmte jedoch ihre Antwort wieder mit dem alten Muster überein; zudem erbrachte eine ad hoc vom Interviewer gestellte weitere Frage ( $3/7$  &  $5/7$ ) zusätzlichen Aufschluß: wären die Nenner gleich, so wären auch die Brüche gleich!

\* $3/7$  &  $5/9$ : One is less (circles  $5/9$ ) and it takes smaller pieces to cover the unit. -- (OK, let me give you one more, Terri)

(Subject grows) (Interviewer writes fractions and says:  $3/7$  and  $5/7$ , are these two fractions--?) (S circles both  $3/7$  and  $5/7$ ) They're equal. (Why?) Because they have the same denominator (points to 7's in  $3/7$  and  $5/7$ ) (OK, how about the number of pieces?) Same size so it don't matter.

(Quelle: Item V-6.4, Terri - Alter 11;3)

Im Abschlußinterview VII war es dagegen offensichtlich, daß Terri jetzt bei Brüchen mit verschiedenen Zählern und Nennern - äquivalenten wie nicht-äquivalenten - den Größenvergleich anhand der natürlichen Ordnung der Nenner ausführte (lexikographische Nennerregel). Bei äquivalenten Brüchen führte dies grundsätzlich zu einer falschen Antwort: der niederwertige Bruch wurde als kleiner bezeichnet, also z.B.  $*4/6 < 20/30$  (Item VII-6.1). Bei nicht-äquivalenten Brüchen ergab sich - abhängig von den individuellen Werten in Zählern und Nennern - teils (zufällig) die richtige, teils die falsche Größenbeziehung der Brüche, z.B.  $2/9 < 10/14$  (Item VII-6.5), aber  $*4/6 < 7/18$  (Item VII-6.6). Ferner bestätigen Terris Erläuterungen explizit die Gleiche-Zahlen-Regel, daß nämlich die Anordnung der Nenner als Grundlage ihrer Antwort den Fall einschloß, daß die Nenner gleich sind:



- \*4/6 & 20/30: Not equal... Because six is smaller than thirty (points to six) and you have to have the same denominators before they are equal. (which one is less?) That one (points to 4/6).
- 2/9 & 10/14: No, one's less... (circles 2/9) ...this one. Because it takes smaller pieces to cover the unit, and, they don't have the same denominators (points to 9 and 14).
- \*4/6 & 7/18: Not equal... (circles 4/6 to indicate it is less). Because they don't have the same denominator and it takes less pieces to cover the unit.
- \*6/8 & 9/16: Not equal... (circles 6/8 to indicate it is less). 'Cause they take less pieces to cover a unit and they don't have the same denominator.

(Quelle: Items VII-6.1, 6.5, 6.6, 6.7, Terri - Alter 11;6)

Das Gesamtbild von Terris Leistungen am Ende des experimentellen Unterrichts ist damit durch wohlunterschiedene regelhafte Vorgehensweisen gekennzeichnet. Diese schlossen nicht an von ihr verstandene Interpretationen von Brüchen in Legemodellen an, sondern stützten sich offenbar auf relativ einfache Zahlencharakteristiken. Abhängig von Item-Kategorie und von den Daten der aktuellen Brüche unterstützten Terris Regeln zum Teil korrekte, in der Mehrzahl der Fälle aber inkorrekte Performanz beim Vergleich von Bruchzahlen, mit zum Teil typischen Fehlern. In einigen Fällen war die Existenz konfligierenden Wissens bis zum Schluß des Unterrichtsexperiments nachweisbar.

Die beobachteten Performanzwechsel auch innerhalb einzelner Itemkategorien können damit gedeutet werden, daß Terri verschiedene Regeln dafür zur Verfügung hatte. Ihre überwiegend konsistente Performanz innerhalb einer Erhebung läßt annehmen, daß die getroffene Auswahl ihrer Regeln für die Dauer eines Interviews persistierte. Die beobachteten Ausnahmen und Konsistenzbrüche von Interview zu Interview weisen jedoch darauf hin, daß verschiedene Regeln Terris in fortgesetzter Konkurrenz standen.

#### 2.4.4 Terris Regeln am Ende des Unterrichtsexperiments

Anschließend sind die drei bei der Vp Terri in den späteren Interviews (IV - VII) beobachteten Regeln zusammengestellt. Diese charakterisieren das ihr zuschreibbare Verhalten in diesem Beobachtungsabschnitt zwar in angemessener Weise. Es ist jedoch anzumerken, daß zwei der Regeln, die bei gleichen Itemdaten anwendbar sind, miteinander inkonsistent sind; Bedingungen dafür, wann die eine oder die andere eingesetzt wird, können nicht angegeben werden. (Kennzeichnung TR1: "Terris Regel Nr.1" usw.)

(TR1) Inverse-Ordnungsregel (differenziert)

Anwendbar: zum Vergleich von Brüchen mit verschiedenem Nenner (siehe Bemerkungen)

Beispiele:  $23/13 < 23/7$ , denn: "Twenty-three thirteenths (is less) because they're a little bit bigger than sevenths and it takes Less pieces to cover the unit" (SN-Item VII-2.3).

$10/15 < 4/6$ , denn: "it takes smaller pieces to cover the unit" (EQ-Item V-6.3).

$5/9 < 3/7$ , denn: "it takes smaller pieces to cover the unit" (GE-Item V-6.4).

Aussage: Der Bruch mit dem größeren Nenner ist kleiner.

Formal:  $\frac{x}{y} < \frac{u}{v}$  falls  $y > v$  &  $x \geq u$

Bemerkungen: Die zweite Bedingung schließt die Anwendung der Regel bei gegenläufiger Anordnung der Zähler und Nenner aus (dieser Fall kam bei den zugrunde gelegten Items nicht vor).

Der Zusatz "differenziert" bezieht sich darauf, daß Terri im zweiten Beobachtungsabschnitt die Regel nur noch für Vergleiche der Brüche mit verschiedenem - nicht gleichem - Nenner einsetzte; bis zum Interview III einschließlich wäre die Regelbedingung disjunktiv zu verknüpfen gewesen mit der Bedingung ( $y > v$  &  $x > u$ ).

Diese Regel wurde bei den letzten drei Interviews im Wechsel mit der lexikographischen Nennerregel beobachtet (vgl. Tabelle 2.3).

## (TR2) Gleiche-Zahlen-Regel

Anwendbar: zum Vergleich von Brüchen mit gleichem Nenner

Beispiele:  $9/24 = 7/24$ , denn: "They're equal. Same size pieces and it takes the same amount to cover and the same size pieces. They're equal. (...)" (Item VII-2.4).

$19/13 = 16/13$ , denn: "They're equal ... they have the same size pieces, they're equal" (Item VII-2.5).

Aussage: wenn die Nenner gleich sind, sind die Brüche gleich.

Formal:  $\frac{x}{y} = \frac{u}{v}$  falls  $y = v$

Bemerkungen: Terri paraphrasierte die Regelbedingung mit: "because the two on the bottom is the same number" (Item V-1.3). Als Ausnahme hielt sie Brüche mit gleichem Zähler für gleich, wobei sie Zähler fälschlich wie Nenner interpretierte.

## (TR3) Lexikographische Nennerregel

Anwendbar: zum Vergleich von Brüchen mit verschiedenem Nenner (siehe Bemerkungen)

Beispiele:  $1/27 < 1/28$ , denn: "(...)it takes less pieces to cover the unit than this one (points to 1/28)" (UF-Item VII-2.1).

$3/4 < 3/5 < 3/9$ , denn: "Four is less than five and five is less than nine" (SN-Item IV-1.9).

$4/6 < 20/30$ , denn: "six is smaller than thirty and you have to have the same denominators before they are equal" (EQ-Item VII-6.1).

$2/9 < 10/14$ , denn: "it takes smaller pieces to cover the unit, and, they don't have the same denominators" (GE-Item VII-6.5).

Aussage: Der Bruch mit dem kleineren Nenner kleiner.

Formal:  $\frac{x}{y} < \frac{u}{v}$  falls  $y < v$  &  $x \leq u$

Bemerkungen: Diese Regel trat in den letzten beiden Interviews im Wechsel mit der Inverse-Ordnungsregel auf (vgl. Tabelle 2.3). Die zweite Bedingung schließt wieder Anwendungen der Regel bei gegenläufiger Anordnung der Zähler und Nenner aus.

## 2.5 Wissens Einsatz in einer komplexen Aufgabensituation

Als Teil von Interview VII wurde zum Abschluß des Unterrichtsprojekts ein Experiment zum Wissens Einsatz vorgenommen. Bert war diesem Zeitpunkt 10;11 und Terri 11;6 Jahre alt. Die Grundlage des als aufgabenbasiertes Interview durchgeführten Experiments bildete die unten beschriebene "Grauwert-Aufgabe". Bei ihrer Lösung sollte die Einsetzbarkeit und Koordinierung von nicht gezielt abgefragtem Wissen beobachtet werden (vgl. Abschnitt 2.2), um vor dem Hintergrund der systematischen Daten aus der Entwicklungsstudie - weitere Aufschlüsse über das Bruchzahlwissen der Versuchsschüler zu gewinnen. Wie sich zeigen wird, kommt eine besondere Rolle den dabei beobachteten Verhaltensinkonsistenzen zu, deren Aufklärung speziell Einsichten in strukturelle Merkmale des von den Versuchsschülern konstruierten Wissens erbrachte. Zu Teilen wurde der Inhalt dieses Abschnitts in (Wachsmuth 1984, 1985a,b) publiziert.

### 2.5.1 Die Grauwert-Aufgabe

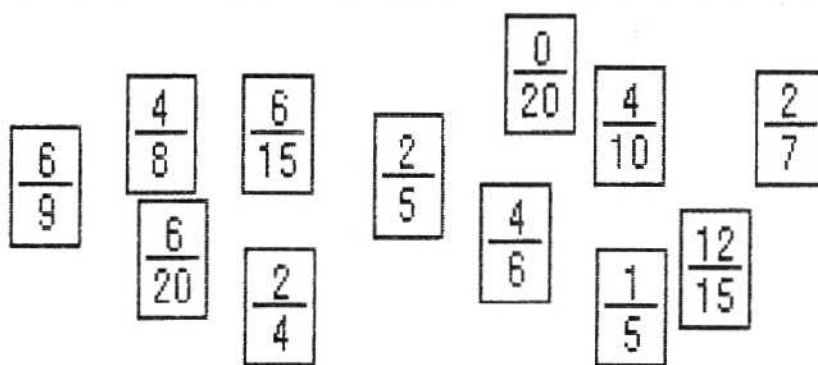
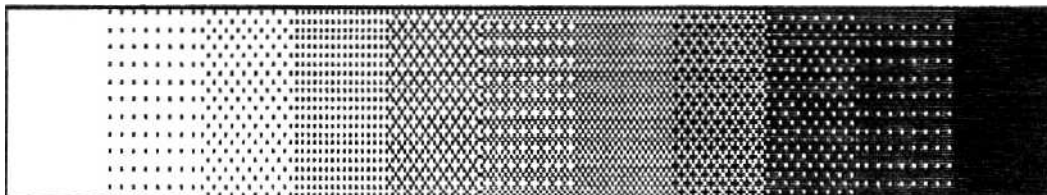
Den Versuchspersonen wurden zwölf Legekärtchen in ungeordneter Reihenfolge vorgelegt, die mit den folgenden Bruchsymbolen beschriftet waren:  $0/20$ ,  $1/5$ ,  $2/7$ ,  $6/20$ ,  $2/5$ ,  $4/10$ ,  $6/15$ ,  $2/4$ ,  $4/8$ ,  $4/6$ ,  $6/9$  und  $12/15$ . Die Aufgabe war in eine Rahmengeschichte eingebettet, in der ein Bruch  $a/b$  als eine Tinten-Wasser-Mischung interpretiert wurde, bei der von  $b$  Teilen Gesamtmischung  $a$  Teile schwarze Tinte waren. Die Rahmengeschichte war den Vpn von einem sechs Wochen zurückliegenden strukturierten Interview bekannt, bei dem jeweils zwei durch Brüche angegebene "Mischungsrezepte" nach der erwarteten Schwärze (den Wert der Bruchzahl verkörpernd) zu vergleichen waren (cf. Wachsmuth, Behr & Post, 1983). Hier sollten nun die zwölf mit den oben angegebenen Bruchsymbolen beschrifteten Kärt-

chen entlang einer Skala angeordnet werden, welche elf in Qualitätsdruck hergestellte, zunehmend dunklere Grauwerte von weiß ("nur Wasser") bis schwarz ("nur Tinte") enthielt. Die Aufgabe ist in Abbildung 2.1 skizziert; das Original-Interviewskript ist in Anhang A3 wiedergegeben.

Gegenüber dem unmittelbaren Größenvergleich von Brüchen enthielt die Grauwert-Aufgabe komplexe Anforderungen in mehrfacher Hinsicht: Es waren zwölf anstelle von zwei oder drei Brüchen in eine Ordnung zu bringen. In ein und derselben Aufgabe war mit der Ordnung von Bruchzahlen und der Äquivalenz von Repräsentanten umzugehen. Die durch die Rahmengeschichte gesetzte Situation verlangte zusätzliche kognitive Aufmerksamkeit. Nur in einfacheren Fällen konnte die Grauwert-Interpretation die Einstufung von Brüchen unterstützen; die Einordnung dichter liegender Brüche wie  $1/5$ ,  $2/7$  und  $6/20$  erforderte den Einsatz differenzierten Bruchzahlwissens. Zudem verlangte die Zuordnung zu einer Skala eine "absolute" Größeneinschätzung von Brüchen. Die Vorgabe von zwölf Brüchen bei elf Skalenstufen sollte erzwingen, daß die Vpn evtl. versuchte Eins-zu-eins-Zuordnungen von Brüchen zu Skalenstufen überdenken mußten. Insgesamt wurde erwartet, daß die Beobachtung der Vpn bei der Lösung dieser Aufgabe - im Kontext der vorhandenen Daten über den unmittelbaren Größenvergleich von Bruchzahlen - differenzierten Aufschluß über ihr Wissen und die Flexibilität, mit der sie es einsetzen konnten, erbringen würde.

In Abbildung 2.2 sind Lösungen der Grauwert-Aufgabe wiedergegeben. Die elf Stufen der Grauwertskala von weiß bis schwarz sind dort als Prozentwerte (0% bis 100%) dargestellt, die auf der Skala aber nicht aufgedruckt waren. Neben einer Musterlösung wurde den Lösungen der Vpn Bert und Terri zum Vergleich die Lösung der Versuchsschülerin Kristy - die beste vorgelegte Lösung - vorangestellt. Erläuterungen zu Berts und Terris Lösungen werden in den folgenden beiden Teilabschnitten gegeben.

# Grauwert Aufgabe



Die Brüche auf den Legekarten stehen für Mischungen, die man aus schwarzer Tinte und Wasser machen kann.  $\frac{2}{4}$  bedeutet z. B.: 2 von 4 Teilen ist schwarze Tinte.

Aufgabe: Ordne diese Mischungen von der hellsten zur dunkelsten und lege jede an den Grauwert, wo sie nach deiner Meinung hingehört.

Abbildung 2.1

# Lösung der Grauwert-Aufgabe

## Musterlösung:

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	%
$\frac{0}{20}$		$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{4}$		$\frac{4}{6}$	$\frac{12}{15}$			
			$\frac{6}{20}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{4}{8}$		$\frac{6}{9}$				
				$\frac{6}{15}$							

## Kristys Lösung:

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	%
$\frac{0}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{4}$		$\frac{6}{9}$		$\frac{12}{15}$			
		$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{4}{8}$		$\frac{4}{6}$					
			$\frac{6}{15}$								

## Berts Lösung:

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	%
$\frac{0}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{12}{15}$	
					$\frac{2}{4}$						

## Terris Lösung:

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	%
$\frac{0}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{12}{15}$

Abbildung 2.2

### 2.5.2 Aufgabenbasiertes Interview mit Vp Bert

Wie in Abschnitt 2.3.4 zusammengefaßt ist, standen Bert zum Zeitpunkt des Wissensensatz-Experiments folgende Regeln zum Vergleich von Bruchzahlen zur Verfügung: Die Gleiche-Zähler-Regel und die Gleiche-Nenner-Regel (BR1 und BR2), die einfache und die zweischrittige Äquivalenzregel (BR3 und BR4), die Hauptnenner-Regeln (BR5 und BR6) sowie die mehrere Regeln kombinierende Referenzgröße-Strategie (BRS). Die sechs genannten Regeln sind ausnahmslos richtig und zur Bearbeitung der Grauwert-Aufgabe geeignet; auch die Tragfähigkeit der Referenzgröße-Strategie hatte Bert bei einer Reihe von unmittelbaren Bruchzahlvergleichen demonstriert.

Die Analyse von Berts Performanz bei der Grauwert-Aufgabe erbringt als wesentliches Erkenntnis, daß Bert sein Fachwissen über den Vergleich von Bruchzahlen zwar nutzte, seine Lösung aber nicht auf der Basis des gesamten ihm zur Verfügung stehenden Fachwissens erlangte. Es kann nachgewiesen werden, daß er in verschiedenen Stadien der Aufgabenbearbeitung verschiedene Teile seines Wissens heranzog. Indikator hierfür ist eine Inkonsistenz seiner Aussagen über die relative Größenbeziehung zweier Brüche. Diese Inkonsistenz deutet zwar nicht auf grundsätzliche Unvereinbarkeiten in Berts Wissen; sie läßt jedoch eine parzellierung des Wissens in separate Bereiche hypostasieren, die bei der Aufgabenbearbeitung nicht simultan genutzt werden. Könnte Bert den Zugriff auf die verschiedenen Wissensbereiche koordinieren, wäre seine Performanz insgesamt optimierbar.

Der Präsentation des Interviews sei bereits vorausgeschickt, in welcher Weise Berts Performanz inkonsistent war: Zu Beginn erkannte er die Brüche  $\frac{2}{4}$  und  $\frac{4}{8}$  und ebenso  $\frac{4}{6}$  und  $\frac{6}{9}$  als gleich. Zu diesem Zeitpunkt war er auch der Meinung, daß die äquivalenten Brüche jeweils dem gleichen Grauwert zugeordnet werden sollten. Im Verlauf der Aufgabenbe-



arbeitung ordnete Bert jedoch die vorher als gleich benannten Brüche  $4/6$  und  $6/9$  verschiedenen, aber aneinandergrenzenden Grauwerten an ungefähr der richtigen Stelle zu. D.h. unabhängig von seinem Wissen über Bruch-äquivalenzen demonstrierte er eine gute Größenvorstellung von diesen Brüchen. Als er im Interviewdialog an seine anfängliche Aussage erinnert wurde, erkannte und korrigierte er seinen Fehler. Das Transkript des Interviews beginnt mit Berts ersten Äußerungen nach der Präsentation der Grauwert-Aufgabe.

0. BERT: (Early-on, sorts the cards and puts  $2/4$  and  $4/8$  together on table.)
1. INTERVIEWER: You put two-fourths and four-eighths together?
2. BERT: (picks them up) They're equal.
3. INTERVIEWER: I see... you would put them on the same card (i.e., gray level)?
4. BERT: Yeah... (now puts  $6/9$  together with  $4/6$ ) These two are equal...

Nachdem Bert alle Kärtchen zu Grauwerten auf der Skala zugeordnet hat, befindet sich  $4/6$  an der 60%-Stufe (Grauwert) und  $6/9$  an der 70%-Stufe. Das heißt, er stuft diese Brüche als nahe beieinander ein, hat aber ihre Äquivalenz aus den Augen verloren. Ähnlich hat er die äquivalenten Brüche  $2/5$  an 40%,  $4/10$  an 45% und  $6/15$  an 35% gelegt (siehe Abb. 2.3; die Prozentmarkierungen stehen für die zunehmend dunkleren Graustufen).

### Berts Lösung:

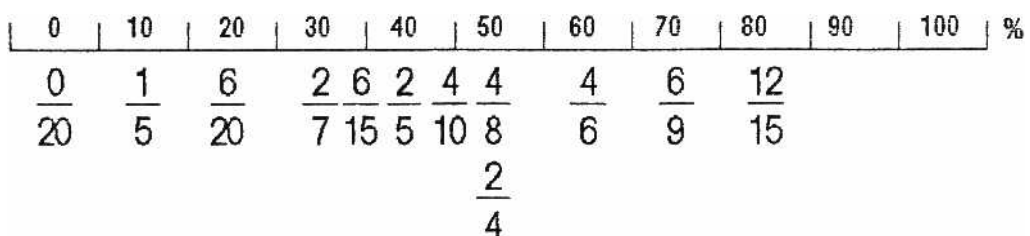


Abbildung 2.3

5. INTERVIEWER: (after the whole task has been completed) You put four-tenths left of four-eighths, why did you do that?
6. BERT: Because four-tenths is less,... less than half a unit.
7. INTERVIEWER: And you put six-ninths right of four-sixths, why did you do that?
8. BERT: Because four-ninths-and-a-half would be half a unit...
9. INTERVIEWER: ... Before, you mentioned that they are equal ... four-sixths and six-ninths ...
10. BERT: Oh yeah, they are! (picks up  $\frac{6}{9}$  and  $\frac{4}{6}$ ) I think they'd be right there (puts both cards an 60%).
11. INTERVIEWER: why did you put twelve-fifteenths over there? (points to 80%)
12. BERT: Because that's only three-fifteenths away from a whole.
13. INTERVIEWER: why did you put six-fifteenths over here? (points to 35%)
14. BERT: Because that's... that's less than half a unit... (thinks)... umm, seven and a-half a unit would be... seven and a-half would be...
15. INTERVIEWER: what did you think about when you put six-twentieths? (points to 20%)
16. BERT: Because six-twentieths is greater than one-fifth; one-fifth equals four-twentieths.
17. INTERVIEWER: You put one-fifth right here (points to 10%) and two-fifths here (points to 40%)...
18. BERT: (points to 20% and 30%) well see, there could be fractions between there.
19. INTERVIEWER: You put two-fifths there (40%) and four-tenths there (45%). what was your thinking?
20. BERT: well, four-tenths would probably be ... well ... they're equal! (laughs, puts  $\frac{4}{10}$  over  $\frac{2}{5}$  an 40%) I didn't notice this.

\*   \*  
\*

Anhand des vorstehenden Dokuments kann über die Art und Weise, wie Bert sein Fachwissen über Bruchzahlvergleiche eingesetzt hat, folgendes festgestellt werden:

Zu Berts Bruchzahlwissen gehört eine Kollektion von Regeln, die er einsetzen kann, um Aussagen über die Äquivalenz von Brüchen zu machen. Seine einfache Äquivalenzregel (BR3) wäre z.B. zum Vergleich der Brüche  $4/10$  und  $6/15$  mit  $2/5$  anwendbar und seine zweischrittige Äquivalenzregel (BR4) für die Brüche  $4/6$  und  $6/9$ . Wie kann dann erklärt werden, warum Bert die Brüche  $4/6$  und  $6/9$  anfangs (Zeile 4 im Transkript) als gleich erkannte, diese Erkenntnis aber beim Zuordnen der Brüche zur Skala nicht nutzte? Es muß gefolgert werden, daß einerseits seine anfängliche Feststellung " $4/6 = 6/9$ " momentan, d.h. später nicht mehr (in seinem "Kurzzeitgedächtnis") präsent war, und daß andererseits die Regel, mit der er die Äquivalenz dieser Brüche erneut hätte feststellen können, nicht erneut "aktiviert" wurde. Um die Äquivalenz von Brüchen zu erkennen, ist es also erforderlich, daß überhaupt versucht wird, eine geeignete Regel in der Situation anzuwenden. Offensichtlich konnte Bert seine frühere Aussage auf der Basis seines Wissens bestätigen, als der Interviewer ihn daran erinnerte (Zeile 9 im Transkript); er änderte seine Lösung sofort entsprechend (Zeile 10).

Zu Berts Bruchzahlwissen gehört auch eine Kollektion von Regeln, die er einsetzen kann, um die Größenreihenfolge von Brüchen zu bestimmen. In mehreren Fällen deuteten Berts Erklärungen den erfolgreichen Versuch an, die Größe eines Bruchs durch Vergleich mit einer Referenzgröße (BRS) zu schätzen. Er benutzte die Referenzgröße  $1/2$  beim Plazieren von  $4/10$  (Zeile 6 im Transkript),  $1$  als Referenzgröße beim Plazieren von  $12/15$  (Zeile 12) und  $1/5$  beim Plazieren von  $6/20$  (Zeile 16). Diese Strategie kann das Erzeugen (nicht: Erkennen!) äquivalenter Brüche passend zu vorgegebenen Daten einschließen (so wird in Zeile 16 der Bruch  $1/5$  in  $4/20$  umgewandelt). Ein charakteristisches Merkmal in Berts Lösung, das auf einen solchen Schätzprozeß zurückgeführt werden kann, ist die geringfügige Ungenauigkeit in der von ihm ermittelten Lage einiger Brüche.

obgleich Bert bei seiner Lösung (bis auf  $2/4 = 4/8$ ) keine Äquivalenzen ausnutzte, platzierte er äquivalente Brüche dicht beieinander und in beträchtlicher Nähe zur korrekten Stelle (vgl. Abbildung 2.3). Berts Erklärungen legen nahe, daß er auch hierbei die Referenzgröße-Strategie (BRS) einsetzte, mit der er eine ungefähre Größeneinschätzung der Brüche unabhängig von ihrer Äquivalenz vornehmen konnte. Allem Anschein nach benutzte er die Referenzgröße  $1/2$  - umgewandelt in  $4 \frac{1}{2}$  Neunteil - beim Plazieren von  $6/9$  (siehe Zeile 8 im Transkript), und - als  $7 \frac{1}{2}$  Fünfteil - beim Plazieren von  $6/15$  (Zeile 14); möglicherweise benutzte er  $1/2$  ebenso beim Plazieren von  $2/5$ ,  $4/10$  und  $6/9$ . Dieser Schätzvorgang beinhaltete wieder geringfügige Ungenauigkeiten bei der Plazierung von Brüchen, die tatsächlich - wie das Paar  $4/6$  und  $6/9$  - gleich groß sind. (Hätte Bert zusätzlich erkannt, daß  $4/6$  und  $6/9$  um den gleichen Betrag von  $1/2$  entfernt sind, nämlich um  $1/6$  bzw. um  $1 \frac{1}{2}$  Neunteil, wäre seine Strategie hier absolut erfolgreich gewesen.)

Um zwei Bruchzahlen als gleich zu erkennen, verfügt Bert also über zwei grundsätzlich verschiedene Wege, die unterschiedliche Regelmengen benutzen: (1) Erkenne, daß die Repräsentanten äquivalent sind und daher die gleiche Zahl darstellen, oder (2) schätze die Größe jedes Bruchs für sich genommen ein und stelle - im Idealfall - fest, daß sie gleich groß sind. Während der erste Weg auf einem exakten Verfahren basiert, ist es nur natürlich, daß der zweite, da er auf Schätzungen beruht, sich auf weniger präzise Argumente verlassen muß. In Berts Erklärungen findet man größtmögliche Evidenz dafür, daß er im Verlauf der Aufgabenbearbeitung seine Regelkollektion für Referenzgröße-vergleiche ausgeschöpft hat und daß hierin der Grund für seine fast-richtige Plazierung von  $4/6$  und  $6/9$  sowie von  $2/5$ ,  $4/10$  und  $6/15$  liegt. Die Regeln, die die Äquivalenz der Brüche hätten konstatieren lassen, wurden erst dann wieder "aktiv", als der Interviewer gezielt über diese Brüche nachfragte (Zeilen 9 und 19).

Die obige Diskussion zeigt insbesondere, daß Bert während der Aufgabenbearbeitung nicht auf der Basis seines gesamten dafür relevanten Bestandes an Wissen gehandelt hat. Offenbar hat er von einem bestimmten Zeitpunkt an sein Augenmerk auf Referenzgröße-Vergleiche gerichtet und ist dann für den restlichen Teil der Aufgabenbearbeitung dabei geblieben, ohne von seinen Äquivalenzregeln weiter Notiz zu nehmen. Diese Beobachtung bietet die Grundlage für die Hypothese, daß mindestens zwei voneinander abgegrenzte Regelkollektionen zur Feststellung der Äquivalenz bzw. der Größenreihenfolge von Brüchen Bestandteil von Berts Bruchzahlwissen waren, die er separat fokussieren konnte. Die Tatsache, daß bei äquivalenten Brüchen Vorhersagen auf Basis der beiden Regelkollektionen zum Teil voneinander abwichen, ist offenbar der Grund für Berts über den Verlauf der Aufgabenbearbeitung inkonsistentes Verhalten. Die von Bert auf das Stichwort des Interviewers vorgenommenen Lösungskorrekturen zeigen, daß sich durch den koordinierten Einsatz der beiden Regelkollektionen bessere Performanz erzielen ließe: Vor dem Versuch, Brüche der Größe nach zu ordnen, sollten grundsätzlich zunächst Äquivalenzvergleiche vorgenommen werden.

Hinsichtlich der Veraltgemeinerbarkeit dieser Beobachtungen sei nur bemerkt, daß ähnliche Befunde über Berts Performanz in einem variierten Experiment am gleichen Befragungstag vorliegen (Mischungen waren dort als Verhältnisse ausgedrückt; z.B. stand 2:2 für eine Mischung aus 2 Teilen Tinte und 2 Teilen Wasser). Ferner legten beim obigen Experiment vier andere Versuchspersonen in überraschender Übereinstimmung  $\frac{4}{6}$  und  $\frac{6}{9}$  an verschiedene, aber aneinandergrenzende Positionen der Grauwertskala, dicht bei der korrekten Stelle. Zusammenfassend unterstützen die Befunde daher die Hypothese, daß die Parzellierung von Regelkollektionen ein strukturelles Merkmal von Wissensbeständen ist.

### 2.5.3 Aufgabenbasiertes Interview mit Vp Terri

Beobachtungen im aufgabenbasierten Interview mit Bert ließen vermuten, daß die von einem Individuum erworbenen Wissenspartikel (Regeln) nicht als Gesamtheit jederzeit zur Verfügung stehen, sondern daß die Anwendbarkeit eines solchen Stücks Wissen davon abzuhängen scheint, ob es in einer Aufgabensituation "aktiviert" wird oder nicht. Hinsichtlich dieser Hypothese soll nun die Performanz der Vp Terri in dem gleichen aufgabenbasierten Interview analysiert werden. Wie in Abschnitt 2.4.4 zusammengefaßt ist, waren bei Terri bis zum Zeitpunkt des Wissens Einsatz-Experiments die folgenden Regeln für Bruchzahlvergleiche beobachtet worden:

$$(TR1) \quad \frac{x}{y} < \frac{u}{v} \quad \text{falls} \quad y > v \quad \& \quad x \geq u \quad (\text{"Inverse-Ordnungsregel"})$$

$$(TR2) \quad \frac{x}{y} = \frac{u}{v} \quad \text{falls} \quad y = v \quad (\text{"Gleiche-Zahlen-Regel"})$$

$$(TR3) \quad \frac{x}{y} < \frac{u}{v} \quad \text{falls} \quad y < v \quad \& \quad x \leq u \quad (\text{"Lexikographische Nennerregel"})$$

Um die zwölf Legekärtchen mit Bruchsymbolen entlang der elfstufigen Grauwertskala zu ordnen, hätte Terri ihr Wissen über Bruchzahlvergleiche koordiniert einsetzen sollen. Da TR1 und TR3 miteinander inkonsistente Anordnungen von Brüchen vorsehen, kommt nur eine der beiden Regeln für den gemeinsamen Einsatz mit TR2 in Frage. Wie man sich leicht überzeugt, ist aber in keinem Fall eine konsistente Anordnung aller zwölf Brüche (ob richtig oder falsch) möglich. Es wäre also interessant zu sehen, wie sich dies auf Terris Performanz bei der Aufgabenbearbeitung auswirkte.

Im Sinne der Aufgabe war Terri wenig erfolgreich. Mit Ausnahme von 0/20 war kein einziger Bruch an der richtigen Stelle der Skala platziert. Stattdessen wies die von ihr vorgelegte Lösung eine "lexikographische" Ordnung der Brüche auf wie in Abb. 2.4 gezeigt.

## Terris Lösung:

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	%
$\frac{0}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{12}{15}$

Abbildung 2.4

Ohne Zweifel beruht Terris Lösung auf regelhaftem Wissen, das sie mit Präzision einzusetzen in der Lage war. Sie kann allerdings nicht mit den bekannten Regeln allein erklärt werden. Zum Teil steht sie mit der lexikographischen Nennerregel in Einklang (z.B.  $\frac{2}{4} < \frac{2}{5} < \frac{2}{7}$ ), zum Teil widerspricht sie der Gleiche-Zahlen-Regel (z.B.  $\frac{1}{5} < \frac{2}{5}$ ), und einige der Entscheidungen Terris (z.B.  $\frac{1}{5} < \frac{2}{4}$ ) sind mit keiner dieser Regeln zu bestätigen. Insbesondere hatte Terri in den zurückliegenden Interviews zum unmittelbaren Bruchzahlvergleich die Ansicht vertreten, daß Brüche mit gleichen Nennern gleich sind (TR2). Da auch in der - von der dortigen stereotypen Fragesituation allerdings wesentlich verschiedenen - Grauwertaufgabe gleichnamige Brüche vorkamen, war die Diskrepanz ihrer jetzigen Entscheidungen mit den früheren Aussagen auffällig.

Das nachstehende Exzerpt aus dem der Bearbeitung der Grauwertaufgabe folgenden Interview erbringt näheren Aufschluß über diese Diskrepanz. Terri macht dabei mehrfach wechselnde, widersprüchliche Aussagen über die Größenbeziehung zweier Bruchzahlen ( $\frac{6}{15}$  und  $\frac{12}{15}$ ), die sie - jede für sich - begründen kann. Als sich jedoch die in unterschiedlichem Kontext gegebenen Antworten als unvereinbar erweisen, kommt es zu einem kognitiven Konflikt. Terris erste Antwort bezieht sich auf die Frage, warum sie  $\frac{0}{20}$  an das weiße Feld der Grauwertskala gelegt habe; sie läßt ihr zumindest anfängliches Verständnis der Aufgabenstellung annehmen:

0. TERRI: Because there'd be n o black ink, no black ink so it would be c lear water.

In einem kurzen Dialog über die Lage anderer Brüche äußert Terri, daß  $4/6$  und  $4/8$  ungefähr gleich,  $4/8$  aber ein bißchen dunkler als  $4/6$  sei. Dann fragt der Interviewer, ohne auf ihre Lösung besonders hinzuweisen:

1. INTERVIEWER: Now, Terri, what about  $6/15$  and  $12/15$ ?
2. TERRI: They're equal, like (laughs).
3. INTERVIEWER: OK, but you put them in different positions, though, why did you do that?
4. TERRI: Because! That's the way I thought I should do it! (moves and messes up chart; after short dispute interviewer continues:)
5. INTERVIEWER: I would still like to know: you say six-fifteenths and twelve-fifteenths are equal?
6. TERRI: Right.
7. INTERVIEWER: But you put them an different parts...
8. TERRI: 'Cause six comes before twelve so I thought that's the way you do it...
9. INTERVIEWER: OK, did you think in terms of darkness when you did that?
10. TERRI: Yeah, sorta like...
11. INTERVIEWER: Which would be darker? Six-fifteenths or twelve-fifteenths?
12. TERRI: Twelve-fifteenths.
13. INTERVIEWER: OK, and which fraction would be bigger?
14. TERRI: Twelve-fifteenths.
15. INTERVIEWER: And if I ask you, six-fifteenths, twelve-fifteenths, are they equal or is one less?
16. TERRI: It's less.
17. INTERVIEWER: Which one is less?
18. TERRI: Six... um ... fifteenths.
19. INTERVIEWER: And why did you say it's less?
20. TERRI: 'Cause it... oh! (puts head in hand and sighs) No, they're equal. Because they have the same denominator.



Die oben dokumentierte Episode ist komplex und erforderte, wollte man Terris Verhalten aus psychologischem Interesse umfassend deuten, sicherlich einen über kognitive Aspekte hinausgehenden Erklärungsrahmen. Wie anzunehmen ist, hängen die von Terri getroffenen Handlungsentscheidungen auch von der Interaktion zwischen dem Interviewer und der Versuchsperson ab. Jedoch - was immer Terri sich zu tun entschließt - es muß auf etwas beruhen, "was ihr in den Sinn kommt", das heißt, auf ihr zur Verfügung stehendem Wissen. Terris Handlungsmöglichkeiten sind also durch das Repertoire ihres Wissens begrenzt; auch Fehlhandlungen beruhen auf einem - möglicherweise zweckentfremdeten - Einsatz ihres Wissens.

Es ist offensichtlich, daß die Anordnung der Brüche in Terris Lösung auf der natürlichen Ordnung der Zähler und der Nenner beruht. Während die lexikographische Nennerregel (TR3) die Ordnung nach den Nennern erklärt, genügt die von Terri erarbeitete Lösung einer weiteren Regel, die Brüche mit verschiedenem Zähler gemäß der natürlichen Ordnung der Zähler ordnet. Insbesondere hat Terri alle Brüche mit gegenläufigen Anordnungen der Zähler und Nenner gemäß einer solchen Regel geordnet:  $0/20 < 1/5$ ,  $1/5 < 2/4$ ,  $2/7 < 4/6$  usw. (vgl. Abb.2.4). Aber auch gleichnamige Brüche hat sie jetzt nach dem Zähler geordnet, z.B.  $6/15 < 12/15$ . Terris Antwort in Zeile 8 des obigen Transkripts bestätigt, daß eine "lexikographische" Anordnung der Zähler Grundlage ihres Handelns war. Die von ihr eingesetzte Regel kann demnach wie folgt beschrieben werden:

$$(TR4) \quad \frac{x}{y} < \frac{u}{v} \quad \text{falls} \quad x < u \quad \quad \quad \text{("lexikographische Zählerregel")}$$

Wie man sich überzeugt, kann Terris Lösung insgesamt allein mit den beiden Regeln TR3 und TR4 erklärt werden.

Terris frühere Antworten bei unmittelbaren Bruchzahlvergleichen waren allerdings - mit Ausnahme der Fälle, wo die Nenner im gleichen

sinn wie die Zähler geordnet waren (wie bei  $5/6$  und  $8/9$ ) - zu keinem Zeitpunkt mit der lexikographischen Zählerregel kompatibel. Während der gesamten Entwicklungsstudie gab es jedoch Hinweise darauf, daß die Anordnung der natürlichen Zahlen in den Bruchkonstituenten zeitweilig Terris Performanz beeinflusste; hierauf wurde bereits ihre lexikographische Nennerregel zurückgeführt. Es kann somit vermutet werden, daß Terri angesichts der Unmöglichkeit, die Regeln TR1, TR2 und TR3 bei der Lösung der Grauwert-Aufgabe zu koordinieren, jetzt auch bei den Zählern auf die natürliche Zahlenordnung zurückgriff. Bemerkenswert ist, daß die Inkonsistenz zwischen Terris bisherigen Vorgehensweisen ihrem Denken bislang verborgen geblieben war. Der Grund kann offenbar darin gesehen werden, daß beim unmittelbaren Vergleich zweier Bruchzahlen eine Koordination der verschiedenen Regeln Terris nicht erforderlich war; so konnte sie innerhalb der einzelnen Item-Kategorien ihre Regeln bisher isoliert anwenden, ohne daß jemals Konflikte auftraten.

Mit der Annahme konfligierender Regeln (TR2 versus TR4) allein kann das widersprüchliche Verhalten Terris im Grauwert-Interview aber nicht erklärt werden. Ergänzend muß der Kontext, in dem die Regeln eingesetzt wurden, einbezogen werden: Im Kontext des "Ordners" von Brüchen (was immer sie hierunter versteht) hält Terri die Ordnungsbeziehung zwischen den natürlichen Zahlen in Zähler und Nenner für entscheidend und ordnet folglich  $6/15$  vor  $12/15$ . Im Kontext der "gleich-oder-einer-kleiner"-Fragen hält sie diese Brüche für gleich, wobei nun die Nennergleichheit das entscheidende Kriterium ist. Bei dem Sinn nach gleichen Fragestellungen gelangt Terri zu verschiedenen Interpretationen der Situation, für die ihr verschiedene Handlungsweisen (Regeln) zur Verfügung stehen. Zu betonen ist die kritische Rolle der sprachlichen Dimension in dieser Episode: Es muß angenommen werden, daß bei der Aktivierung von Terris Handlungsweisen situationspezifische Sprechweisen ("gleich oder einer

kleiner" versus "ordnen") eine Schlüsselrolle gespielt haben.

Das überraschende Verhalten Terris gegen Ende des Dialogexzerpts (Zeile 16-18 im Transkript) kann mit diesen Annahmen immer noch nicht restlos erklärt werden. Es muß zusätzlich angenommen werden, daß das Ergebnis der vorhergehenden Schlußkette, die sich auf eine Interpretation der Brüche durch Grauwerte stützte (Zeile 11-14), Terri noch kurzfristig im Gedächtnis zur Verfügung stand. D.h. die unmittelbar vorher gebildete Ansicht,  $12/15$  sei größer als  $6/15$ , war ihr noch gegenwärtig, als der Interviewer mit der "gleich-oder-einer-kleiner"-Frage bewußt auf den Situationskontext anspielte, in dem sie normalerweise die Brüche als gleich bezeichnet hätte (Zeile 15). Im Einklang mit der vorhergehenden Antwort sagte sie noch,  $6/15$  sei kleiner (Zeile 18). Als sie aber zur Begründung aufgefordert wurde (Zeile 19), fehlte ihr in diesem Kontext die Basis dafür (und die vorherige Kette von Inferenzen konnte oder wollte sie nicht reproduzieren). So scheint es nachgerade zwingend, daß Terri wieder zu ihrer früheren - von ihr begründbaren - Ansicht gelangte (Zeile 20).

Insgesamt lassen sich die beobachteten Inkonsistenzen in Terris Verhalten - wie bei Bert - damit deuten, daß Terri jeweils nur auf Basis einer Teilmenge ihres Wissens handelte. Während jedoch die verschiedenen Bereiche in Berts Wissen bei entsprechender Koordinierung die Grundlage für insgesamt bessere Performanz bieten würden, liegt bei Terri eine Wissensinkonsistenz vor, die sich durch eine situationsübergreifende Koordination der verschiedenen Regeln nicht ausgleichen läßt. Solange die unvereinbaren Regeln isoliert angewandt wurden, blieb diese Wissensinkonsistenz latent; sie wurde erst dann offenbar, als darauf basierte konfligierende Aussagen in der Aufgabensituation direkt gegenübergestellt wurden.

## 2.6 Beobachtungen und Folgerungen

Der vorliegende Ansatz zielt darauf ab, Wissen als organisiertes Repertoire von Wissens-elementen zu charakterisieren. Daß das Gesamtwissen einer Person sich in elementare Bestandteile aufspalten läßt, ist durch theoretische Grundannahmen bereits vorgegeben (vgl. Abschnitt 2.1). über die Art seiner Organisation sollen im folgenden Aussagen gemacht werden. Noch einmal sei hervorgehoben, daß die Versuchspersonen keine "propositionalen Produkte" gelehrt worden waren; stattdessen hatten sie ausführlich Gelegenheit, im handelnden Umgang mit Brüchen Beobachtungen zu machen und Erfahrungen zu sammeln. Anfangs nutzten sie für den Vergleich von Bruchzahlen Größenbeziehungen in konkreten Repräsentationen der Brüche (z.B. mit Legematerial) aus. Sie zeigten jedoch starke Tendenz, beobachtete oder vermutete Beziehungen in Form konditionaler Aussagen: Regeln zu abstrahieren, die sie zu einem im Umgang mit Brüchen demonstrierbaren Wissensbestand akkumulierten. Man kann daher davon sprechen, daß Regeln "gebildet" wurden; dabei lieferte die Entwicklungsstudie Aufschluß über den Prozeß der Regelbildung und die Bestandteile, die eine Regel konstituieren.

Die für den gewählten Gegenstandsbereich beobachteten Regeln, die die Vpn Bert und Terri im Verlauf des einjährigen Projektunterrichts gebildet hatten, sind in den Abschnitten 2.3.4 und 2.4.4 aufgeführt. Regeln sind also als gedächtnisgespeicherte Produkte von Lernprozessen der Vpn aufzufassen, welche Wissen über Zusammenhänge und Lösungswege bei Bruchzahlvergleichen in abstrakter Form zur Verfügung stellen. (Der term "Wissen" erstreckt sich hierbei auf "für wahr gehaltene Aussagen", ist also nicht an die sachliche Korrektheit gebunden.) Daß nicht allein sie Regeln, über die eine Vp zu einem Wissensbereich verfügt, die Grund-

Lage ihrer bereichsspezifischen Kompetenz bilden, sondern daß daran "kognitive Organisations-Strukturen" einen wesentlichen Anteil haben, soll im folgenden herausgestellt werden.

Zunächst werden dazu Beobachtungen über den Einsatz von Regeln in Aufgabensituationen zusammengetragen. Im Anschluß daran werden, wie in Abschnitt 2.1 angekündigt, Wissensstrukturen (im Sinne kognitiver Organisations-Strukturen) auf der Basis von Regelmengen gekennzeichnet. Diente die Entwicklungsstudie in den Abschnitten 2.3 und 2.4 in erster Linie der Identifizierung von Wissenspartikeln der Vpn (Dekompositionsaspekt), so wird das in Abschnitt 2.5 dokumentierte Wissens Einsatz-Experiment zur Aufklärung der Organisation von Wissenspartikeln in bedeutsamen Einheiten herangezogen (Kompositionsaspekt). Dies geschieht unter den folgenden Leitfragen: wie wird ein festgestelltes Repertoire an Regeln in Anwendungssituationen eingesetzt? werden immer alle Regeln auf Anwendbarkeit geprüft? wird voller Gebrauch von den verfügbaren Ressourcen gemacht? wenn es diesbezüglich Einschränkungen gibt, was sind ihre Merkmale und Eigenarten?

Die folgenden Überlegungen dienen also nicht dem Ziel, die Bruchrechenperformanz der Schüler zu verbessern oder gar ein Expertensystem zur Bruchrechnung zu entwerfen. Stattdessen sollen sie dazu dienen, aus den empirischen Beobachtungen allgemeine Prinzipien der Organisation und des Einsatzes von Wissen zu extrahieren, die ein Modell von Wissensstrukturen beschreiben, und die später in ihrem Stellenwert als kognitiv begründete Entwurfskriterien für wissensverarbeitende Systeme diskutiert werden. Es wird nicht gefordert oder behauptet, daß die Prinzipien jeden Aspekt der Repräsentation und Organisation von Wissen beim Menschen umfassen. Es wird aber der Anspruch erhoben, daß einige zentrale Charakteristika der Strukturierung von Langzeitlich gespeichertem Wissen einbezogen sind,

deren Nutzbarmachung in künstlichen Systemen, die wie der Mensch mit großen Mengen von Wissen umgehen, erfolgversprechend erscheint.

### 2.6.1 Abgleich von Regeln mit Aufgabendaten

Die den Vpn zugeschriebenen Regeln können als formale Aussagen darüber, was unter bestimmten Bedingungen als wahr angenommen oder getan werden kann, aufgefaßt werden. Sie werden in Form bedingter Aussagen notiert, die für Klassen von Aufgabendaten zutreffen können. (Zu diesem Zweck enthalten die in den Abschnitten 2.3.4 und 2.4.4 aufgeführten Regeln zahlenwertige Variablen, wobei nicht explizit durch einen Existenzquantor gebundene Variablen als implizit allquantifiziert aufzufassen sind.) Eine Regel kann angewendet werden, wenn ihre Bedingungen durch die aktuellen Daten einer Aufgabe erfüllt sind. Wie aus den Erklärungen der Vpn hervorgeht, wird die Anwendbarkeit einer Regel durch einen Abgleich der Regel mit den Aufgabendaten festgestellt. Zum Beispiel verfügte Bert über die Hauptnennerregel (vgl. Abschnitt 2.3.4):

$$(BR5) \quad y > \frac{u}{v} \quad \text{falls} \quad \exists N: y * N = v \ \& \ x * N = k \ \& \ k > u$$

Die Bedingungen der Regel sind z.B. bei dem Bruchpaar  $4/6$  &  $7/18$  erfüllt. Berts Erklärung (siehe Abschnitt 2.3.3 b, Item VII-6.6) zeigt, daß er das Erfülltsein der Regelbedingungen durch Einsetzung der Aufgabendaten geprüft hatte, wobei er  $N = 3$  wählte: "six times three is eighteen, four times three is twelve, (...) and twelve is greater than seven". Mithin konnte Bert auf Basis dieser Regel  $4/6 > 7/18$  konstatieren. Der Abgleich kann auch beinhalten, daß die Aufgabendaten der Regel angepaßt werden; so versuchte Bert, die Brüche  $7/12$  und  $11/18$  mit Hilfe der gleichen Hauptnennerregel wie oben zu vergleichen, indem er  $7/12$  in  $3 \frac{1}{2}$  Sechstel umwandelte (siehe Item VII-4.5 im gleichen Abschnitt).

Für unmittelbare Vergleiche von Bruchzahlen konnte grundsätzlich festgestellt werden, daß die Vpn zu den Aufgabendaten passende Regeln, über die sie verfügten, anwendeten. Insbesondere erwiesen sich auch Performanzfehler der Vpn als nicht willkürlich, sondern sie konnten auf die Anwendung unangemessener oder falscher Regeln zurückgeführt werden; in einigen Fällen lag die Ursache auch in der unzulänglichen Anwendung einer Regel oder der inkorrekten Wahrnehmung von Aufgabendaten. Im weiteren soll es allerdings nicht darauf ankommen, ob die von den Vpn gebildeten Regeln falsch oder richtig waren, sondern darauf, wie sie in komplexen Aufgabensituationen zum Einsatz gelangten.

#### 2.6.2 Zugänglichkeit von Wissen

Die zentrale Beobachtung aus dem Experiment zum Wissens Einsatz ist, daß die Vpn nachweislich vorhandene Regeln trotz erfüllter Bedingungen mehrfach nicht einsetzten, selbst wenn es der Aufgabenlösung dienlich gewesen wäre. Bei beiden Vpn mußte angenommen werden, daß ihre momentane Performanz zeitweilig nur auf einer Teilmenge ihres für die Grauwertaufgabe relevanten Wissens basierte; nicht alle vorhandenen Regeln wurden angewendet.

Daß eine vorhandene Regel trotz erfüllter Bedingungen nicht angewendet wurde, könnte zwar auch auf einer reflektierten strategischen Entscheidung beruht haben, d.h. eine Regelanwendung wurde erwogen und verworfen. Dies ist jedoch zumindest bei der von Bert zunächst festgestellten, später aber nicht ausgenutzten Äquivalenz  $4/6 = 6/9$  auszuschließen (vgl. Abschnitt 2.5.2): während er anfangs plante, die Brüche der gleichen Skalenstelle zuzuordnen, gibt das Interview keinerlei Hinweise darauf, daß Bert später die Anwendbarkeit einer Äquivalenzregel überhaupt noch einmal geprüft hat.

Aus dieser Beobachtung kann geschlossen werden, daß neben der Anwendbarkeitsprüfung von Regeln ein zugangsbeschränkender Mechanismus die Einsetzbarkeit einer Regel kontrolliert. Diese Zugangsbeschränkung beinhaltet, daß zur Bearbeitung der aktuellen Teilaufgabe eine Auswahl innerhalb der insgesamt verfügbaren Regeln getroffen wird. Maßgeblich für die Auswahl scheint die Fokussierung auf einen zentralen Gesichtspunkt, unter dem die Aufgabenlösung angegangen wird.

Es läßt sich nur vermuten, was für einen Sinn dieser den Wissens-einsatz kontrollierende Mechanismus für den Menschen haben könnte. Die unermeßliche Fülle der im Zuge von Erfahrung und Schulung gesammelten Wissenspartikel eines Individuums ließe sich im Einzelfall schwerlich insgesamt auf Anwendbarkeit für eine Aufgabenbearbeitung prüfen, und dies wäre in den meisten Fällen auch nicht sinnvoll. Zum Beispiel wird man beim Umformen einer Gleichung den hierfür irrelevanten Thalessatz gar nicht erst in Betracht ziehen. Demnach dient der postulierte Mechanismus dazu, nur das in einer Situation für relevant gehaltene Wissen dem Denken zugänglich zu machen, wodurch die überschaubarkeit von Ressourcen bei der Aufgabenbearbeitung unterstützt wird. Wenn es einen solchen Mechanismus gibt, ist es aber auch denkbar, daß er mitunter die Relevanz bestimmten Wissens nicht erkennen läßt; seine positiver Effekt liegt jedoch darin, daß irrelevantes Wissen von vergeblichen Anwendungsversuchen in der Regel ausgenommen bleibt.

Neben dieser zentralen Aussage über einen selektiven Wissens-einsatz sind folgende Beobachtungen über die Dynamik von Zugangsbedingungen hervorzuheben. (1) Die aktuell herangezogene Teilmenge des Wissens kann sich im Verlauf einer Aufgabenbearbeitung ändern: Zum Beispiel benutzte Bert bei der Grauwert-Aufgabe anfangs offensichtlich Äquivalenzwissen; beim Vergleich nicht-äquivalenter Brüche wurden dann seine Regeln für



Referenzgröße-Vergleiche zugänglich. (2) Solange die Aufgabenbearbeitung erfolgreich fortgesetzt werden kann, persistieren die momentanen Zugangsbedingungen: Bert setzte im weiteren nur noch Referenzgröße-Vergleiche ein – auch zur Einordnung von Brüchen, die mit den Äquivalenzregeln hätten zu anderen Brüchen in Beziehung gesetzt werden können. (Dies änderte sich erst wieder, als er direkt über Äquivalenzen befragt wurde.) Ähnlich blieb Terri über den Verlauf der Aufgabenlösung bei ihrer einmal angefangenen Vorgehensweise, mit der sie die Aufgabe (aus ihrer Sicht) erfolgreich zum Ende bringen konnte (vgl. auch die Bemerkungen am Ende von Abschnitt 2.4.3).

Die Performanz beider Vpn im Wissensensatz-Experiment legte es ferner nahe, ein (semantisches) Kurzzeitgedächtnis zu postulieren, das Fakten, etwa Resultate von kurz zuvor stattgefundenen Inferenzprozessen, nicht notwendig aber die gesamte Inferenzenkette selbst enthält. In psychologischen Theorien wird es i.a. als ein temporärer Speicher von beschränkter Kapazität aufgefaßt, dessen Inhalte bei Erreichen der Kapazitätsgrenze durch neuere verdrängt können (cf. Anderson, 1980). Mit den Beobachtungen aus Abschnitt 2.5 ist es vereinbar, Inhalte des Kurzzeitgedächtnisses – solange vorhanden – grundsätzlich dem zugänglichen Wissen zuzurechnen.

### 2.6.3 Parzellierung von Regelmengen

Das Bereichswissen der Vpn zum Thema Bruchzahlvergleich wurde in den Abschnitten 2.3.4 bzw. 2.4.4 durch Regelmengen beschrieben. Nach dieser Auffassung umfaßt ein bereichsspezifischer Wissensbestand also eine Menge von Regeln, die sich gegenüber anderen Wissensbeständen, etwa einer Regelmenge für die arithmetischen Operationen mit Bruchzahlen, nach inhaltlichen Kriterien abgrenzen läßt. Insbesondere mit den Beob-

achtungen an Bert ließ sich nachweisen, daß die zu einem bereichsspezifischen Wissensbestand ("Bruchzahlvergleiche") gehörende Regelmengemenge noch in sich parzelliert sein kann, und daß die Zugangsbedingungen sich nicht ausschließlich auf einzelne Regeln, sondern auf Teilkollektionen einer Regelmengemenge richten können. (Es wurden zwei abgegrenzte Regelkollektionen zur Feststellung der Äquivalenz bzw. der Größenreihenfolge von Brüchen identifiziert, die Bert separat fokussieren konnte.) Solche inhaltlich abgrenzbaren Regelkollektionen werden im folgenden auch Pakete genannt. Die Parzellierung als Strukturmerkmal von Wissen erhält ihren Sinn somit erst in Verbindung mit der Zugänglichkeit: Ein Paket läßt sich als gemeinsam zugängliche Regelkollektion deuten.

Extrapoliert kann das gesamte Bruchzahlwissen einer Vp als umfangreiches Paket aufgefaßt werden, das Pakete zu anderen Aufgabenbereichen, z.B. für die arithmetischen Operationen mit Brüchen einschließt, und das selbst wiederum zu einem umfassenderen Paket "mathematisches Wissen" gehört (d.h. "innere" Pakete fassen spezielleres Wissen zusammen). Wären jedoch die Regeln eines zugänglichen Pakets in ihrer Gesamtheit für den Einsatz erwählbar, müßten u.U. sehr große Mengen von Regeln auf Anwendbarkeit geprüft werden, was mit dem in 2.6.2 vertretenen Gesichtspunkt der überschaubarkeit von Ressourcen nicht vereinbar wäre.

Dieser scheinbare Widerspruch läßt sich nur mit folgender zusätzlichen Annahme auflösen: Die in einem "inneren" Paket enthaltenen Regeln sind auch bei Zugänglichkeit des umgebenden Pakets erst dann erwählbar, wenn das innere Paket selbst zugänglich gemacht wird; d.h. diese Regeln sind bei Bedarf erreichbar.

#### 2.6.4 Konkurrenz und Konsistenz von Regelmengen

Insgesamt können die verschiedenen von einer Vp gebildeten Regelmengen als Pakete von bereichsspezifischen, teils sogar kontextspezifischen Vorgehensweisen gedeutet werden. Die empirischen Beobachtungen lassen eine Hypothese über die Ursache ihrer "Spezifität" zu: Das von den Vpn erworbene Wissen hat sich "Lokal" entwickelt und ist in der Einsetzbarkeit zunächst auf den Kontext beschränkt, in dem es erworben wurde. In vielen Fällen mag nur ein einziges Paket relevant für bestimmte Aufgaben sein. Jedoch zeigte das Wissens Einsatz-Experiment mit Bert, daß auch mehrere relevante Pakete in Konkurrenz stehen können, von denen jeweils eins zum Einsatz ausgewählt wird. Ebenso erlaubten die typischen Spuren der Anwendung von Terris fehlerhaften Regeln Rückschlüsse auf konkurrierende, separat eingesetzte Bereiche ihres Wissens, mit denen sich ihr instabiles Antwortverhalten in den Interviews erklären läßt.

Eine wichtige Beobachtung ist hier, daß Regelmengen für sich genommen konsistent: lokal konsistent sein können; die als Vereinigung verschiedener Regelmengen erhaltene Regelmenge ist (global) möglicherweise inkonsistent. Die in Terris Wissen vorhandene Inkonsistenz wurde erst dann offenbar, als die daraus hervorgehenden unvereinbaren Antworten im Wissens Einsatz-Experiment kontrastiert wurden. Solange Terri die konkurrierenden Regeln jeweils für sich konsistent einsetzen konnte, war deren Inkonsistenz latent geblieben. Es liegt nahe, daß Terri bei der Erweiterung ihres Wissensbestandes die Konsistenz ihres gesamten Wissens zum Bruchzahlvergleich nicht überprüft hatte.

Diese Beobachtung läßt folgendes annehmen: Der in Abschnitt 2.6.2 postulierte zugangsbeschränkende Mechanismus wirkt sich bei der Wissensakquisition dergestalt aus, daß Maßnahmen zur Konsistenzerhaltung eines

Wissensbestandes aufwandsmäßig beschränkt werden: Konsistenzprüfungen werden nur im Bereich des momentan dem Denken zugänglichen Wissens vorgenommen. Die Vereinbarkeit neu erworbenen Wissens mit jedem einzelnen Partikel des gesamten Wissensbestandes zu überprüfen, scheint bei der Fülle der von einem Menschen erworbenen Wissenspartikel schwerlich leistbar; dies ist aber vielleicht auch nicht notwendig, wenn es um so verschiedene Wissensbestände wie "Gleichungslösen" und "geometrische Konstruktionen" geht. Auf der anderen Seite wird damit die Existenz von Inkonsistenzen in einem Wissensbestand möglich, die u.U. erst beim Wissenseinsatz offenbar werden.

#### 2.6.5 Kontextspezifische Wortbedeutungen

Insbesondere die Beobachtungen an Terri lassen es unumgänglich erscheinen, Aspekte der Wortsemantik als Merkmale von Wissen in die Überlegungen einzubeziehen. Wörter der Alltagssprache können hinsichtlich eines gegebenen Aufgabenbereichs eine präzise festgelegte technische Bedeutung haben, die überdies vom Verwendungskontext abhängen kann. Die Kommunikation zwischen Interviewer und Versuchsschüler wird nur dann erfolgreich sein, wenn kontextspezifische Wortbedeutungen von beiden geteilt werden.

In der Bruchrechnung ergibt sich z.B. das Problem, daß das der Alltagssprache entlehnte Wort "gleich" in verschiedenen Kontexten mit unterschiedlicher Semantik verwendet wird. Bei den Brüchen  $\frac{6}{15}$  und  $\frac{12}{15}$  sind die Nenner gleich; hier läßt die mit "gleich" beschriebene Beziehung kaum Konflikte mit dem alltagssprachlichen Wortsinn erwarten. Es bedeutete dagegen eine neue Erfahrung für die Versuchsschüler, daß auch wahrnehmungsmäßig so verschiedene Ausdrücke wie  $\frac{2}{3}$  und  $\frac{4}{6}$  als "gleich" bezeichnet werden, nämlich in Hinsicht auf ihren Wert als Bruchzahl. Im

wortverständnis der Versuchsschüler wurde somit eine auf den jeweiligen Kontext bezogene Differenzierung erforderlich, und zwar zwischen "gleich bezüglich des Bereichs der natürlichen Zahlen" (was die Nennergleichheit einschließt) und "gleich bezüglich des Bereichs der Bruchzahlen". Der Ursprung von Terris Gleiche-Zahlen-Regel ("Brüche mit gleichem Nenner sind gleich") erklärt sich möglicherweise aus ihrer nicht angemessenen Interpretation der Frage: "Sind die Brüche gleich?"

Wie im Wissens Einsatz-Experiment mit Terri ferner deutlich wurde, hing ihre aktuelle Interpretation der Aufgabensituation offenbar von Formulierungen im Aufgabentext und von der Wortwahl des Interviewers ab; abhängig davon setzte sie zur Beantwortung unterschiedlich formulierter Aufträge und Fragen jeweils anderes Regelwissen ein. Aufgrund dieser Tatsache muß eine Interaktion von Wortbedeutungs- und Regelwissen postuliert werden: Kontextspezifisch verstandene Wörter spielen eine Schlüsselrolle beim Zugang zu Regelwissen.

#### 2.6.6 Wissenspakete als Modell von Wissensstrukturen

Die in den vorangehenden Abschnitten zusammengetragenen Beobachtungen stellen Grundlagen für ein informelles Modell von Wissensstrukturen bereit. Als zentrale Erkenntnis der empirischen Studie erwies sich das Wissen der Lerner als parzelliert und in einer Weise organisiert, die ihnen Teilbereiche ihres Wissens auszugrenzen erlaubt, welche sie für den Einsatz in Aufgabensituationen für relevant halten. Extrapoliert kann diese Beobachtung dahingehend gedeutet werden, daß die allgemeine Problemlösefähigkeit des Menschen auf seiner Fähigkeit beruht, anhand von Hinweisen aus einer Aufgabensituation jeweils geeignete Teilbereiche seines Wissens zugänglich zu machen. Die Darstellung des Wissens eines

Lerners beschränkt sich im vorliegenden Ansatz darauf, seine Kenntnisse und Vorgehensweisen als Menge von Wissenspartikeln zu beschreiben und seine kognitiven Leistungen bei der Aufgabenbewältigung in Beziehung zu hypothetischen Strukturen solchen Wissens zu setzen.<sup>1</sup>

Die erste Grundlage eines Modells von Wissensstrukturen ist die Angabe von Wissenspartikeln in einem geeigneten Formalismus. Dafür wurden hier Regeln gewählt: formale Aussagen darüber, was der Lerner unter welchen Bedingungen annehmen oder tun kann. Faktisches Wissen läßt sich hierunter insofern einordnen, als sich Fakten als bedingungsfreie Regeln auffassen lassen. Auf diese Weise können Elemente des Lernerwissens als "Axiome" (im Sinne der Logik) verstanden werden, auf deren Basis der Lerner Fragen, die sich aus Aufgabenzusammenhängen ergeben, durch Schließen beantworten kann.<sup>2</sup> Die zweite Grundlage eines Modells ist die Organisation der Regelmenge eines gegebenen Wissensbestandes in inhaltlich abgegrenzten Einheiten: "Wissenspaketen", die aus Teilmengen der gesamten Regelmenge bestehen.<sup>3</sup> Die Akquisition von Wissen würde sich dann einerseits als Eingliedern weiterer Regeln in eine "Wissenspaketstruktur", andererseits als Veränderung der Struktur selbst darstellen lassen.

Hinsichtlich der Organisation und des Einsatzes von Wissen sind die folgenden Gesichtspunkte hervorgehoben worden:

---

<sup>1</sup> Die Frage, was für einen Begriff ein Lerner etwa von Bruchzahlen hat, wird in diesem Ansatz also allein damit beantwortet, in welcher Weise er mit Bruchzahlen umgehen kann.

<sup>2</sup> Auf dieses Verständnis gründet sich der Ansatz einer "Logischen Analyse Kognitiver Organisations-Strukturen" (LAKOS).

<sup>3</sup> Angemessener ist es, die gesamte Regelmenge als Aggregat "gepackter" Regelmengen aufzufassen.

1. Abgleich von Regeln mit Aufgabendaten
2. Zugänglichkeit von Wissen
3. Parzellierung von Regelmengen
4. Konkurrenz und Konsistenz von Regelmengen
5. Kontextspezifische Wortbedeutungen

Grundlage für die Einsetzbarkeit einer Regel ist das Erfülltsein ihrer Bedingungen durch Daten aus der Aufgabensituation (erster Gesichtspunkt). Dies wird jedoch offenbar nur geprüft, falls ein Einsatz der Regel überhaupt in Betracht gezogen wird: Der zweite Gesichtspunkt stellte heraus, daß dafür eine Zugangsbedingung erfüllt sein muß. Zusammen mit dem dritten Gesichtspunkt motivieren diese Beobachtungen eine Auffassung von bereichsbezogenem Wissen als "Paket" von Kenntnissen und Vorgehensweisen. Regeln, die in einem bestimmten Kontext als gemeinsam zugreifbar beobachtet wurden, gehören in naheliegender Weise dem gleichen Paket an. Es ist möglich, daß ein Paket in sich strukturiert ist, d.h. weitere Wissenspakete enthält.

Die notwendige Bedingung für den Einsatz des Wissens eines Pakets ist seine Zugänglichkeit; ferner muß während einer Aufgabenbearbeitung dynamisch der Zugang zu gegebenenfalls benötigtem weiteren Wissen möglich sein. Dies hängt davon ab, ob ein entsprechendes Wissenspaket vom augenblicklich zugänglichen erreichbar ist. Daß es einem Lerner jedoch nicht immer möglich ist, auf das Wissen anderer Pakete zuzugreifen, führte zur Postulierung konkurrierender Pakete (vierter Gesichtspunkt). Konkurrierende Wissenspakete können widersprüchliche Schlüsse zulassen, woraus gefolgert wurde, daß bei der Wissensakquisition Konsistenzprüfungen nur kontextbezogen erfolgen: als qualitatives Merkmal einer Wissensstruktur wurde deshalb die lokale Konsistenz postuliert.

Für den Wissenszugang können neben der Erreichbarkeit von Paketen offenbar Schlüsselwörter eine Rolle spielen. Deshalb liegt es nahe, Wörter mit Schlüsselbedeutung für den Zugang zu bestimmten Wissens-elementen dem gleichen Paket wie die betreffenden Wissens-elemente zuzuordnen. Dies ist besonders dort motiviert, wo Wörter mit kontextspezifischer Bedeutung zusammen mit neuem Regelwissen erworben werden (fünfter Gesichtspunkt).<sup>4</sup> Mit dem Zugang zu einem Paket können andere Wörter mit ihren kontextspezifischen Bedeutungen verfügbar gemacht werden. Wörter, die alternative Bedeutungen in verschiedenen Kontexten haben, sind ggfs. mehrfach (verschiedenen Paketen) zuzuordnen. Wörter, die in einem größeren Kontext dieselbe Bedeutung haben, gehören in ein umfassenderes Paket.

Die Unterscheidbarkeit von Item-Kategorien wie in Abschnitt 2.2.1 würde es nahelegen, Aufgabenklassen als Grundlage für die Bildung von Wissenspaketen zu betrachten. In den empirischen Untersuchungen zeigte sich allerdings, daß teils einzelne Pakete für mehrere Item-Kategorien eingesetzt werden konnten, teils standen für einzelne Item-Kategorien mehrere Pakete zur Verfügung. Das Wissen der Vpn hatte sich eher nach speziellen vorgehensweisen organisiert. Ferner zeigte sich, daß Perfor-manzmerkmale der Vpn nicht nur in der Adäquatheit ihrer Wissenspartikel begründet sind, sondern auch in der Art, wie sich ihre Wissenspartikel in der Aufgabensituation als zugänglich erweisen. Die Zugänglichkeit von Wissen ist wiederum durch die Art der Parzellierung bedingt. In aller Deutlichkeit zeigen diese Beobachtungen, daß die gegebene Strukturierung ein entscheidendes Qualitätsmerkmal eines Wissensbestandes ist.

---

<sup>4</sup>Die Bedeutung eines Worts ist hier allein dadurch festgelegt, welche Regeln im Kontext dieses Worts einsetzbar sind; vgl. auch Fußnote 1.



Hervorzuheben ist die Unterscheidung zwischen Einheiten (Paketen), in denen Wissen zusammengefaßt ist, und der globalen organisatorischen Struktur, die durch die "Schachtelung" solcher Einheiten etabliert wird. Hinweise darauf, wie solche Pakete geschachtelt sind und wie der Zugangsprozeß im einzelnen abläuft, ließen sich aufgrund der Abfolgen von Handlungen und Sprechhandlungen der Vpn im Wissensensatz-Experiment ansatzweise gewinnen. Mit Informationen über die Wissensgenese ermöglichte die Entwicklungsstudie Aussagen über die Parzellierung des einer Vp zugeschriebenen Regelwissens besonders dort, wo in dem Wissensensatz-Experiment verschiedene Teilbestände ihres Wissens in Konkurrenz traten.

Als Ergebnis der empirischen Studie liegen somit Grundkonstrukte und -prinzipien für ein kognitiv begründetes Modell von Wissensstrukturen vor. Damit ist als erstes Hauptziel dieser Arbeit der Begriff der "Wissensstruktur" auf der Basis von Regelmengen konkretisiert. Ein solches Modell böte einen theoretischen Rahmen, in dem sich eine Diagnose von Wissensmerkmalen individueller Lerner durchführen ließe; hieraus könnten z.B. Anhaltspunkte gewonnen werden, in welcher Hinsicht die Organisation des mathematischen Wissens der Versuchsschüler verbesserungsfähig wäre. Dies soll jedoch nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit sein (siehe dazu Wachsmuth & Lorenz, 1987). Stattdessen sollen - als zweites Hauptziel der Arbeit - die gewonnenen Erkenntnisse zur Konzipierung eines formalen Modells von Wissensstrukturen herangezogen werden, das eine Grundlage für die Repräsentation und Handhabung komplexer Wissensbestände in künstlichen Systemen zur Verfügung stellt.

## Kapitel 3

### Ein formales Modell der Strukturierung von Wissensbeständen

Als zweites Hauptziel der Arbeit wird in diesem Kapitel ein Strukturierungskonzept für Wissensbestände entwickelt, das auf semantischen Kriterien beruht. Das Rahmenziel ist der Entwurf von Methoden, die die Handhabung großer und komplexer Wissensbestände durch künstliche Systeme ermöglichen sollen. Gestützt auf die empirischen Beobachtungen, die in Kapitel 2 dargelegt wurden, werden dabei die folgenden Grundannahmen gemacht:

1. (Wissenselemente) Wissensbestände sind partikular, wobei der Begriff von Wissenspartikeln hier jetzt allgemeiner gefaßt werden soll: Es wird einzig vorausgesetzt, daß jeder Partikel eine identifizierbare Aussage oder Mittel-Ziel-Relation darstellt, die bereichsspezifische Konzepte in Beziehung setzt und in dem zu modellierenden weltausschnitt für wahr bzw. adäquat gehalten wird. Hierauf wird im folgenden mit dem Terminus Wissensselemente Bezug genommen.
2. (Muster-bezogener Zugriff) Der Einsatz von Wissensselementen in Aufgabensituationen beinhaltet eine Form von "pattern matching", d.h. im Abgleich mit Aufgabenbeschreibungen werden anwendbare Wissensselemente anhand ihrer strukturellen Merkmale lokalisiert.
3. (Semantisch gesteuerter Zugriff) über einen Muster-bezogenen Zugriff hinausgehend wird ein semantisch gesteuerter Zugriff postuliert, bei dem Wissensselemente nicht anhand ihrer expliziten Struktur, sondern in irgendeiner Form anhand ihrer Bedeutung hinsichtlich vorliegender Aufgabenbereiche lokalisiert werden; m.a.W. wird den Wissensselementen eine "semantische Lokalität" zugeschrieben.
4. (Priorität der semantischen Lokalisierung) Die Lokalisierung von Wissensselementen nach semantischen Kriterien hat Priorität über die Lokalisierung nach strukturellen Kriterien, d.h. es werden nicht alle vorhandenen Wissensselemente mit der aktuellen Aufgabenbeschreibung verglichen, um einsetzbares Wissen aufzufinden, sondern pattern matching wird nur innerhalb eines semantisch lokalisierten Teilwissensbestandes vorgenommen.

5. (Semantische Strukturiertheit) Die semantische Lokalität von Wissensselementen beruht auf einer Parzellierung des gesamten Wissensbestandes in thematisch abgegrenzte Wissensbereiche, aus der sich besondere Bedingungen der Zugänglichkeit von Wissensselementen ergeben-6-

(Qualität der Strukturierung) Die gegebene Strukturierung eines Wissensbestandes hat Einfluß auf die koordinierte Verfügbarkeit seiner Wissensselemente und damit auf die Art und Weise, wie der Wissensbestand die Lösung von Aufgaben unterstützen kann.

Ohne weiter auf den Gegenstandsbereich der empirischen Studie einzugehen, sollen jetzt die für die Wissensstrukturierung und den Wissenszugang relevanten Beobachtungen allgemein charakterisiert werden. Dies geschieht in Form abstrakter Prinzipien, die als datenstrukturunabhängige Spezifikation eines Repräsentationsschemas verstanden werden können. Das mit diesen Prinzipien umschriebene Modell sieht die Organisation der Elemente eines Wissensbestandes in verschachtelten Paketen vor. Jedes der neun im folgenden formulierten Prinzipien ist durch bestimmte empirische Beobachtungen motiviert.

Die ersten drei Prinzipien beschreiben die Art und Weise, wie die Wissensselemente einer Wissensbasis (WB) zu organisieren sind (Abschnitt 3.1). Diese Organisation wird als persistent betrachtet bis zu einer möglichen Revision der WB. Die anderen Prinzipien betreffen die Art und Weise, wie strukturiertes Wissen zugänglich gemacht und einem wissensbasierten System (WBS) zur Bearbeitung von Aufgaben zur Verfügung gestellt wird. Die zentralen Konzepte SICHTBAREN und ERREICHBAREN Wissens werden eingeführt, um statische und dynamische Zugangsbedingungen zu charakterisieren (Abschnitte 3.2 und 3.3). In dieser Form wurden die Prinzipien erstmals in (Wachsmuth, 1987) publiziert. Sie werden in der zweiten Hälfte des vorliegenden Kapitels zur Konzipierung eines mengentheoretischen Modells benutzt, mit dem sich "Wissenspaketstrukturen" formal beschreiben lassen.

## 3.1 Prinzipien über die Organisation von Wissen

### 3.1.1 Prinzip des Packens von Wissens-elementen

Eine Kollektion von Wissens-elementen, die einen spezifischen Wissensbereich betreffen, wird in einem Paket zusammengefaßt. Es wird dann gesagt, daß die Wissens-elemente zu diesem Paket gehören. Ein Paket kann weitere Pakete echt enthalten, die identifizierbare Teilbestände noch spezielleren Wissens innerhalb des umgebenden Pakets darstellen.

Dieses Prinzip ist in Abb. 3.1 visualisiert. Innerhalb des allgemeinsten Pakets P1 enthält das Paket P3 (und ebenso P2) spezielleres Wissen von P1 (das also zu P1 und P3 gemeinsam gehört); P4 enthält innerhalb von P3 noch spezielleres Wissen. Die Entscheidung, welches Wissen man für spezieller als anderes Wissen hält, betrifft eine separate Frage, die heuristische Überlegungen erfordern kann. Ein Kriterium dafür, daß ein Wissens-element  $k$  "spezieller" als die Wissens-elemente einer Kollektion  $k_1, \dots, k_n$  ist, könnte dadurch gegeben sein, daß eine angemessene Aufgabenklasse ohne den Einsatz von  $k$  bearbeitet werden kann. "Spezielleres" Wissen könnte auch die Art und Weise betreffen, wie das umgebende Wissen in bestimmten Kontexten einzusetzen ist.

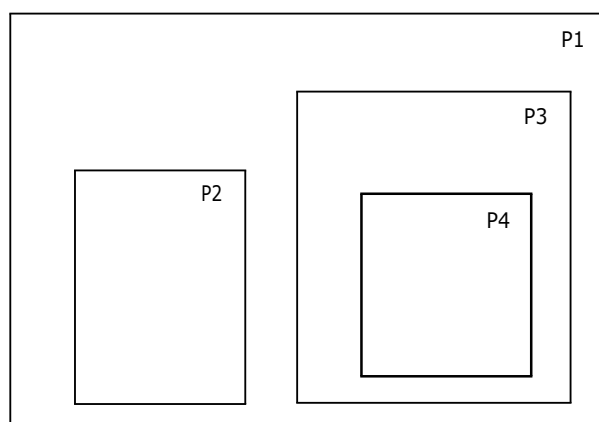


Abbildung 3.1

### 3.1.2 Prinzip konkurrierenden Wissens

Kollektionen von Wissenselementen, die alternative Annahmen oder Methoden in einem gegebenen Wissensbereich betreffen, werden innerhalb des umgebenden Pakets separat gepackt. Solche Pakete werden als konkurrierend bezeichnet.

In Abb. 3.1 stellen P2 und P3 (aber nicht P3 und P4) konkurrierende Wissenspakete dar. Die Intention dieses Prinzips ist es, daß zu jeder Zeit nur eine Alternative zum Einsatz durch das WBS verfügbar gemacht wird. Weitere Prinzipien (3.2.1, 3.2.2) werden dies sicherstellen.

### 3.1.3 Prinzip der lokalen Konsistenz

Die Kollektion von Wissenselementen in einem Paket darf nicht widersprüchliche Schlüsse (oder unvereinbare Aktionen) zulassen. Ein Paket P darf nur dann widersprüchliche (oder unvereinbare) Wissenselemente enthalten, wenn sie in konkurrierenden Paketen innerhalb von P gepackt sind. Eine Kollektion von Wissenselementen, die diesem Prinzip genügt, wird lokal-konsistent genannt.

Dieses Prinzip reflektiert einerseits die Tatsache, daß Methoden, die die globale Konsistenz großer Wissensbasen garantieren sollen, vom Berechnungsaufwand her intractabel sein können. In dieser Hinsicht intendiert es, Konsistenzprüfungen auf wohldefinierte Teilmengen von Wissenselementen zu beschränken, die bei jeder inkrementellen Erweiterung einer WB vorzunehmen sind. Auf der anderen Seite erlaubt es die Modellierung "alternativer Welten" mit tolerierten Inkonsistenzen innerhalb einer Wissensbasis. Gemäß diesem Prinzip dürfen P2 und P3 in Abb. 3.1 inkonsistente Wissenselemente enthalten, nicht aber P3 und P4.

Die drei Prinzipien über die Organisation von Wissen beschreiben, wie eine Kollektion von Wissenselementen auf Basis der Enthaltensein-Relation von Mengen strukturiert werden kann, wobei die Zuordnung der

Wissenselemente zu Paketen Vorgaben gemäß des zweiten und dritten Prinzips erfüllen muß. Im folgenden wird beschrieben, wie Wissen einer WB, die die obigen Strukturierungsprinzipien erfüllt, einem WBS zugänglich gemacht wird. Dabei werden statische und dynamische Zugangsbedingungen unterschieden.

## 3.2 Prinzipien über statische Zugangsbedingungen

### 3.2.1 Prinzip der Erwählbarkeit von Wissens-elementen

Die zu einem Paket P gehörenden Wissens-elemente sind für den Einsatz durch das WBS erwählbar, wenn ihr Paket P oder ein Paket innerhalb von P als ZUGÄNGLICH markiert sind, aber nur soweit sie nicht auch zu einem Paket innerhalb des als ZUGÄNGLICH markierten Pakets gehören. Alte Wissens-elemente, die separat von dem als ZUGÄNGLICH markierten Paket gepackt sind, sind nicht erwählbar. Erwählbare Wissens-elemente werden als SICHTBAR bezeichnet.

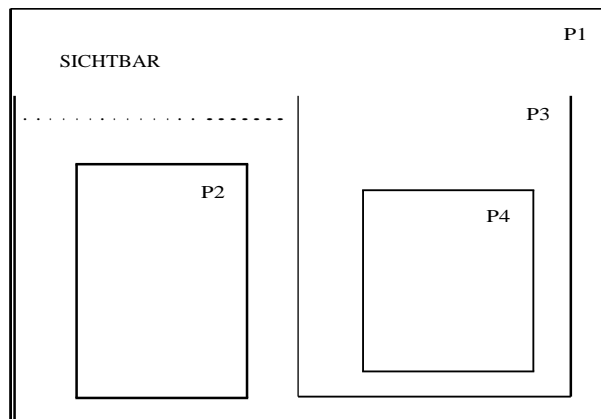


Abbildung 3.2

In Abb. 3.2 symbolisiert der doppelte Rahmen von P1, daß P1 augenblicklich als ZUGÄNGLICH markiert ist. Das heißt, die Kollektion der Wissens-elemente in P1, aber nicht in P2 oder P3, ist SICHTBAR. In

Abb. 3.3 ist P3 als ZUGÄNLICH markiert, das heißt, die Wissens-elemente in P3 und im umgebenden Paket P1 sind SICHTBAR. Die Wissens-elemente in P2 und P4 sind bei der dargestellten Zugangsbedingung nicht zum Einsatz durch das WBS erwählbar.

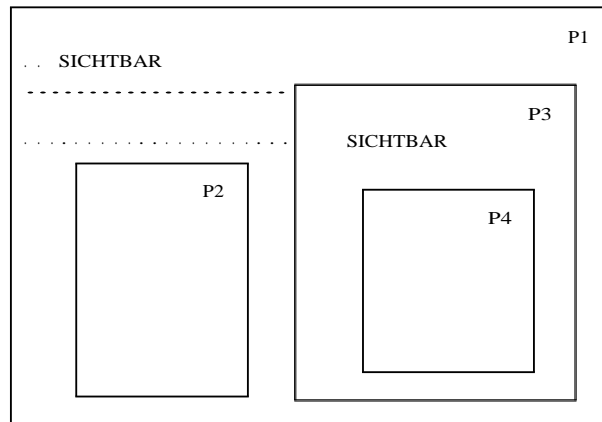


Abbildung 3.3

### 3.2.2 Prinzip des Einzelzugangs zu gepacktem Wissen

Zu jeder Zeit darf nur ein Paket als ZUGÄNLICH markiert sein.

Die Aussage dieses Prinzips erscheint restriktiv, ist aber aus Gründen der Verträglichkeit aller Prinzipien mit den intendierten Eigenschaften eines WBS erforderlich. Die Möglichkeit eines "multiplen Zugangs" wird hier zunächst nicht diskutiert. Diesbezüglich sei nur soviel bemerkt, daß es ohne das Prinzip des Einzelzugangs einem WBS möglich wäre, auf das Wissen konkurrierender Wissenspakete zuzugreifen, wodurch das Prinzip der lokalen Konsistenz die intendierte Wirkung verlöre; es wären dann Inkonsistenzen im Bereich des SICHTBAREN Wissens möglich (siehe Abschnitt 3.5.4).

## 3.2.3 Prinzip der Erreichbarkeit von Wissen

Wenn einem als ZUGÄNGLICH markierten Paket P Wissens-elemente angehören, die auch zu einem Paket Q innerhalb von P gehören, dann ist die Menge der Wissens-elemente von Q (oder kurz: das Paket Q) ERREICHBAR. Eine Kollektion von Wissens-elementen, die separat von dem als ZUGÄNGLICH markierten gepackt ist, ist NICHT ERREICHBAR.

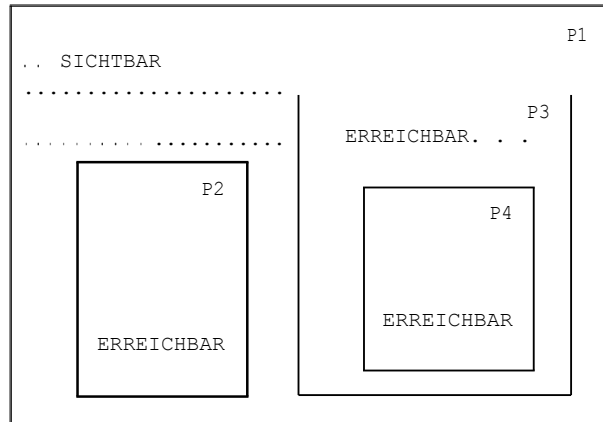


Abbildung 3.4

In Abb. 3.4 ist P1 als ZUGÄNGLICH markiert, somit sind P2, P3 und P4 ERREICHBAR. In Abb. 3.5 ist P3 als ZUGÄNGLICH markiert; hier ist nur P4 ERREICHBAR, P2 ist jetzt nicht ERREICHBAR (und auch nicht SICHTBAR). Dieses Prinzip schreibt Wissens-elementen, die innerhalb des als ZUGÄNGLICH markierten Pakets gepackt sind, eine Sonderrolle zu, die in einer dynamischen Zugangsbedingung (3.3.1) reflektiert ist.

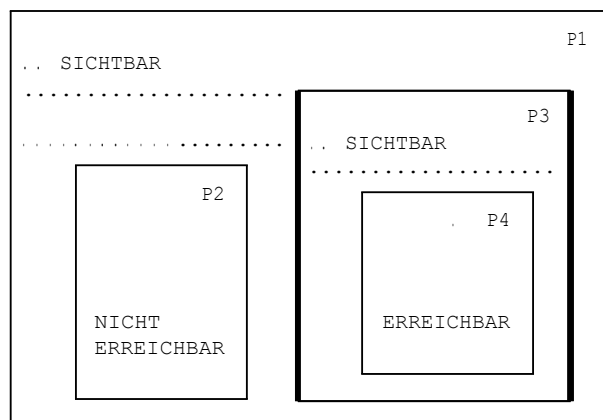


Abbildung 3.5



Insgesamt werden statische Zugangsbedingungen in diesen drei Prinzipien dadurch charakterisiert, daß der Begriff zugänglichen Wissens in die Begriffe SICHTBAREN und ERREICHBAREN Wissens unterteilt wird.

### 3.3 Prinzipien über dynamische Zugangsbedingungen

Dynamische Zugangsbedingungen betreffen die Art und Weise, wie die ZUGÄNLICH-Markierung innerhalb einer strukturierten WB verschoben wird. Grundsätzlich ist davon auszugehen, daß hierfür eine globale Instanz des WBS maßgebend ist, die für die Ablaufsteuerung, Ausführung von Problemlöseoperationen, Auswahl von Zielen, Konfliktauflösung etc. zuständig ist. Diese Instanz entscheidet über die schließlichen Aktionen des WBS bei der Bearbeitung einer Aufgabe, was Entscheidungen über die Auswahl bestimmten Wissens der WB zum Einsatz bei der Aufgabe einschließen kann. Die WB selbst kann dagegen nur - möglicherweise konkurrierende - Aktionsmöglichkeiten unterstützen. Jedoch verkörpert die Weise, wie eine WB strukturiert ist und welche Wissens Elemente in Paketen zusammengefaßt sind, eine Form Lokaler Kontrolle, die die Form und Reihenfolge, in der der Wissenszugang erfolgen kann, einschränkt. Hierauf richtet sich das erste Prinzip über dynamische Zugangsbedingungen.

#### 3.3.1 Prinzip des strukturabhängigen Wissenszugangs

wenn sich die Bearbeitung einer Aufgabe (Erfüllung eines Ziels) auf der Basis des gegenwärtig SICHTBAREN Wissens als erfolglos erweist, dann verschiebt sich die ZUGÄNLICH-Markierung auf eins der Pakete, die als nächstes ERREICHBAR sind.

Dieses Prinzip räumt dem Fokussieren auf das Wissen innerhalb eines Pakets Vorrang ein gegenüber dem Versuch, konkurrierende Pakete

zugänglich zu machen, was dann motiviert ist, wenn ein bestimmter Bereich von Wissen überhaupt als relevant erkannt wurde. Reicht dann das bisher SICHTBARE Wissen zur Bearbeitung der aktuellen Ziele nicht aus, wird spezielleres Wissen innerhalb dieses Bereichs zugänglich gemacht (sofern solches existiert). Dabei verändern sich die Zugangsbedingungen der WB; der SICHTBARE Bereich vergrößert sich, während der ERREICHBARE Bereich progressiv kleiner wird (vgl. Abb. 3.4 und 3.5), was den Ausdruck "fokussieren" rechtfertigt. (Die Frage, was geschehen soll, wenn die Ressourcen eines Pakets ausgeschöpft sind und konkurrierendes Wissen verfügbar ist, wird später diskutiert.) - Eine andere Form, die Zugangsbedingungen zu ändern, betrifft explizite Hinweise, die aus einer Aufgabenbeschreibung erhältlich sind, und ist im folgenden Prinzip reflektiert.

### 3.3.2 Prinzip des schlüsselwortabhängigen Wissenszugangs

Ein Mittel, ein Paket bereichsspezifischen Wissens als ZUGÄNLICH zu markieren, ist das Auffinden bestimmter Begriffswörter (oder irgendwelcher Symbole), die direkt mit Wissens-elementen in diesem Paket assoziiert sind. Ein solches Wort wird Schlüsselwort genannt.

Dieses Prinzip sieht vor, das für die Kommunikation mit dem WBS signifikante Vokabular (Begriffsbezeichner) denjenigen Paketen der WB zuzuordnen, deren Wissens-elemente in unmittelbarer Beziehung zu den bezeichneten Begriffen stehen (in denen z.B. Aussagen über diese Begriffe gemacht werden). Es ermöglicht eine Form "inhaltsadressierten" Zugangs zu relevantem Wissen durch Wörter oder andere Symbole, die in der Kommunikation einer Aufgabe verwendet werden. Dieser Interaktion zwischen Begriffswörtern und Wissens-elementen wird damit eine zentrale Vermittlerrolle beim Wissenszugang zugeschrieben, die auch für die Auswahl zwischen konkurrierenden Wissenspaketen von Bedeutung sein kann. - Die Zugangsbedingungen sollen sich jedoch nicht ändern, solange die Bearbei-

tung einer Aufgabe auf Basis des aktuell SICHTBAREN Wissens erfolgreich fortgesetzt werden kann. Dies reflektiert das letzte Prinzip:

### 3.3.3 Prinzip der Persistenz von Zugangsbedingungen

Nach der Erfüllung eines Ziels bleibt die gegenwärtige ZUGÄNLICH-Markierung erhalten (persistiert), als Ausgangsbedingung für die Partitionierung der WB, wenn das nächste Ziel gesetzt wird.

## 3.4 Diskussion der Prinzipien

### a) Allgemeine Bemerkungen

Die Tätigkeit eines wissensbasierten Systems (WBS) wurde in den vorangehenden Abschnitten abstrakt mit "Aufgaben bearbeiten" beschrieben. Konkret kann das heißen: Anfragen beantworten, Theoreme beweisen, Probleme Lösen, Zustände eines Weltmodells ändern usw. Dazu benutzt das WBS Wissen, das - wie hier immer angenommen wird - von seinen ausführenden Instanzen (die allgemeine Schlußweisen etc. umfassen; vgl. Abschnitt 1.2) getrennt in einer Wissensbasis (WB) aufbewahrt wird. Ferner wird hier angenommen, daß das Wissen aus Wissens-elementen besteht, die logische Aussagen, Regeln, Methoden, etc. betreffen können und in einem geeigneten Formalismus repräsentiert sind. Dabei wird das Auffinden des jeweils geeigneten Stücks Wissen als ein Kernproblem des Wissens-einsatzes gesehen (vgl. das "Nadel-im-Heuhaufen-Problem" im Einführungskapitel); das Absuchen der gesamten WB nach geeignetem Wissen mittels pattern matching erscheint für große und komplexe Wissensbestände nicht gangbar.

Aus diesem Grund wird in der vorliegenden Betrachtung zentrales Augenmerk auf den Wissenszugang gelegt, wobei in Anlehnung an die empiri-

sche Studie eine Wissensbasis als eine strukturierte Menge von Wissens-  
 elementen aufgefaßt wird. Die empirischen Befunde ließen eine Reihe von  
 Aussagen über kognitive Leistungen des Menschen extrapolieren, die seine  
 Fähigkeit betreffen, auf der Basis eines enormen Repertoires an Wissens-  
 elementen zu handeln, ohne den Überblick zu verlieren. Ein charakteri-  
 stisches Merkmal menschlicher Intelligenz zeigt sich in der dynamischen  
 Aufteilung des Wissens in "sichtbare" und "nicht sichtbare" Teile  
 dergestalt, daß der sichtbare Teil (im Idealfall) das gerade benötigte  
 Wissen verfügbar macht und klein genug ist, um mit erbringbarem Aufwand  
 eingesetzt werden zu können. Die oben vorgelegten Prinzipien stellen den  
 ersten Schritt dar, ein entsprechendes Modell der "intelligenten" Orga-  
 nisation von Wissensbeständen in künstlichen Systemen zu konzipieren.

Hierbei ist noch zu klären, inwiefern das entwickelte Strukturie-  
 rungskonzept auf "semantischen Kriterien" beruht. Kurz gesagt geht es um  
 die Strukturierung eines Wissensbestandes selbst, ohne daß auf bestimmte  
 Algorithmen und Datenstrukturen zur Kodierung des Wissens bezuggenommen  
 wird. Folglich sind Strukturierungskriterien im Rahmen einer Theorie der  
 Wissensorganisation und nicht auf der Ebene formaler Darstellungsmittel  
 zu entwerfen. Zusätzliche Maßnahmen auf syntaktischer Ebene könnten  
 hinzukommen, z.B. dadurch, daß eine WB als Konnektionsgraph Logischer  
 Formeln repräsentiert wird (Kowalski, 1975) oder daß eine Restriktions-  
 strategie wie die set-of-support-Strategie zur Effizienzsteigerung eines  
 Theorembeweisers eingesetzt wird (Wos, Overbeek, Lusk & Boyle, 1984);  
 ähnlichen Zielen dient auch der RETE-Algorithmus für Produktionsregel-  
 Interpreter (Forgy, 1982). Wie Levesque & Brachman (1986) klarstellen,  
 betreffen solche Maßnahmen nicht die Wissens-, sondern die Kodierungs-  
 ebene; sie wurden im Gebiet des "automated reasoning" weitestgehend un-  
 tersucht und sind unabhängig von dem hier betrachteten Strukturierungs-  
 konzept nutzbar. Die Ausarbeitung der Prinzipien ist daher auch ohne die

Festlegung auf eine Beschreibungssprache für Wissenselemente erfolgt. Es wurde einzig vorausgesetzt, daß sie in einer dem WBS angemessenen Beschreibung vorliegen, wobei es durchaus denkbar ist, daß in verschiedenen Paketen unterschiedliche Beschreibungssprachen für Wissenselemente verwendet werden (sofern das WBS damit umgehen kann).

Die Strukturierung eines Wissensbestandes erfordert die Zusammenfassung von Wissenselementen zu Mengen, die spezifische Bereiche des Gesamtwissens abgrenzen. Hierfür kommen "Logisch-exakte" Methoden nicht in Frage. Stattdessen werden Kriterien der Bedeutung von Wissenselementen für Aufgabenbereiche, also semantische Kriterien heranzuziehen sein; als Schlagworte seien hier "inhaltlich abgegrenzt", "kontextspezifisch", "thematisch verwandt" genannt. Möglicherweise kommen des weiteren pragmatische Kriterien in Betracht, sofern ein vorgesehener Gebrauch des Wissens eine Rolle spielt, oder auch heuristische Kriterien, die dann als "Heuristik zur Wissensakquisitionszeit" zu deuten wären. Diese Maßnahmen richten sich auf eine von aktuellen Aufgaben unabhängige, persistente Strukturierung der Wissensbasis, die einzig bei der Wissensakquisition oder -reorganisation geändert werden kann. Sie betreffen Zuordnungen von Wissenselementen zu Paketen ebenso wie Festlegungen, wie einzelne Pakete untereinander in Beziehung stehen.

In einer Wissensrepräsentation wird ein Wissensbestand in einer für ein konkretes WBS geeigneten symbolischen Form kodiert. Ein Repräsentationsschema nimmt auf Wissen abstrakt Bezug (es wird kein konkreter Wissensbestand betrachtet), macht aber konkrete Festlegungen bezüglich der Form, in der das Wissen kodiert und verarbeitet werden soll. Auf noch abstrakterer Ebene legen die neun Prinzipien Richtlinien für die Spezifikation eines Repräsentationsschemas fest, die den auf Wissens-ebene identifizierten Strukturierungskriterien und damit verbundenen

Formen des Wissenszugangs Rechnung tragen. Weitergehende Festlegungen bezüglich der Kodierung von Wissens-elementen, des Verarbeitungsmodells etc. werden nicht zuletzt deshalb offengelassen, um später konkrete Repräsentationsschemata hinsichtlich ihrer Möglichkeiten zur Strukturierung von Wissensbeständen anhand der Prinzipien einordnen zu können. Es ist denkbar, daß zusätzliche Prinzipien noch formuliert werden könnten, und umgekehrt, daß im Einzelfall nicht jedes der Prinzipien in einer Implementierung tatsächlich realisiert wird.

#### b) Bemerkungen zu den Prinzipien über die Wissensorganisation

Das Prinzip 3.1.1 des Packens von Wissens-elementen reflektiert den empirischen Befund, daß Wissen nach bereichsbezogenen Kriterien gruppiert (semantisch lokalisiert) erscheint und daß sich innerhalb eines Wissensbereichs u.U. noch spezielle Teilbereiche abgrenzen lassen, die nur für einige der Aufgaben, die über dem Wissensbereich bearbeitbar sind, herangezogen werden müssen. Die "gehört-zu"-Relation wurde eingeführt, um spätere Aussagen über den Wissenszugang auf die Zuordnung von Wissens-elementen zu Paketen beziehen zu können.

Das Prinzip 3.1.2 konkurrierenden Wissens drückt aus, daß verschiedene Pakete in einem Wettstreit um den Einsatz in einer aktuellen Aufgabensituation stehen können, wobei nur jeweils eins zum Zuge kommen kann; dies garantieren die Prinzipien 3.2.1 (Erwählbarkeit von Wissens-elementen) und 3.2.2 (Einzelzugang zu gepacktem Wissen). Hier sind zwei Fälle zu unterscheiden. (1) Einmal können dies Pakete ganz verschiedenartigen Wissens sein, das in einer WB vorhanden ist, z.B. Wissen zur Lösung von Gleichungssystemen vs. Wissen zur Diagnose von Krankheiten. Innerhalb eines Wissensbestandes zur Krankheitsdiagnose könnten wiederum semantische Lokalitäten nach Herz- oder Leberkrankheiten unterschieden werden

usf. Der Wettstreit würde hier danach entschieden werden, welches Paket das allein geeignete Wissen zur Bearbeitung einer Aufgabe aus einem der Bereiche zur Verfügung stellt. (2) Im anderen Fall könnten z.B. innerhalb eines Pakets, das Wissen zur numerischen Lösung von Gleichungssystemen enthält, verschiedene Lösungsverfahren in Konkurrenz stehen, die beide für den gleichen Aufgabenbereich relevant sind. Abhängig von speziellen Daten des Gleichungssystems könnten aber die Verfahren unterschiedlich gut geeignet sein (z.B. hinsichtlich ihrer Konvergenz), so daß das im Einzelfall (etwa aufgrund einer Bewertung der Aufgabendaten) als besser eingeschätzte Verfahren die Konkurrenz "gewinnen" sollte. Wenn nach entschiedenem Wettstreit eins der Pakete als ZUGÄNGLICH markiert ist, wird darin ggfs. gepacktes Wissen aufgrund der Prinzipien 3.2.3 (Erreichbarkeit von Wissen) und 3.3.3 (Persistenz von Zugangsbedingungen) gegenüber konkurrierendem Wissen bevorzugt.

Das Prinzip 3.1.3 der lokalen Konsistenz<sup>1</sup> hat zwei unterschiedliche Intentionen: (1) die Konsistenz einer WB (partiell) zu erhalten und (2) die Möglichkeit, inhärent inkonsistentes Wissen darzustellen.

(1) Die gesamte Kollektion von Wissens-elementen einer WB kann als ein großes Paket aufgefaßt werden; bei Erfülltsein des Prinzips 3.1.3 wäre die WB somit lokal-konsistent. Hiermit steht eine schwächere Konsistenzforderung als die einer WB-globalen Konsistenz zur Verfügung. Dies wurde mit einem geringeren Aufwand für Konsistenzprüfungen motiviert; die Konsistenzforderung richtet sich nur auf Mengen von Wissens-elementen, die gemeinsam SICHTBAR werden können (vgl. Prinzip 3.2.1). Es kann allerdings auf dieser Basis keine Reduktion der Berechnungskomplexität für Konsistenzprüfungen erzielt werden. Dagegen kann der Aufwand dadurch

---

<sup>1</sup> Formal wird dieser Begriff in Abschnitt 3.5.4 untersucht.

eingeschränkt werden, daß die Anzahl zu vergleichender Wissens-elemente verringert wird, da die Wissens-elemente in konkurrierenden Paketen für lokale Konsistenz nicht zueinander in Beziehung gesetzt werden müssen. Die folgende Betrachtung zweier Extremfälle macht dies deutlich.

Fall 1: Betrachtet werde eine WB, die  $n$  ineinandergeschachtelte Wissenspakete  $P_1, P_2, \dots, P_n$  enthält, wobei  $P_1$  alle anderen umfaßt (siehe Abb. 3.6). Das Prinzip der lokalen Konsistenz läßt unvereinbare Wissens-elemente einzig dann zu, wenn sie in konkurrierenden Paketen gepackt sind, d.h. im betrachteten Fall müssen alle Wissens-elemente miteinander vereinbar sein. Der Einfachheit halber sei angenommen, daß jedem Paket  $P_i$  eine Anzahl von  $k$  Wissens-elementen angehört, die nicht in einem Paket  $P_j$  ( $j > i$ ) gepackt sind. Ferner sei angenommen, daß der Aufwand für die Konsistenzprüfung einer Menge  $M$  von Wissens-elementen eine Funktion ihrer Anzahl  $|M|$  ist: Aufwand =  $f(|M|)$ . Dann beträgt der Aufwand zur Überprüfung der lokalen Konsistenz der WB hier  $f(nk)$ ;  $nk$  ist die Gesamtzahl der Wissens-elemente der WB.

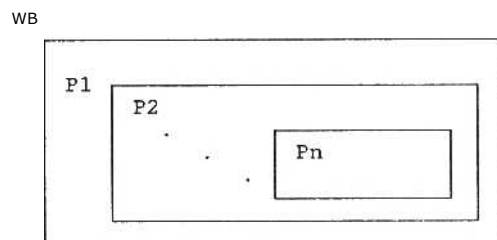


Abbildung 3.6

Fall 2: Als anderer Extremfall sei jetzt eine WB betrachtet, die in  $n$  separate Pakete  $P_1, \dots, P_n$  zerfällt (siehe Abb. 3.7). Vereinfachend enthalte wieder jedes Paket  $k$  Wissens-elemente. Da in diesem Fall die



überprüfung der lokalen Konsistenz nur auf jedes Paket für sich bezogen werden muß, ist der Gesamtaufwand hier  $n f(k)$ .

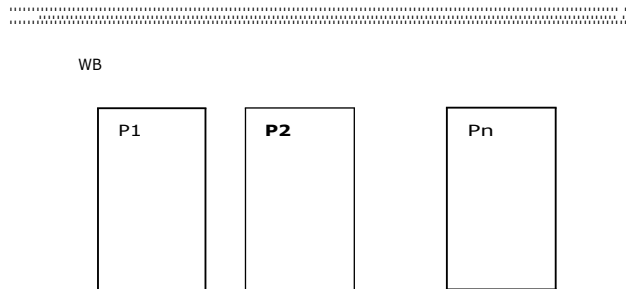


Abbildung 3.7

Unter der Annahme, daß der Aufwand  $f$  zur Konsistenzprüfung einer Menge von Wissens-elementen nicht-Linear von ihrer Anzahl abhängt, ergibt der Vergleich von Fall 1 und Fall 2 für großes  $n$ :  $n f(k) \ll f(nk)$ . Diese Überlegung zeigt, daß Wissensbasen mit weniger tief geschachtelten und mehr konkurrierenden Paketen günstigeren Aufwand zur Prüfung der lokalen Konsistenz erwarten lassen. Mit wachsender Schachtelungstiefe wächst der Aufwand und erreicht im Extremfall das gleiche Maß wie für eine unstrukturierte Wissensbasis.

(2) Das Prinzip der lokalen Konsistenz ist nicht unbedingt darauf gerichtet, Inkonsistenzen zu vermeiden, sondern im Gegenteil dort zu tolerieren, wo sie einem Gegenstandsbereich inhärent sind- Ats Motivation dafür seien das Teilchenmodell und das Wellenmodell in der Physik angeführt, die als alternative Modelle für den Bereich mikroskopischer Erscheinungen eingesetzt werden. Das eine Modell wird zugrunde gelegt, um Phänomene wie die Emission und Absorption mikroskopischer Teilchen (z.B. Elektronen) zu beschreiben, das andere zur Beschreibung der Ausbreitung von Wirkungen. Die Inkonsistenz der beiden Modelle besteht darin, daß Teilchen als lokalisiert, unteilbar und unzerstörbar darge-

stellt werden, während Wellen als ausgedehnte Erscheinungen beschrieben werden; sie können zerlaufen und sich durch Interferenz gegenseitig auslöschen. Auch die benötigten Methoden unterscheiden sich; z.B. können Teilchenbahnen durch gewöhnliche, Wellenpakete durch partielle Differentialgleichungen berechnet werden. Für sich genommen ist jedoch jedes Modell konsistent und erlaubt mit der meßbaren Realität übereinstimmende Vorhersagen. Welches der beiden Modelle jeweils herangezogen wird, kann hier vom betrachteten Phänomenbereich klar entschieden werden, und die Vereinbarkeit beider Modelle miteinander erscheint eine unnötige Forderung. Wenn die Annahmen und Methoden für die beiden alternativen Modelle in konkurrierenden Paketen repräsentiert würden, wäre die Forderung einer lokalen Konsistenz erfüllbar.

### c) Bemerkungen zu den Prinzipien über Zugangsbedingungen

Die Prinzipien 3.2.1 und 3.2.3 über statische Zugangsbedingungen machen Aussagen über die Einsetzbarkeit von Wissens-elementen bei einer gegebenen ZUGÄNLICH-Markierung (über deren Zustandekommen hier nichts ausgesagt wird.) Erwählbares Wissen wurde in Prinzip 3.2.1 anschaulich als (für das WBS) SICHTBAR bezeichnet, wobei sich die Eigenschaft SICHTBAR auf alle das ZUGÄNLICHE Paket umfassenden Pakete erstreckt.<sup>2</sup> Die Eigenschaft ERREICHBAR erstreckt sich auf alle vom ZUGÄNLICHEN Paket eingeschlossenen Pakete. Alle Wissens-elemente, die bei einer gegebenen ZUGÄNLICH-Markierung NICHT SICHTBAR sind, werden vom WBS bei Anwendbarkeitsprüfungen ignoriert.

---

<sup>2</sup>Dies erinnert an den Gültigkeitsbereich von Vereinbarungen in strukturierten Programmen, z.B. bei der Blockstruktur in ALGOL, jedoch werden bei überlappenden Paketen allgemeinere Betrachtungen notwendig (siehe dazu Abschnitt 3.5.3).

Zur Motivation stelle man sich ein Paket mit Methoden zur Lösung von Gleichungen vor. Ist ein darin enthaltenes Teilpaket für Differentialgleichungen als ZUGÄNLICH markiert, also für das WBS SICHTBAR, sollen auch die im umgebenden Paket unterzubringenden Basismethoden (zur Auflösung einer Gleichung nach einer Variablen etc.) SICHTBAR sein. Umgekehrt sollen Pakete mit speziellen Methoden für die Vielzahl verschiedener Typen von Differentialgleichungen bei Bedarf ebenso ERREICHBAR sein wie darin ggfs. enthaltene Pakete mit Methoden für verschiedene Unterfälle dieser Typen. Das Prinzip des Einzelzugangs (3.2.2) dient dabei einerseits der Abgrenzung einer Menge von Wissen, mit der eine Aufgabenbearbeitung angegangen werden soll; in Verbindung mit Prinzip 3.1.3 stellt es andererseits sicher, daß jeweils mit konsistenten Teilmengen eines Wissensbestandes gearbeitet wird.

Für das Zustandekommen von ZUGÄNLICH-Markierungen sind die Prinzipien über dynamische Zugangsbedingungen maßgeblich. Man hat sich vorzustellen, daß die WB zum Zeitpunkt der Kommunikation einer Aufgabe an das WBS in "neutralem Zustand" ist, d.h. das äußerste Paket ist als ZUGÄNLICH markiert und alle inneren Pakete sind ERREICHBAR. Reicht das dann SICHTBARE Wissen für die Aufgabenbearbeitung nicht aus, wird gemäß des Prinzips 3.3.1 die ZUGÄNLICH-Markierung verschoben. Falls mehrere (konkurrierende) Pakete als nächstes ERREICHBAR sind, muß wegen des Prinzips 3.2.2 eins davon ausgewählt werden. Verschiedene Möglichkeiten, ein Paket als ZUGÄNLICH zu markieren, sind weiter unten zusammengefaßt.

Alle drei Prinzipien über dynamische Zugangsbedingungen richten sich darauf, die Suche nach geeignetem Wissen einzuschränken. Die Intention des Prinzips 3.3.1 des strukturabhängigen Wissenszugangs ist es, daß nur in solche Pakete "hineingesucht" wird, in denen adäquates Wissen zu "erwarten" ist. Für die Organisation von Wissensbeständen bedeutet dies,

daß alles kodierte Wissen eines thematisch abgegrenzten Bereichs (z.B. Wissen über die Lösung von Differentialgleichungen) in einem - [ggfs. in](#) sich strukturierten - Paket zusammengefaßt werden sollte.

Die Frage ist, was geschehen soll, wenn ein innerstes Paket erreicht wurde und sich sämtliche SICHTBAREN Wissens-elemente als nicht anwendbar erweisen, aber konkurrierendes Wissen noch verfügbar ist. Die Prinzipien machen für diesen Fall keine Festlegungen. Falls gewünscht, würde Backtracking der ZUGÄNLICH-Markierung entlang der Wissenspaketstruktur (d.i. die Schachtelungsstruktur der Pakete) die totale Traversierung einer WB erlauben. In diesem Fall könnte der Vorteil einer gut strukturierten WB gegenüber einer unstrukturierten darin liegen, daß größere Chancen bestehen, ein anwendbares Wissens-element - sofern vorhanden - schnell zu finden. Falls jedoch kein anwendbares Wissen vorhanden ist, würde das Suchverfahren bei einer großen WB schnell ausufern. Es wäre deshalb zu erwägen, Backtracking nicht über ein festzulegendes Paket hinaus zuzulassen, um zu verhindern, daß etwa bei der Bearbeitung einer Gleichungslösung schließlich auch in einen Wissensbereich über Herzkrankheiten hineingesucht wird. Hierdurch könnte jedoch die Vollständigkeit von allgemeinen Lösungsverfahren eines WBS in Frage gestellt sein; falls nämlich in einem bei beschränkter Traversierung der WB nicht erreichbaren Paket doch geeignetes Wissen vorhanden wäre, würde eine Aufgabebearbeitung trotz vorhandenen Wissens scheitern. Allerdings sollte in einem solchen Fall eher die gegebene Organisation der WB kritisiert werden als das Verfahren des Wissenszugangs.<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup>Eine Reorganisation der WB wäre zu erwägen, wenn bei uneingeschränktem Backtracking - etwa in Testphasen - anwendbares Wissen gefunden wird, das bei eingeschränktem Backtracking nicht erreichbar ist.

Das Prinzip 3.3.2 des schlüsselwortabhängigen Wissenszugangs erlaubt es, bereits bei der Kommunikation einer Aufgabe an das WBS einem inneren Paket die ZUGÄNGLICH-Markierung zuzuteilen, und zwar dadurch, daß ein Wort oder Symbol der Aufgabenbeschreibung als inhaltlicher Hinweis auf einen zuständigen Wissensbereich verstanden wird. (Das heißt, den Paketen wären geeignete Schlüsselwortlisten zuzuordnen.) Hiermit wird eine einfache Form inhaltsadressierten Wissenszugangs realisiert; allgemeinere Formen wären denkbar, sollen hier aber nicht diskutiert werden. Wichtig ist, daß beim schlüsselwortabhängigen Wissenszugang die Anwendbarkeit von Wissens-elementen von vornherein nur in dem Bereich geprüft werden muß, der relativ zu dem Paket, dem das Schlüsselwort zugeordnet ist, SICHTBAR ist. Je tiefer in der Wissenspaketstruktur dieses Paket liegt, desto größer ist die gegenüber strukturabhängigem Wissenszugang eingesparte Suche nach dem geeigneten Stück Wissen.

Das Prinzip 3.3.3 der Persistenz von Zugangsbedingungen ist ebenfalls ein Mittel der Zuteilung der ZUGÄNGLICH-Markierung; sie bleibt nämlich - in der Erwartung, daß das momentan SICHTBARE bzw. ERREICHBARE Wissen auch für das nächste (Unter-)Ziel relevant ist - erhalten. Damit beeinflußt die "Geschichte" einer Aufgabenbearbeitung durch das WBS die Art und Weise, wie die neuen Daten verarbeitet werden, was zumindest solange erfolgsversprechend ist, wie kein Bruch in der Kohärenz auftritt (sonst würde Backtracking der ZUGÄNGLICH-Markierung erforderlich). Diese Eigenschaft kann als "Voreinstellung" eines Kontexts gedeutet werden. Im Einzelfall wäre ggfs. zu diskutieren, ob nach Beendigung einer Aufgabenbearbeitung wieder neutrale Zugangsbedingungen (durch Zurücksetzen der ZUGÄNGLICH-Markierung auf das äußerste Paket) hergestellt werden sollen.

Im folgenden sind einige Gründe aufgeführt, aus denen ein Paket als ZUGÄNGLICH markiert sein kann (jede der Alternativen kann bei der Aus-

wahl zwischen konkurrierenden Paketen beteiligt sein):

- weil es die ZUGÄNLICH-Markierung bei Traversierung der WB entlang der Wissenspaketstruktur erhalten hat (eine Reihenfolge, in der miteinander konkurrierende Pakete besucht werden, wäre ggfs. nach inhaltlichen Gesichtspunkten festzulegen);
- weil es bei Traversierung der WB als nächstes ERREICHBAR war und die ZUGÄNLICH-Markierung aufgrund erfüllter Eingangsbedingungen (das soll heißen: Bedingungen, die für alle Wissens-elemente des Pakets erfüllt sein müssen) erhalten hat;
- weil es die ZUGÄNLICH-Markierung aufgrund von in der Aufgabenbeschreibung vorkommenden Schlüsselworten, die dem Paket zugeordnet sind, erhalten hat (Prinzip 3.3.2);
- weil es die ZUGÄNLICH-Markierung nach erfolgreicher Bearbeitung der Letzten (Teil-)Aufgabe immer noch hat (Prinzip 3.3.3);

weil diese ZUGÄNLICH-Markierung bei der Kommunikation einer Aufgabe an das WBS direkt angegeben wurde (hierdurch ist es - wie auch durch Schlüsselwörter - möglich, bestimmte Zugangsbedingungen unabhängig von der gegebenen Hierarchie der Wissenspakete herbeizuführen).

Mit dem Konzept des Zugangsgraphen wird in Abschnitt 2.6 ein Instrument eingeführt, mit dem sich die Zugangsbedingungen einer gegebenen Wissenspaketstruktur übersichtlich darstellen lassen. Zunächst werden jedoch in Abschnitt 2.5 die Mittel bereitgestellt, mit denen sich Wissenspaketstrukturen formal beschreiben lassen. Dabei wird auch der - zunächst ausgeklammerte - Fall überlappender Pakete einbezogen.

## 3.5 Formale Beschreibung von Wissenspaketstrukturen

### 3.5.1 Das Basismodell

Mit "Struktur" ist bisher informell die Art und Weise, wie die Wissens-elemente einer Wissensbasis in Beziehung stehen, bezeichnet worden. Der informelle Begriff "Wissensstruktur" soll nun mit mengensprachlichen Mitteln präzisiert werden; dies wird zur formalen Definition des in den vorhergehenden Abschnitten motivierten Begriffs einer "Wissenspaketstruktur" führen. Eine Wissensbasis  $WB^1$  wird als Menge von Wissens-elementen aufgefaßt. Bestimmte ausgezeichnete Teilmengen  $P$  von  $WB$  werden Wissenspakete oder kurz: Pakete genannt werden. Zur Angabe, daß ein Wissens-element  $w$  zu einem Paket  $P$  gehört, wird  $w \in P$  geschrieben.

Eine Wissensbasis, die in eine Menge von Paketen parzelliert ist, ist nach dieser Auffassung ein Mengensystem (eine Menge von Mengen). Zwischen den Mengen eines Mengensystems kann die Relation des Enthalten-seins (Teilmengenbeziehung) bestehen, die wie üblich definiert wird:  $M \subset N$  gdw.  $\forall x (x \in M \Rightarrow x \in N)$ .  $M$  heißt echt enthalten in  $N$ ,  $M \subset N$ , gdw.  $M \subset N$  &  $M \neq N$ . Die Menge aller Teilmengen von  $WB$  ist beschrieben durch die Potenzmenge  $\mathcal{P}(WB) := \{M \mid M \subset WB\}$ . Für eine  $n$ -elementige Wissensbasis gibt es  $2^n$  solcher Teilmengen. I.a. ist nicht jede Teilmenge von  $WB$  ein Wissenspaket. Die Leere Menge  $\emptyset$  ist enthalten in jeder Menge, aber nicht notwendig Element eines Mengensystems.

Die Enthaltenseins-Relation " $\subset$ " ist reflexiv (d.h.  $\forall M: M \subset M$ ), transitiv (d.h.  $M_1 \subset M_2$  &  $M_2 \subset M_3 \Rightarrow M_1 \subset M_3$ ) und antisymmetrisch (d.h.  $M_1 \subset M_2$  &  $M_2 \subset M_1 \Rightarrow M_1 = M_2$ ). Somit legt sie eine partielle Ordnung auf dem Mengensystem  $\mathcal{P}(WB)$  fest, die Mengenordnung genannt wird.  $e(WB)$  ist

---

<sup>1</sup>Im folgenden ist "WB" immer als Name einer Wissensbasis zu verstehen.

die Trägermenge der Mengenordnung und  $C$  die Ordnungsrelation auf  $e(WB)$ ; abkürzend wird dafür  $(f(WB), C)$  geschrieben.

Wird die Ordnungsstruktur von  $\mathcal{G}(WB)$  auf eine Trägermenge  $T$ , die Teilmenge von  $e(WB)$  ist, eingeschränkt, so heißt  $(T, C)$  Teilordnung der Mengenordnung  $(f(WB), C)$ . Die Ordnungsstruktur von  $\sim(WB)$  überträgt sich auf  $T$ , d.h. für  $M, N \in T$  gilt  $M C N$ , falls  $M C N$  in  $\mathcal{G}(WB)$ .  $(T, C)$  ist selbst wieder eine Mengenordnung.  $G$  heißt größtes Element einer Mengenordnung  $(T, C)$  gdw.  $G \in T \ \& \ \forall M (M \in T \Rightarrow M C G)$ .  $MAX$  heißt ein maximales Element von  $(T, C)$  gdw.  $MAX \in T \ \& \ \forall M ((M \in T \ \& \ MAX C M) \rightarrow M = MAX)$ . Analog werden kleinstes Element  $K$  und minimales Element  $MIN$  definiert. Eine Mengenordnung kann mehrere maximale (minimale) Elemente, aber höchstens ein größtes (kleinstes) Element haben.

Eine Wissenspaketstruktur über einer Wissensbasis  $WB$  soll nun als Mengenordnung beschrieben werden, deren Elemente ausgezeichnete Mengen von Wissenselementen von  $WB$ : Wissenspakete sind. Hierfür ist eine Menge  $T \subset e(WB)$  von Wissenspaketen festzulegen - die Trägermenge - und eine partielle Ordnung auf der Trägermenge, die Teilordnung von  $(J^{\circ}(WB), C)$  ist. Gilt  $P C Q$ , so wird gesagt,  $P$  ist  $Q$  untergeordnet oder subordiniert und analog  $Q$  ist  $P$  übergeordnet oder superordiniert<sup>2</sup>. Zusätzlich wird gefordert, daß  $WB$  der Trägermenge  $T$  angehört. Insbesondere hat eine Wissenspaketstruktur als Mengenordnung dann ein größtes Element, nämlich das Paket  $WB$ . Ein kleinstes Element muß nicht existieren. Ferner soll kein Paket leer sein, d.h.  $0$  ist kein Element der Trägermenge. Aufgrund der Prinzipien 3.1.1 und 3.1.2 wird schließlich gefordert, daß je zwei Pakete aus  $T$  entweder einander subordiniert oder aber disjunkt sind. Disjunkte Pakete heißen entsprechend Prinzip 3.1.2 konkurrierend.

<sup>2</sup>über Kriterien, nach denen Wissenspakete zu bilden sind, soll an dieser Stelle nicht die Rede sein.



Zusammenfassend wird für das Basismodell von Wissenspaketstrukturen somit präzisiert:

(3.1)  $(T, C)$  ist eine Wissenspaketstruktur über einer Wissensbasis  $WB$ , wenn gilt:

1.  $(T, C)$  ist Teilordnung von  $(P(WB), C)$
2.  $0 \in T$
3.  $WB \in T$
4.  $P, Q \in T \Rightarrow P \subset Q \vee Q \subset P \vee P \cap Q = \emptyset$

Beispiel.

$T = \{P_1, P_2, P_3, P_4\}$  sei eine Menge von Paketen mit irgendwelchen Wissenselementen und mit den folgenden Subordinationen:  $P_2 \subset P_1$ ,  $P_3 \subset P_1$ ,  $P_4 \subset P_3$ . In diesem Fall ist also  $WB = P_1$ . Die Wissenspaketstruktur  $(T, C)$  ist formal eine Teilordnung der Mengenordnung  $(\mathcal{P}(P_1), C)$ . Sie ist durch das Mengendiagramm (Venn-Diagramm) in Abb. 3.8 veranschaulicht.

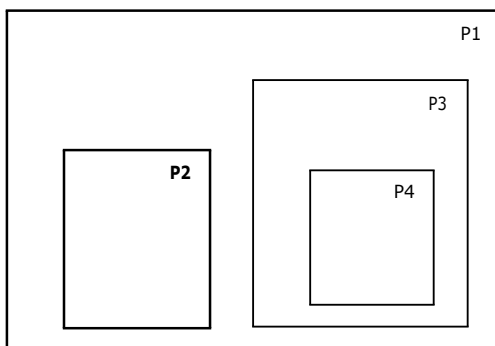


Abbildung 3.8

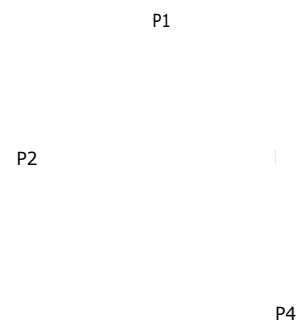


Abbildung 3.9

Wenn eine Wissensbasis aus einer endlichen Menge von Wissenselementen besteht, sind auch die Trägermengen von Wissenspaketstrukturen und damit die betrachteten Mengenordnungen endlich. Zu jeder endlichen Mengenordnung läßt sich ein Ordnungsdiagramm (Hasse-Diagramm) wie folgt

zeichnen. Jedes Element der Trägermenge wird durch genau einen Punkt der Zeichenebene wiedergegeben, wobei man (unter Zulassung seitlicher Verschiebungen)  $P_x$  unter  $P_y$  wählt, wenn  $P_x \subset P_y$  gilt. Liegen zwischen  $P_x$  und  $P_y$  keine weiteren Elemente, so wird  $P_x$  mit  $P_y$  durch einen Strich verbunden. Für das obige Beispiel einer Wissenspaketstruktur erhält man das in Abb. 3.9 wiedergegebene Ordnungsdiagramm.

Aus formalen Gründen sind noch die Begriffe der "Wissenspaketzuordnung" und der "direkten Subordination" (bzw. "direkten Superordination") einzuführen. Ein Wissenselement  $w$  heißt einem Paket  $P$  zugeordnet gdw.  $w \in P \ \& \ \exists Q (Q \subset P \ \& \ w \in Q)$ . Hierfür wird  $w \in > P$  geschrieben. Ein Paket  $P$  heißt einem Paket  $Q$  direkt subordiniert gdw.  $P \subset Q \ \& \ \neg \exists P' (P \subset P' \subset Q)$ ; analog heißt dann das Paket  $Q$  dem Paket  $P$  direkt superordiniert. Abkürzend wird dafür  $P \subset > Q$  geschrieben. Direkte Sub- bzw. Superordinationen werden gerade durch die Striche im Ordnungsdiagramm für eine Wissenspaketstruktur ausgedrückt.

Zusammenfassend gelten die folgenden Entsprechungen:

Begriff	formale Beschreibung
wissenspaket	Menge
wissenselement	Element
wissenspaketstruktur	Mengenordnung
gehört zu	" $\in$ "
zugeordnet	" $\in >$ "
subordiniert	" $\subset$ "
direkt subordiniert	" $\subset >$ "

Damit sind die Grundbegriffe für die formale Beschreibung von Wissenspaketstrukturen, nämlich "wissenselement", "wissenspaket", "wissens-

paketzuordnung", "direkte Sub- bzw. Superordination" und natürlich "Wissenspaketstruktur" selbst eingeführt. Um eine Wissenspaketstruktur zu spezifizieren, reicht es aus, eine Trägermenge  $T$  von Wissenspaketen mit den ihnen zugeordneten Wissens-elementen und eine Ordnung der Pakete mittels der direkten Sub- oder alternativ Superordination anzugeben. Durch die Gesamtmenge der den Paketen aus  $T$  zugeordneten Wissens-elemente ist implizit eine Wissensbasis  $WB$  festgelegt.

### 3.5.2 Sichtbarkeitsmenge und Erreichbarkeitsmenge

Die Spezifikation einer Wissenspaketstruktur legt fest, welche Wissens-elemente für ein WBS SICHTBAR bzw. ERREICHBAR sind, wenn ein Paket als ZUGÄNGLICH markiert ist (vgl. die Prinzipien in Abschnitt 3.2). Im folgenden sollen die Mengen sichtbarer und erreichbarer Wissens-elemente, bezogen auf jeweils ein Paket, formal angegeben werden. Unabhängig vom Zugänglichkeitszustand der Wissensbasis können diese Mengen als Eigenschaften der Pakete bei einer gegebenen Wissenspaketstruktur aufgefaßt werden, mit denen präzise Aussagen über die potentielle Zugreifbarkeit von Wissens-elementen formuliert werden können.

Ein Wissens-element  $w$  heißt von P aus sichtbar wenn  $w \in P$  oder  $w \in Q$  mit  $P \subset Q$ .

Ein Paket  $Q$  heißt von P aus direkt erreichbar, wenn  $Q \subset P$ . Ein Paket  $Q$  heißt von P aus erreichbar, wenn  $Q \subset P$ . Entsprechend heißen dann die Wissens-elemente in  $Q$  von  $P$  aus direkt erreichbar bzw. erreichbar. Mit "direkt erreichbar" ist der informelle Begriff "als nächstes erreichbar" aus Prinzip 3.3.1 präzisiert.

Die Erreichbarkeitsmenge  $E(P)$  eines Pakets  $P$  ist die Menge der von  $P$  aus erreichbaren Wissens-elemente;  $E(P) := \bigcup \{Q \mid Q \subset P\}$ . Hiermit kann

die Menge der einem Paket  $P$  zugeordneten Wissens-elemente wie folgt beschrieben werden:  $\{w \in W \mid w \in E(P)\} = P \setminus E(P)$ .

Die Sichtbarkeitsmenge  $S(P)$  eines Pakets  $P$  ist die Menge der von  $P$  aus sichtbaren Wissens-elemente;  $S(P) := \bigcup \{R \mid R \in \mathcal{R} \text{ und } P \subset R\} \cup (P \setminus E(P))$ .

Als aktuelle Sichtbarkeitsmenge und aktuelle Erreichbarkeitsmenge seien  $S(P)$  bzw.  $E(P)$  mit  $P$  ZUGÄNGLICH bezeichnet.

Die Wohldefiniertheit aller Begriffe entnimmt man den Prinzipien 3.2.1 - 3.2.3. Hiermit sind nun Sprechweisen möglich wie "ein Wissens-element  $w$  liegt / Liegt nicht in der Sichtbarkeitsmenge von  $P$ " oder " $w$  liegt in der aktuellen Sichtbarkeitsmenge" etc.

Beispiel.

Für die Wissenspaketstruktur aus dem Beispiel in Abschnitt 3.5.1 rechnet man die folgenden Erreichbarkeits- und Sichtbarkeitsmengen aus:

$$\begin{array}{ll} E(P_1) = P_2 \cup P_3 \cup P_4 = P_2 \cup P_3 & S(P_1) = P_1 \setminus (P_2 \cup P_3) \\ E(P_2) = \emptyset & S(P_2) = P_1 \setminus P_3 \\ E(P_3) = P_4 & S(P_3) = P_1 \setminus (P_2 \cup P_4) \\ E(P_4) = \emptyset & S(P_4) = P_1 \setminus P_2 \end{array}$$

Die Definitionen dieses Abschnitts gestatten die folgenden den Wissenszugang betreffenden Begriffspräzisierungen:

Begriff	Präzisierung
SICHTBAR (erwählbar)	Element der aktuellen Sichtbarkeitsmenge
ERREICHBAR	Element der aktuellen Erreichbarkeitsmenge
als nächstes erreichbar	direkt erreichbar

Damit ist der begriffliche Rahmen für das Basismodell von Wissenspaketstrukturen formal festgelegt. Die anderen in den Prinzipien informell eingeführten Begriffe und Forderungen sind von dem mengentheoretischen Modell unabhängig. Folgender Überblick versucht eine wertende Einordnung.

Begriff bzw. Forderung	Einordnung
lokal-konsistent	Integritätsforderung
ZUGÄNGLICH	von der Kontrollinstanz des WBS erteilte und benutzte Eigenschaft
nur ein Paket zugänglich (Prinzip 3.2.2)	Benutztforderung
Persistenz von Zugangsbedingungen (Prinzip 3.3.3)	Benutztforderung
Schlüsselwort	Mittel der Herbeiführung einer Zugangsbedingung

### 3.5.3 Das allgemeine Modell

In Abschnitt 3.5.1 wurden als Präzisierung der Aussagen in Prinzip 3.1.1 und Prinzip 3.1.2 Wissensstrukturen als Mengenordnungen eingeführt. Für das Basismodell (3.1) von Wissenspaketstrukturen wurde im 4. Axiom gefordert, daß je zwei Pakete einer Wissenspaketstruktur  $(T,C)$  entweder ineinander enthalten oder disjunkt (dann also konkurrierend) sind. Diese Einschränkung wird jetzt fallengelassen und der Fall des Überlappens von Paketen in ein allgemeines Modell von Wissenspaketstrukturen einbezogen:

(3.2)  $(T,C)$  ist eine Wissenspaketstruktur über einer Wissensbasis  $WB$ , wenn gilt:

1.  $(T,C)$  ist Teilordnung von  $(\mathcal{P}(WB),C)$
2.  $0 \in T$
3.  $WB \in T$

Das allgemeine Modell läßt somit folgende Mengenbeziehungen zwischen je zwei Paketen  $P, Q$  einer Wissenspaketstruktur zu:

- (1)  $P \subset Q$  bzw.  $Q \subset P$  (P ist enthalten in Q oder umgekehrt)
- (2)  $P \cap Q = \emptyset$  (P und Q sind disjunkt)
- (3)  $P \cap Q \neq \emptyset$  (P überlappt mit Q)

Das Basismodell beschränkt sich auf die Fälle (1) und (2). Bei überlappenden Paketen sind zwei Unterfälle zu unterscheiden:

- (3a) Die Überlappungsmenge  $M := P \cap Q$  enthält keine Menge der Trägermenge  $T$  (d.h.  $M$  ist kein Paket und enthält auch keins);
- (3b) die Überlappungsmenge  $M$  enthält ein oder mehrere Pakete aus der Trägermenge  $T$ .

In Abb. 3.10 und 3.11 sind Beispiele für diese beiden Fälle dargestellt.

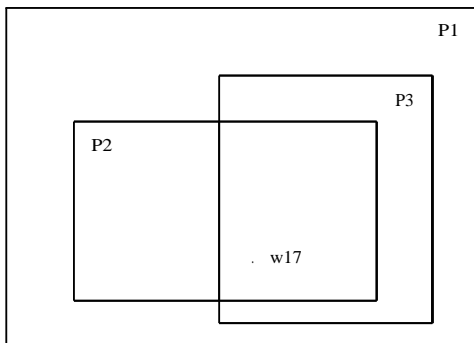


Abbildung 3.10

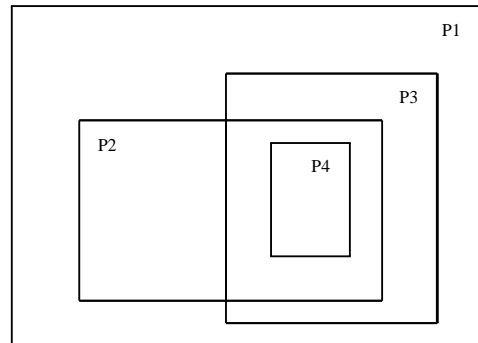


Abbildung 3.11

Zunächst sei der Fall (3a) an dem in Abb. 3.10 gezeigten Beispiel betrachtet. Eine Überlappung von Paketen kommt hier allein dadurch zustande, daß bestimmte Wissens-elemente (z.B.  $w_{17}$ ) vermöge ihrer Wissenspaketzuordnung sowohl  $P_2$  als auch  $P_3$  zugeordnet sind. Wenn eine solche

Menge  $M$  von Wissens-elementen Teilmenge zweier Pakete ist, sollen ihre Elemente (z.B.  $w_{17}$ ) in der Sichtbarkeitsmenge beider Pakete liegen (d.h.  $w_{17}$  ist erwählbar, wenn die aktuelle Sichtbarkeitsmenge  $P_2$  oder  $P_3$  umfaßt). Man bestätigt dies durch Ausrechnen der Erreichbarkeits- und Sichtbarkeitsmengen mit den in Abschnitt 3.5.2 gegebenen Definitionen:

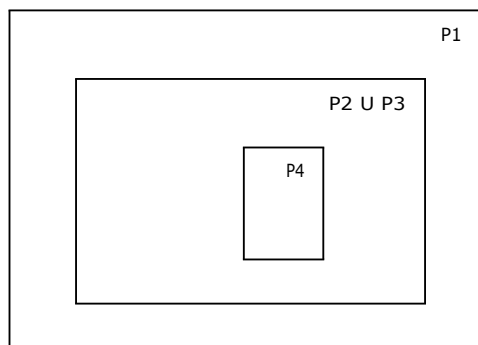
$$\begin{aligned} E(P_1) &= P_2 \cup P_3 & S(P_1) &= P_1 \setminus (P_2 \cup P_3); \text{ d.h. } w_{17} \notin S(P_1) \\ E(P_2) &= \emptyset & S(P_2) &= (P_1 \setminus (P_2 \cup P_3)) \cup P_2; \text{ folglich } w_{17} \in S(P_2) \\ E(P_3) &= \emptyset & S(P_3) &= (P_1 \setminus (P_2 \cup P_3)) \cup P_3; \text{ folglich } w_{17} \in S(P_3) \end{aligned}$$

Die Begriffe der Sichtbarkeits- und der Erreichbarkeitsmenge sind damit für den Fall (3a) ohne Einschränkung übernehmbar. Nun wird Fall (3b) am Beispiel aus Abb. 3.11 betrachtet. Die gezeigte Wissenspaketstruktur hat die Trägermenge  $T = \{P_1, P_2, P_3, P_4\}$  und die folgenden Subordinationen:  $P_2 \subset P_1$ ,  $P_3 \subset P_1$ ,  $P_4 \subset P_2$  und  $P_4 \subset P_3$ . Nach den Definitionen aus Abschnitt 3.5.2 erhält als Erreichbarkeits- und Sichtbarkeitsmengen:

$$\begin{aligned} E(P_1) &= P_2 \cup P_3 & S(P_1) &= P_1 \setminus (P_2 \cup P_3) \\ E(P_2) &= P_4 & S(P_2) &= (P_1 \setminus (P_2 \cup P_3)) \cup (P_2 \setminus P_4) \\ E(P_3) &= P_4 & S(P_3) &= (P_1 \setminus (P_2 \cup P_3)) \cup (P_3 \setminus P_4) \\ E(P_4) &= \emptyset & S(P_4) &= (P_1 \setminus (P_2 \cup P_3)) \cup (P_2 \setminus P_4) \cup (P_3 \setminus P_4) \cup P_4 \\ & & &= P_1 \end{aligned}$$

Hier ist  $P_4$  also von  $P_2$  wie von  $P_3$  aus erreichbar, gehört aber nicht zu ihren Sichtbarkeitsmengen; die Sichtbarkeitsmengen von  $P_2$  und  $P_3$  schließen jedoch jeweils die Überlappungsmenge der beiden Pakete ohne  $P_4$  ein. Die Sichtbarkeitsmenge von  $P_4$  umfaßt insbesondere  $P_2$  und  $P_3$ .

Zum Vergleich sei die in Abb. 3.12 gezeigte Wissenspaketstruktur mit  $T = \{P_1, P_2 \cup P_3, P_4\}$  und den Subordinationen  $P_2 \cup P_3 \subset P_1$ ,  $P_4 \subset P_2 \cup P_3$  betrachtet, die die restriktiveren Bedingungen des Basismodells erfüllt.



$$\begin{array}{ll}
 E(P1) = P2 \cup P3 & S(P1) = P1 \setminus (P2 \cup P3) \\
 E(P2 \cup P3) = P4 & S(P2 \cup P3) = P1 \setminus P4 \\
 E(P4) = 0 & S(P4) = P1
 \end{array}$$

Abbildung 3.12

Aufgrund der Konstruktion liegt  $P2 \cup P3$  in der Sichtbarkeitsmenge von  $P4$ , jedoch fehlt hier die Möglichkeit,  $P2$  bzw.  $P3$  - wie im vorangehenden Beispiel - allein sichtbar zu machen. Damit bietet das allgemeine Modell über das Basismodell echt hinausgehende Möglichkeiten.

Als wesentlicher Unterschied zwischen den Fällen (3a) und (3b) können im einen Fall (3b) überlappende Pakete gemeinsam sichtbar werden, im anderen - bis auf den Überlappungsteil - nicht. Dies legt nahe, den Begriff der Konkurrenz von Paketen als Unterscheidungskriterium heranzuziehen. Im Basismodell wurden disjunkte (d.h. nicht einander subordinierte) Pakete als konkurrierend bezeichnet. Motiviert wurde dies damit, daß - wegen des Prinzips des Einzelzugangs (3.2.2) - die Wissens-elemente solcher Pakete nicht gemeinsam sichtbar werden können. Im allgemeinen Modell sind nun außer disjunkten und einander subordinierten auch überlappende Pakete zu betrachten. Falls die Überlappungsmenge kein Element der Trägermenge enthält (3a), können außerhalb der Überlappungsmenge die Wissens-elemente solcher Pakete nicht gemeinsam sichtbar werden; es ist daher gerechtfertigt, auch in diesem Fall von einer Konkurrenz zu sprechen. Aus diesem Grund soll der Begriff konkurrierender Pakete nun wie folgt allgemein gefaßt werden (analog formuliert man für  $n$  Pakete):

(3.3) Zwei Pakete  $P$  und  $Q$  einer Wissenspaketstruktur  $(T, C)$  heißen konkurrierend gdw.  $\exists M (M \subset P \cap Q \ \& \ M \in T)$ .



Da insbesondere der Durchschnitt disjunkter Pakete kein Element aus  $T$  enthalten kann (man beachte, daß  $0 \in T$ ), schließt diese Definition von Konkurrenz die ursprüngliche als Spezialfall ein. Überlappende Pakete wie in Fall (3b) sind nach dieser Festlegung - sinnvollerweise - nicht konkurrierend<sup>3</sup> zusammenfassend kann festgestellt werden:

1. Die Begriffe der Sichtbarkeits- und der Erreichbarkeitsmenge sind auf das allgemeine Modell (3.2) von Wissenspaketstrukturen, das sämtliche Mengenbeziehungen zwischen Paketen zuläßt, sinnvoll übertragbar; ebenso gilt das - mit der Festlegung (3.3) - für die Konkurrenz von Paketen.
2. Alle Wissenspaketstrukturen des Basismodells können auch im allgemeinen Modell dargestellt werden.
3. Der Fall (3a) überlappender Pakete könnte auch mit dem Basismodell "simuliert" werden, indem man die Wissens-elemente der Überlappungsmenge  $M$  mit verschiedenen Namen bezeichnet (bzw. Namen lokal vereinbart) und disjunkten Paketen zuordnet wie in Abb. 3.13 angedeutet ( $M$  und  $M'$  sind keine Pakete). Man beachte, daß die Pakete  $P2$  und  $P3$  dann im ursprünglichen Sinn konkurrieren.

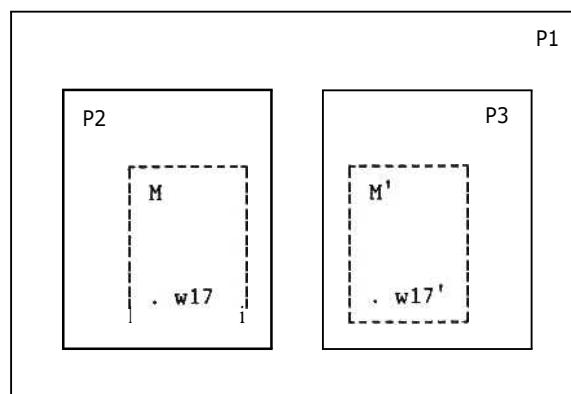


Abbildung 3.13

<sup>3</sup>Allerdings kann es beim Verschieben der ZUGÄNLICH-Markierung zu Auswahl-situationen wie bei konkurrierenden Paketen kommen. Hierfür sind die Kriterien am Ende von Abschnitt 3.4 völlig analog heranzuziehen.

4. Der Fall (3b) kann allein im allgemeinen Modell dargestellt werden und bietet bislang nicht gegebene Möglichkeiten für die Spezifikation von Wissenspaketstrukturen. Als Motivation für die Konstruktion des Beispiels aus Abb. 3.11 stelle man sich vor, daß die Wissens-elemente in P4 auf Elemente in P2 und P3 zurückgreifen können sollen, während die Wissens-elemente in P2 bzw. P3 auch unabhängig voneinander eingesetzt werden können.

#### 3.5.4 Lokale Konsistenz von Wissenspaketstrukturen

Konsistenz ist eine Eigenschaft, die einer gegebenen Menge von Wissens-elementen zugeschrieben werden kann oder nicht. Ebenso wie die Festlegung des Begriffs "Wissenselement" wurde die Festlegung eines Begriffs der "Konsistenz" hier absichtlich offengelassen, um das Strukturierungsmodell nach Möglichkeit allgemein zu halten. Selbstverständlich muß der in einer konkreten Wissensrepräsentation gewählte Konsistenzbegriff zu der Festlegung des Begriffs von Wissens-elementen passen; bei logischen Wissensrepräsentationen könnte etwa der Begriff der Logischen Konsistenz von Formelmengen herangezogen werden. Eine Menge von Wissens-elementen, die einem gewählten Konsistenzbegriff genügt, wird im folgenden unspezifiziert als "konsistent", andernfalls als "inkonsistent" bezeichnet. Es wird einzig angenommen:

(3.4) Jede Teilmenge einer konsistenten Menge von Wissens-elementen ist konsistent.

Relativ zu einem vorgegebenen Konsistenzbegriff führt Prinzip 3.1.3 den schwächeren Begriff der Lokalen Konsistenz ein. Gemäß diesem Prinzip

---

<sup>4</sup>Hier sei nur angedeutet, daß diese Annahme auch für sog. nicht-monotone Logiken zutrifft.

soll nun eine Wissenspaketstruktur  $(T, C)$  Lokal-konsistent genannt werden, wenn für jedes Paket  $P$  aus  $T$  gilt:  $P$  enthält inkonsistente Wissens-elemente nur dann, wenn sie in konkurrierenden Paketen innerhalb von  $P$  gepackt sind; hier und im weiteren sei immer das allgemeine Modell von Wissenspaketstrukturen (3.2) und der allgemeine Begriff der Konkurrenz (3.3) zugrundegelegt. Präziser ausgedrückt läßt Lokale Konsistenz also zu, daß zwei (oder mehrere) konkurrierende Pakete  $P_1$  und  $P_2$  Teilmengen von Wissens-elementen  $M_1 \subset P_1$  und  $M_2 \subset P_2$  einschließen, deren Vereinigung  $M_1 \cup M_2$  inkonsistent ist; deshalb ist Lokale Konsistenz eine *schwächere* Forderung als Konsistenz. (Man beachte aber, daß ein ggfs. vorhandener Überlappungsteil von Paketen einer Lokal-konsistenten Wissenspaketstruktur wegen (3.4) eine konsistente Menge von Wissens-elementen ist.)

Für eine Wissensbasis, die in  $n$  konkurrierende Pakete zerfällt, reicht es für Lokale Konsistenz aus, die Konsistenz der einzelnen Pakete ("lokal") nachzuweisen. Für eine Wissensbasis, die aus  $n$  ineinandergeschachtelten Paketen besteht, ist die Konsistenz der gesamten Menge von Wissens-elementen nachzuweisen (vgl. Abschnitt 3.4). Für den allgemeinen Fall wird jetzt gezeigt, daß eine beliebige Wissenspaketstruktur  $(T, C)$  genau dann lokal-konsistent ist, wenn die Sichtbarkeitsmenge jedes Pakets aus der Trägermenge  $T$  konsistent ist. Im Anschluß wird gezeigt, daß es ausreicht, die Konsistenz bestimmter "maximaler" Sichtbarkeitsmengen zu überprüfen.

(3.5)  $(T, C)$  lokal-konsistent gdw.  $\forall P \in T: S(P)$  konsistent.

Beweis. Sei zunächst  $(T, C)$  als lokal-konsistent vorausgesetzt. Insbesondere für das größte (allen superordinierte) Paket  $WB$  der Mengenordnung gilt dann:  $WB$  kann inkonsistente Mengen von Wissens-elementen nur dann enthalten, wenn sie in der oben beschriebenen Weise auf konkurrierende Pakete, die  $WB$  subordiniert sind, aufgeteilt sind. Jede Teilmenge

von  $WB$ , die nur jeweils eins von einer Menge konkurrierender Pakete enthält, ist also konsistent. Gezeigt wird, daß jedes  $S(P)$  höchstens eins von einer Menge miteinander konkurrierender Pakete enthält.

Anhand der Definition der Sichtbarkeitsmenge überlegt man sich für jedes Paket  $P$  von  $(T,C)$ :  $S(P)$  ist die Vereinigung der Wissens-elemente einer Teilordnung  $(T',C)$  von  $(T,C)$  mit  $P$  als kleinstem und  $WB$  als größtem Element, die aus  $P$  und den  $P$  superordinierten Paketen besteht, vermindert jeweils um die Erreichbarkeitsmengen aller dieser Pakete. Da  $P$  allen Paketen  $R$  aus  $(T',C)$  mit  $R \neq P$  subordiniert ist, enthält  $(T',C)$  nach Definition (3.3) keine miteinander konkurrierenden Pakete. Deshalb kann von einer Menge in  $(T,C)$  miteinander konkurrierender Pakete jeweils höchstens eins (ganz oder zum Teil) Teilmenge von  $S(P)$  sein. Folglich ist  $S(P)$  eine konsistente Teilmenge von  $WB$ .

Zum Beweis der Umkehrung sei angenommen, daß  $(T,C)$  nicht lokal-konsistent ist. D.h. es existiert ein Paket  $P$  aus  $T$ , das eine nicht auf konkurrierende Pakete aufgeteilte inkonsistente Menge  $M$  von Wissens-elementen enthält. Entweder ist  $M$  enthalten in  $P \setminus E(P)$ ; dann ist  $P \setminus E(P)$  und somit wegen (3.4) auch  $S(P)$  inkonsistent. Oder  $M$  ist in  $P$  auf einander subordinierte oder überlappende Pakete verteilt, wovon  $P_1$  das kleinste sei. Dann ist  $S(P_1)$  inkonsistent. In beiden Fällen folgt aus der Beweisannahme die Existenz einer inkonsistenten Sichtbarkeitsmenge.

Damit ist die Behauptung (3.5) bewiesen. Zum Nachweis der lokalen Konsistenz einer Wissenspaketstruktur reicht es allerdings aus, die Konsistenz nur einiger bestimmter Sichtbarkeitsmengen zu überprüfen. Dies überlegt man wie folgt. Wenn  $P \subset Q$  gilt, sind die zugehörigen Sichtbarkeitsmengen umgekehrt geordnet:  $S(Q) \subset S(P)$ . Für Pakete, die keinem Paket superordiniert sind, erhält man Sichtbarkeitsmengen, die nicht vergrößerbar sind; sie seien maximale Sichtbarkeitsmengen genannt. Es

gilt: Jede Sichtbarkeitsmenge einer Wissenspaketstruktur ist Teilmenge einer maximalen Sichtbarkeitsmenge. Aufgrund von (3.4) kann man sich also darauf beschränken, die Konsistenz der maximalen Sichtbarkeitsmengen nachzuweisen. Die maximalen Sichtbarkeitsmengen sind gerade die Sichtbarkeitsmengen der Pakete, die keinem Paket superordiniert sind, also der minimalen Elemente der Mengenordnung. Mit dieser Überlegung kann (3.5) wie folgt verschärft werden:

(3.6)  $(T, C)$  lokal-konsistent gdw.  $\forall P \in T (P \text{ minimal} \Rightarrow S(P) \text{ konsistent})$

Beispiel.

In dem Beispiel aus Abschnitt 3.5.1 reicht es aus,  $S(P_2) = P_1 \setminus P_3$  und  $S(P_4) = P_1 \setminus P_2$  auf Konsistenz zu prüfen (siehe Abb. 3.14 und 3.15). Da Sichtbarkeitsmengen überlappen können, sind dabei -abhängig vom zugrunde gelegten Konsistenzbegriff - ggfs. Einsparungen möglich (z.B. ist hier  $S(P_2) = S(P_1) \cup P_2$  und  $S(P_4) = S(P_1) \cup P_3$ ).

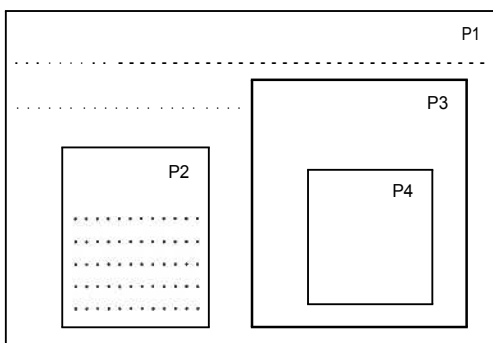


Abbildung 3.14:  $S(P_2)$

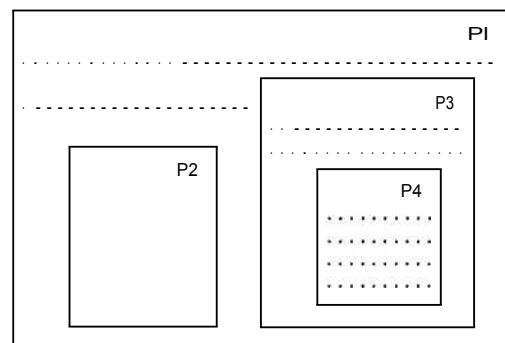


Abbildung 3.15:  $S(P_4)$

Bemerkung. Der Aufwand zur Überprüfung lokaler Konsistenz läßt große Einsparungen dann erwarten, wenn möglichst viele Pakete konkurrieren. Insbesondere für Wissensbasen, die Bestände sehr verschiedenen Wissens verwalten, ist eine derartige Strukturierung angebracht.

### 3.6 Zugangsgraphen

Das in Abschnitt 3.5 formulierte mengensprachliche Modell von Wissenspaketstrukturen erfaßt in erster Linie statische Aspekte des mit den Prinzipien in 3.1 - 3.3 umschriebenen Modells von Wissensstrukturen, mit dem sich theoretische Fragen (wie etwa die Kriterien für lokale Konsistenz im vorangehenden Abschnitt) mathematisch untersuchen lassen. Um ein Darstellungsmittel zur Verfügung zu haben, mit dem sich auch dynamische Aspekte des Modells untersuchen lassen, wird jetzt der Begriff des "Zugangsgraphen" einer Wissenspaketstruktur eingeführt. Insbesondere hebt der Zugangsgraph die in Prinzip 3.3.1 ausgedrückte strukturabhängige Veränderungsmöglichkeit von Zugangsbedingungen hervor. Mit dem neuen Begriff der "Zuordnungsmenge" lassen sich überdies die Sichtbarkeits- und Erreichbarkeitsmengen von Paketen im Zugangsgraphen übersichtlich darstellen.

Gemäß der Definition in Abschnitt 3.5.1 heißt ein Wissenselement  $w$  einem Paket  $P$  zugeordnet,  $w \in P$ , gdw.  $w \in P \wedge \exists Q (Q \subset P \wedge w \in Q)$ ; im allgemeinen Modell von Wissenspaketstrukturen ist es dabei zulässig, daß ein Wissenselement mehreren, nicht einander subordinierten Paketen zugeordnet ist. Als Zuordnungsmenge  $P^*$  eines Pakets  $P$  wird jetzt die Menge der  $P$  zugeordneten Wissenselemente bezeichnet. Sofern  $P \setminus P^* \neq \emptyset$  ist, ist  $P^*$  kein Element der Trägermenge einer Wissenspaketstruktur. Die Zuordnungsmenge von  $P$  ist gerade die Mengendifferenz von  $P$  und seiner Erreichbarkeitsmenge:  $P^* = P \setminus E(P)$ .

Der Zugangsgraph einer Wissenspaketstruktur  $(T, C)$  ist ein gerichteter azyklischer Graph, dessen Knoten mit den Paketen aus  $T$  (genauer: ihren Zuordnungsmengen) und dessen Kanten mit den direkten Subordinationen von Paketen korrespondieren. Auf formale Graphennotation soll hier

verzichtet werden. Der Graph wird wie folgt dargestellt: Für die Knoten werden Rechtecke gezeichnet, die mit den Namen der Zuordnungsmengen markiert sind. Diese Rechtecke werden entsprechend dem Ordnungsdiagramm der Wissenspaketstruktur mit Kanten verbunden, die nach unten gerichtet sind. Die Interpretation einer Kante ist der Begriff "als nächstes erreichbar" aus Prinzip 3.3.1, der in Abschnitt 3.5.2 formal als "direkt erreichbar" eingeführt wurde. Die Markierung  $P^*$  eines Knotens bezeichnet die Menge derjenigen zu  $P$  gehörigen Wissens-elemente, die nicht auch zu einem  $P$  subordinierten Paket gehören (vgl. Prinzip 3.1.1), also die Zuordnungsmenge von  $P$ . Soll eine aktuelle ZUGÄNGLICH-Markierung eines Pakets  $P$  angegeben werden, wird das entsprechende  $P^*$ -Rechteck mit einem Punkt versehen.

Beispiel.

Gegeben sei die Wissenspaketstruktur  $(T, C)$  mit der Trägermenge  $T = \{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$  und den folgenden Subordinationen:  $P_2 \supset P_1$ ,  $P_3 \supset P_1$ ,  $P_4 \supset P_2$ ,  $P_4 \supset P_3$ ,  $P_5 \supset P_3$ . Den Paketen  $P_k$  seien jeweils Mengen  $P_k^*$  nicht näher bezeichneter Wissens-elemente zugeordnet. Abb. 3.16 zeigt Mengen- und Ordnungsdiagramm und Abb. 3.17 den Zuordnungsgraph für diese Wissenspaketstruktur.

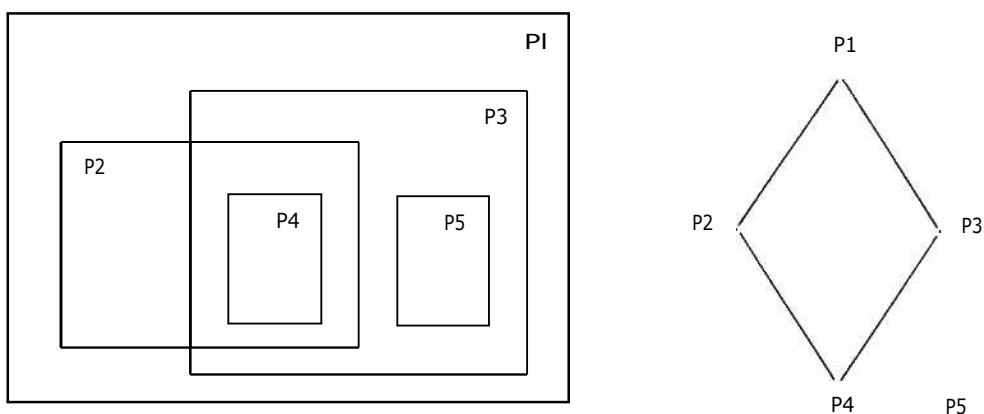


Abbildung 3.16

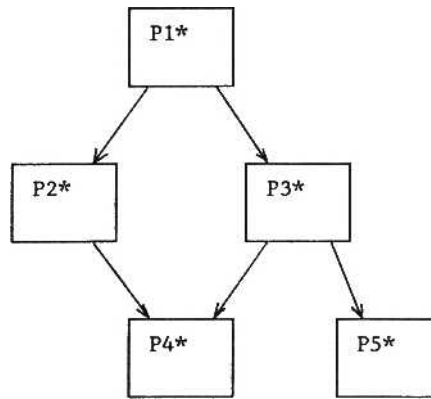


Abbildung 3.17

Zu dieser Wissenspaketstruktur gehören die folgenden Erreichbarkeits- und Sichtbarkeitsmengen:

$$E(P1) = P2 \cup P3$$

$$S(P1) = P1 \setminus (P2 \cup P3)$$

$$E(P2) = P4$$

$$S(P2) = S(P1) \cup (P2 \setminus P4)$$

$$E(P3) = P4 \cup P5$$

$$S(P3) = S(P1) \cup (P3 \setminus (P4 \cup P5))$$

$$E(P4) = 0$$

$$S(P4) = S(P1) \cup S(P2) \cup P4 = P1 \setminus P5$$

$$E(P5) = 0$$

$$S(P5) = S(P3) \cup P5 = (P1 \setminus P2) \cup (P3 \setminus P4)$$

Da  $P \setminus E(P) = P^*$ , läßt sich die Sichtbarkeitsmenge eines Pakets  $P$  auch angeben als  $S(P) = \{Q \mid P \subset R\} \cup P^*$ . Analog läßt sich die Erreichbarkeitsmenge von  $P$  angeben als  $E(P) = \bigcup \{Q^* \mid Q \subset P\}$ . Man beachte, daß für Pakete  $P$  mit leerer Erreichbarkeitsmenge gilt:  $P^* = P$ . Für das obige Beispiel erhält man damit folgende alternative Darstellung der Erreichbarkeits- und Sichtbarkeitsmengen:

$$E(P1) = P2^* \cup P3^* \cup P4^* \cup P5^*$$

$$S(P1) = P1^*$$

$$E(P2) = P4^*$$

$$S(P2) = P1^* \cup P2^*$$

$$E(P3) = P4^* \cup P5^*$$

$$S(P3) = P1^* \cup P3^*$$

$$E(P4) = 0$$

$$S(P4) = P1^* \cup P2^* \cup P3^* \cup P4^*$$

$$E(P5) = 0$$

$$S(P5) = P1^* \cup P3^* \cup P5^*$$



Abb. 3.19 und 3.20 veranschaulichen die Sichtbarkeitsmenge von P3 im Mengendiagramm (punktiert) und im Zugangsgraphen (fett berandet).  $S(P3)$  ist die aktuelle Sichtbarkeitsmenge, falls P3 als ZUGÄNGLICH markiert ist. Im Zugangsgraphen ist die ZUGÄNGLICH-Markierung durch einen Punkt in dem mit P3\* markierten Knoten angegeben. Ein evtl. nicht in P4 gepackter überlappungsteil von P2 und P3 (also  $P2 \cap P3 \setminus P4$ ) gehört zu P3\* wie zu P2\*.

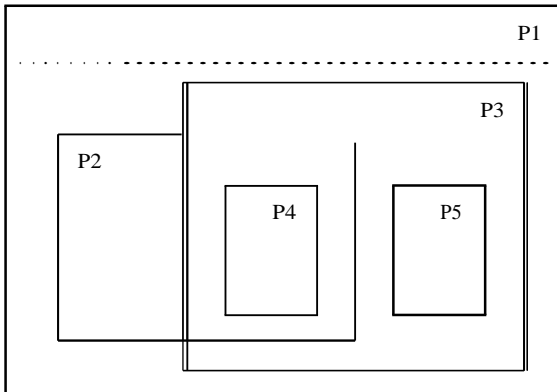


Abbildung 3.19

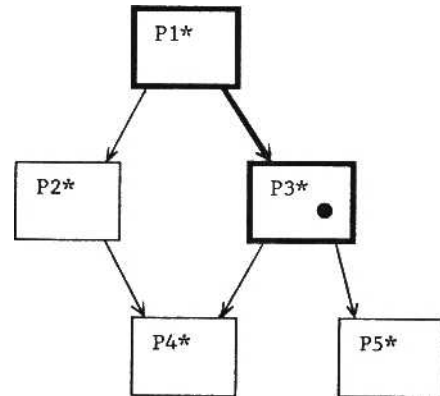


Abbildung 3.20

Bemerkungen.

1. Der Zugangsgraph läßt sich aus der Spezifikation einer Wissenspaketstruktur unmittelbar angeben: Die Knoteninformation erhält man aus der Wissenspaketzuordnung der Wissens-elemente, die Kanteninformation aus den direkten Sub- bzw. Superordinationen. In den Kanten des Zugangsgraphen ist die für den strukturabhängigen Wissenszugang erforderliche Information kodiert.
2. Verzweigungen nach unten bedeuten, daß mehrere Pakete direkt erreichbar sind, so daß bei der Veränderung von Zugangsbedingungen eine Auswahl besteht. Analog bedeuten Verzweigungen nach oben, daß ein Paket von mehreren Paketen aus direkt erreichbar ist, so daß beim Zurückziehen von Zugangsbedingungen eine Auswahl besteht. Für beide Fälle

werden im Modell keine prinzipiellen Festlegungen gemacht (vergleiche dazu die Bemerkungen in Abschnitt 3.4 c; für das Backtracking sollte die Reihenfolge, in der Pakete die ZUGÄNGLICH-Markierung erhalten, protokolliert werden).

3. Zwei Pakete  $P$  und  $Q$  konkurrieren nicht, wenn es im Zugangsgraphen einen gerichteten Pfad zwischen den Knoten  $P^*$  und  $Q^*$  gibt oder wenn von  $P^*$  und  $Q^*$  ausgehende gerichtete Pfade zu einem gleichen Knoten führen; andernfalls konkurrieren  $P$  und  $Q$ .
4. Die Sichtbarkeits- und Erreichbarkeitsmengen lassen sich aus dem Zugangsgraphen direkt ablesen. Die Sichtbarkeitsmenge eines Pakets  $P$  liegt auf dem Teilgraphen vom obersten Knoten des Zugangsgraphen zum Knoten  $P^*$ . Die Erreichbarkeitsmenge eines Pakets  $P$  liegt auf dem Teilgraphen unterhalb von  $P^*$ .
5. Ist der Zugangsgraph ein Baum, so liegt die Sichtbarkeitsmenge eines Pakets  $P$  auf dem Pfad vom Wurzelknoten zu  $P^*$ . Der Zugangsgraph einer Wissenspaketstruktur ist ein Baum, falls kein Paket mehr als einem anderen subordiniert ist.
6. Knoten ohne ausgehende Kanten symbolisieren Pakete mit leerer Erreichbarkeitsmenge; solche Knoten entsprechen minimalen Elementen einer Wissenspaketstruktur, für die also gilt:  $P = P^*$ . Jeder Teilgraph vom obersten Knoten des Zugangsgraphen zu einem solchen Knoten entspricht einer maximalen Sichtbarkeitsmenge.

Zum Abschluß der Betrachtungen werden zwei unterschiedliche Beispiele von Wissenspaketstrukturen anhand der Zugangsgraphen vergleichend diskutiert. Es handelt sich um rein formale Beispiele, deren Motivation in der Diskussion unberücksichtigt bleibt.

Beispiel 1.

Gegeben sei die Wissenspaketstruktur  $(T_1, C)$  mit der Trägermenge  $T_1 = \{P_1, \dots, P_9\}$  und folgenden Subordinationen:  $P_2 C > P_1$ ,  $P_3 C > P_1$ ,  $P_4 C > P_3$ ,  $P_5 C > P_3$ ,  $P_6 C > P_2$ ,  $P_7 C > P_5$ ,  $P_8 C > P_6$ ,  $P_9 C > P_5$ . Den Paketen  $P_k$  seien jeweils Mengen  $P_k^*$  nicht näher bezeichneter Wissensenselemente zugeordnet. Den Zugangsgraph dieser Wissenspaketstruktur stellt Abb. 3.21 dar.

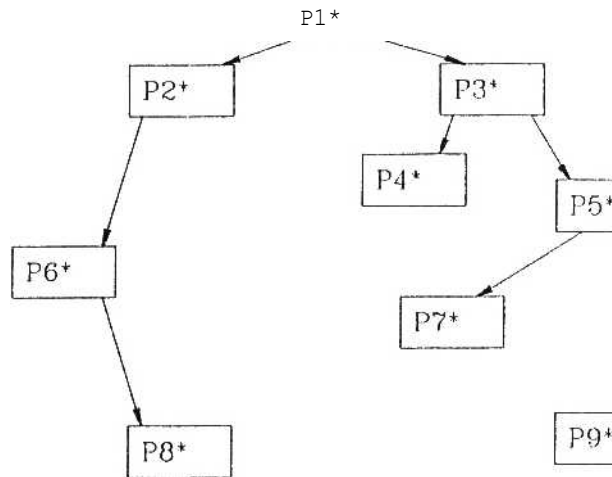


Abbildung 3.21

Zu  $(T_1, C)$  gehören folgende Erreichbarkeits- und Sichtbarkeitsmengen:

$$E(P_1) = P_1^* \cup \dots \cup P_9^*$$

$$S(P_1) = P_1^*$$

$$E(P_2) = P_6^* \cup P_8^*$$

$$S(P_2) = P_1^* \cup P_2^*$$

$$E(P_3) = P_4^* \cup P_5^* \cup P_7^* \cup P_9^*$$

$$S(P_3) = P_1^* \cup P_3^*$$

$$E(P_4) = 0$$

$$S(P_4) = P_1^* \cup P_3^* \cup P_4^*$$

$$E(P_5) = P_7^* \cup P_9^*$$

$$S(P_5) = P_1^* \cup P_3^* \cup P_5^*$$

$$E(P_6) = P_8^*$$

$$S(P_6) = P_1^* \cup P_2^* \cup P_6^*$$

$$E(P_7) = 0$$

$$S(P_7) = P_1^* \cup P_3^* \cup P_5^* \cup P_7^*$$

$$E(P_8) = 0$$

$$S(P_8) = P_1^* \cup P_2^* \cup P_6^* \cup P_8^*$$

$$E(P_9) = 0$$

$$S(P_9) = P_1^* \cup P_3^* \cup P_5^* \cup P_9^*$$

Die maximalen Sichtbarkeitsmengen sind  $S(P_4)$ ,  $S(P_7)$ ,  $S(P_8)$  und  $S(P_9)$ .

Die folgenden Pakete konkurrieren: P2 mit P3 (im Sinne der Definition (3.3) konkurrieren auch die P2 subordinierten Pakete P6 und P8 mit P3 bzw. mit den P3 subordinierten Paketen; entsprechend konkurrieren die P3 subordinierten Pakete mit P2 bzw. den P2 subordinierten Paketen). Ferner konkurriert P4 mit P5 (bzw. mit P5 subordinierten Paketen) und P7 mit P9.

Beispiel 2.

Betrachtet werde nun die Wissenspaketstruktur  $(T_2, C)$  mit  $T_2 = \{P_1, \dots, P_9\}$  mit den gleichen Subordinationen wie bei  $(T_1, C)$  und zusätzlich  $P_7 C > P_2$ ,  $P_8 C > P_7$ ,  $P_9 C > P_4$ . Den Paketen  $P_k$  seien jeweils die gleichen Mengen  $P_k^*$  von Wissens-elementen wie bei  $(T_1, C)$  zugeordnet. Der Zugangsgraph dieser Wissenspaketstruktur ist in Abb. 3.22 dargestellt.

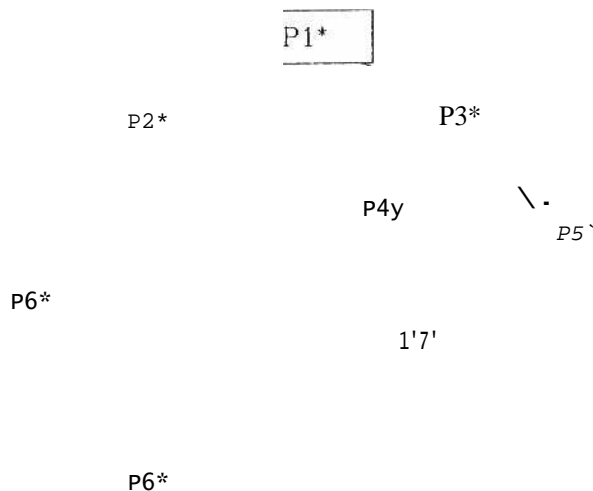


Abbildung 3.22

Zu  $(T_2, C)$  gehören folgende Erreichbarkeits- und Sichtbarkeitsmengen:

$$E(P_1) = P_1^* \cup \dots \cup P_9^*$$

$$S(P_1) = P_1^*$$

$$E(P_2) = P_6^* \cup P_7^* \cup P_8^*$$

$$S(P_2) = P_1^* \cup P_2^*$$

$$E(P_3) = P_4^* \cup P_5^* \cup P_7^* \cup P_8^* \cup P_9^*$$

$$S(P_3) = P_1^* \cup P_3^*$$

$$E(P_4) = P_9^*$$

$$S(P_4) = P_1^* \cup P_3^* \cup P_4^*$$

$$E(P_5) = P_7^* \cup P_8^* \cup P_9^*$$

$$S(P_5) = P_1^* \cup P_3^* \cup P_5^*$$

$$E(P6) = P8^*$$

$$S(P6) = P1^* \cup P2^* \cup P6^*$$

$$E(P7) = P8^*$$

$$S(P7) = P1^* \cup P2^* \cup P3^* \cup P5^* \cup P7^*$$

$$E(P8) = 0$$

$$S(P8) = P1^* \cup P2^* \cup P3^* \cup P5^* \cup P6^* \cup P7^* \cup P8^*$$

$$E(P9) = 0$$

$$S(P9) = P1^* \cup P3^* \cup P4^* \cup P5^* \cup P9^*$$

Durch die zusätzlichen Subordinationen hat sich die Wissenspaketstruktur gegenüber (T1,C) in mehrfacher Hinsicht verändert: Es gehören z.B. die Wissens-elemente von P7 jetzt auch zu P2 und die von P8 auch zu P3 usw.; das heißt, die durch Wissenspaketzuordnung und Subordination aggregierte Trägermenge T2 enthält zum Teil andere Pakete als die Trägermenge T1. Entsprechend erhält man andere Erreichbarkeits- und Sichtbarkeitsmengen (siehe oben). Die maximalen Sichtbarkeitsmengen sind jetzt S(P8) und S(P9); S(P8) ist in Abb. 3.23 veranschaulicht. Die Pakete P2 und P3 konkurrieren z.B. nicht mehr, da ihnen P7 subordiniert ist; P4 und P5 konkurrieren nicht mehr wegen der Subordination von P9 etc. Das Paket P2 und die ihm subordinierten Pakete konkurrieren mit P4 bzw. P9; ansonsten stehen keine Pakete in einer Konkurrenz gemäß Definition (3.3).

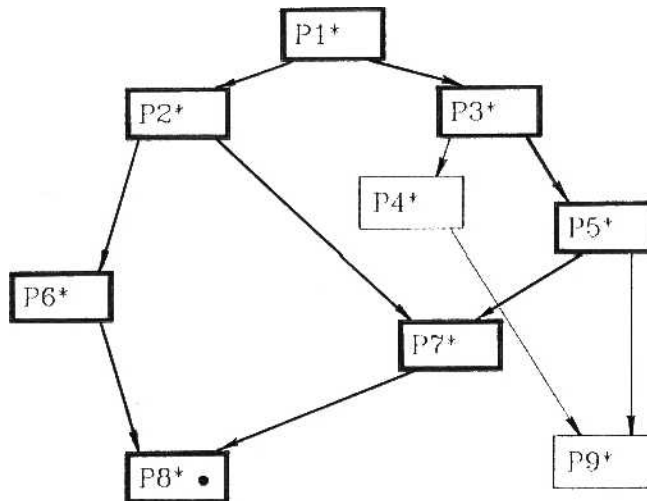


Abbildung 3.23

### 3.7 Syntax für die Spezifikation von Wissenspaketstrukturen

Um eine Wissenspaketstruktur zu spezifizieren, ist eine Trägermenge von Wissenspaketen mit den ihnen zugeordneten Wissensselementen und eine Ordnung der Pakete anzugeben (vgl. Abschnitt 3.5). Aus formaler Sicht ist es gleichgültig, ob die Ordnung der Pakete mittels der direkten Sub- oder Superordination festgelegt wird; jedoch kann im konkreten Fall eine der beiden Alternativen natürlicher erscheinen. Ist an einen inkrementellen Aufbau von Wissenspaketstrukturen gedacht, bei dem es möglich sein soll, neue Pakete oder Teilstrukturen in bereits existierende Strukturen einzufügen, wird die Angabe von Superordinationen angemessener sein. Eine abstrakte Syntax für die Spezifikation von Wissenspaketstrukturen könnte dann folgendermaßen aussehen:

```

WissenspaketStruktur ::= "WISSENSPAKETSTRUKTUR" WpStruktSpezn
WpStruktSpezn ::= WpStruktSpez | WpStruktSpez WpStruktSpezn
WpStruktSpez      "WPdef" ":" WpName "superWP"      [WpNamen]1
WpNamen          WpName | WpName WpNamen
WpName           Zeichenfolge

```

Die Spezifikation von Wissensselementen könnte eine Angabe darüber, welchen Wissenspaketen sie zugeordnet sind, gleich mit einschließen:

```

WissensElemente      "WISSENSELEMENTE" WiElemente
WiElemente          WiElement | WiElement WiElemente
WiElement           WeName WpZuordnung Formel
WeName              Zeichenfolge
WpZuordnung         "WP" "(" WpNamen ")"2
Formel              ... /* formale Angabe der Aussage des Wissenselements

```

<sup>1</sup>Werden hier mehrere Wissenspaketnamen angegeben, kommen Überlappungen von Paketen gemäß Fall (3b) aus Abschnitt 3.5.3 zustande. Die Angabe kann ganz fehlen, damit ein größtes Paket definiert werden kann.

<sup>2</sup>Werden hier mehrere Wissenspaketnamen angegeben, kommen Überlappungen gemäß Fall (3a) zustande.

Beispiel.

Nachstehend ist für das Beispiel 2 am Ende von Abschnitt 3.6 die Spezifikation von Wissenspaketstruktur und andeutungsweise auch von fiktiven Wissenselementen angegeben (für <Formel> wäre jeweils eine formale Angabe der Aussage des Wissenselements einzusetzen). Die Zuordnungsmenge  $P2^*$  des Pakets  $P2$  (z.B.) wird durch sämtliche Wissenselement-Spezifikationen mit einer Wissenspaketzuordnung, die  $P2$  betrifft, festgelegt.

#### WISSENSPAKETSTRUKTUR

```

WPdef: P1  superWP:
WPdef: P2  superWP: P1
WPdef: P3  superWP: P1
WPdef: P4  superWP: P3
WPdef: P5  superWP: P3
WPdef: P6  superWP: P2
WPdef: P7  superWP: P2 P5
WPdef: P8  superWP: P6 P7
WPdef: P9  superWP: P4 P5

```

#### WISSENSELEMENTE

```

w11 WP ( P2 ) <Formel>
w12 WP ( P2 ) <Formel>
w13 WP ( P2 ) <Formel>
w14 WP ( P2 ) <Formel>
w15 WP ( P2 ) <Formel>
w16 WP ( P2 ) <Formel>
w17 WP ( P2 P3 ) <Formel>
w18 WP ( P3 ) <Formel>

```

Die angegebenen kontextfreien Regeln gestatten somit die Spezifikation von Wissenspaketstrukturen. Kontextsensitive Regeln müßten sicherstellen, daß die spezifizierte Struktur tatsächlich eine Mengenordnung induziert, die den Forderungen des Modells von Wissenspaketstrukturen (3.1) bzw. (3.2) genügt. Insbesondere müssen die definierenden direkten Sub- bzw. Superordinationen eine partielle Ordnung festlegen; d.h. "zyklische Subordinationen" sind zurückzuweisen. Ebenso müssen Zuordnungen eines Wissenselements zu mehreren Paketen, die einander subordiniert

sind, zurückgewiesen werden. Die Zuordnungsmenge eines Pakets sollte nur dann Leer sein dürfen, wenn dem Paket mehr als ein Paket subordiniert ist etc. Gegebenenfalls wären ebenfalls Regeln für Konsistenzbedingungen zu formulieren. Diese Fragen betreffen jedoch nicht mehr das formale Modell der Wissensstrukturierung, sondern das "System Engineering" bei der Realisierung konkreter wissensbasierter Systeme mit einem Strukturierungskonzept; sie sollen hier nicht weiter betrachtet werden.

\*



## Kapitel 4

### Repräsentationsformalismen und konkrete Systeme vor dem Hintergrund des Modells

Das Vorhaben, Richtlinien für die intelligente Organisation von Wissensbeständen in künstlichen Systemen zu erarbeiten, wurde in Kapitel 1 mit den Fragen angegangen: wie organisiert sich das von Menschen erworbene Fachwissen, und was sind Merkmale seines Einsatzes? Eine empirische Abklärung dieser Fragen in Kapitel 2 führte zur Auffassung von Wissensbeständen als organisierte Repertoires von Wissens-elementen und ließ Beobachtungen signifikant erscheinen, auf deren Basis sich ein zunächst informelles Modell von Wissensstrukturen konzipieren ließ. Dieses Modell stellt als ein wesentliches Merkmal menschlicher Kompetenz die Fähigkeit heraus, anhand von Hinweisen aus Aufgabensituationen geeignete Teilbereiche des gesamten Wissens zugänglich zu machen, was den Begriff einer semantischen Lokalität von Wissen motivierte und die Qualität der "semantischen" Strukturierung eines Wissensbestandes als ein Expertise-merkmal postulieren ließ. Die semantische Strukturierung dient der überschaubarkeit von Wissensressourcen dadurch, daß durch die Priorität des semantisch gesteuerten über den Muster-bezogenen Wissenszugriff irrelevantes Wissen von vergeblichen Anwendungsversuchen ausgenommen bleibt.

Das Gerüst eines formalen Modells von Wissensstrukturen wurde in Kapitel 3 mit den Prinzipien der Wissensorganisation und des Wissenszugangs beschrieben und schließlich zu einem mengensprachlich formulierten Strukturierungsmodell vorangetrieben, welches erlaubt, Eigenschaften einer gegebenen Wissenspaketstruktur - wie Konsistenz, Erreichbarkeit von Wissen etc. - formal anzugeben bzw. zu untersuchen\_

Um den Nutzen des empirisch begründeten Strukturierungsmodells für die Wissensorganisation in künstlichen Systemen zu demonstrieren, wird jetzt gefragt: Wie stellen sich in der Informatik bzw. der künstlichen Intelligenz entwickelte Formalismen zur Wissensdarstellung bzw. konkrete wissensbasierte Systeme vor diesem Hintergrund dar? Ohne irgendeinen Anspruch auf Vollständigkeit werden einige Ansätze - eigene Arbeiten eingeschlossen - in dieser Hinsicht diskutiert. Anstatt eine große Zahl von Systemen oberflächlich anzusprechen, liegt die Betonung auf dem Exemplarischen und auf Details. Allgemein bleibt die Darstellung allerdings hinsichtlich technischer Einzelheiten und derjenigen Komponenten solcher Systeme, die nicht primär die Wissensorganisation betreffen (z.B. Inferenzverfahren); hier geht es darum, die auf Wissensebene identifizierten Strukturierungskriterien und die Mittel ihrer Darstellung auf der Systemebene herauszuarbeiten.

Trotz der Beschränkung auf das Exemplarische grenzen die Beispiele einen breiten Bereich informationsverarbeitender Systeme ab, der von Programmiersystemen über Expertensysteme zu natürlichsprachlichen Systemen reicht. Einbezogen wurden solche Ansätze, die die Strukturierung persistent gespeicherten Wissens zum Zweck eines selektiven Wissenszugriffs gestatten bzw. vornehmen.<sup>1</sup> Die Verschiedenheit der jeweils verwendeten Basismittel zur Wissensdarstellung soll ferner demonstrieren, daß die Möglichkeit einer "intelligenten" Wissensorganisation nicht davon abhängt, ob z.B. Logik- oder regelbasierte Repräsentationen verwendet werden, sondern davon, ob die Formalismen Konstrukte zur Aggregation größerer Organisationseinheiten einschließen, die auf Wissensebene identifizierten Strukturierungskriterien Rechnung tragen.

---

<sup>1</sup>Nicht damit zu verwechseln sind sog. Planungssysteme wie CONNIVER oder QA4 (siehe Barr & Feigenbaum, 1981), die bei der Exploration von Suchräumen Baumstrukturen in einem transienten Speicher aufbauen.

## 4.1 OPS5

Die derzeit prominenteste Klasse von wissensbasierten Systemen sind die regelbasierten Systeme. Es handelt sich um ein Repräsentationsschema, das isolierbare Partikel von Wissen in Form von Bedingungs-Handlungspaaren faßt (Produktionen), die ausdrücken, was das System unter welchen Bedingungen tun kann. D.h. die Bedingungen, unter denen die einzelnen Regeln anwendbar sind, werden explizit gemacht, und die Abhängigkeit der Regeln untereinander wird minimiert: Regeln können sich nicht gegenseitig "aufrufen"; allerdings können sie Aktivierungsbedingungen für sich selbst oder andere Regeln ändern, was bedeutet, daß Kontrollinformation innerhalb des Bereichswissens verteilt wird. Diese Information bestimmt, wann und wie die Regeln anzuwenden sind, so daß ein einfacher Mechanismus für eine Abwicklung von (Vorwärts-)Inferenzen angegeben werden kann.

OPS5 (Forgy, 1981) ist das wohl bekannteste Beispiel einer Programmiersprache für Produktionssysteme. Interpreter für OPSS wurden in verschiedenen LISP-Dialekten und in BLISS implementiert. Ein OPS5-Programm besteht ausschließlich aus Produktionen ( $C_1 C_2 \dots C_n \rightarrow A_1 A_2 \dots A_m$ ), die als ungeordnete Liste in der Regelwissensbasis (dem Production Memory) abgelegt sind. Produktionen operieren auf Ausdrücken, die in einem Arbeitsspeicher verfügbar sind (Working Memory Elements), was durch den Interpreter im sog. Recognize-Act-Cycle abgewickelt wird:

1. ("Match") Mittels Pattern Matching werden sämtliche Produktionen geprüft, ob alle ihre Bedingungen  $C_i$  durch den Inhalt des Arbeitsspeichers erfüllt sind (dabei können Variablen instantiiert werden); die zutreffenden Produktionen bilden die sog. Konfliktmenge.
2. ("Conflict Resolution") Eine Produktion der Konfliktmenge wird nach hier nicht erläuterten Strategien ausgewählt. Bei leerer Konfliktmenge geht die Kontrolle zurück an den Benutzer.
3. ("Act") Alle Aktionen  $A_j$  der ausgewählten Produktion werden nacheinander ausgeführt.

4. Falls eine "halt"-Aktion ausgeführt wurde, geht die Kontrolle zurück an den Benutzer, sonst wird mit Schritt 1 fortgefahren.

Die Programmiersprache OPS5 wird häufig unmittelbar als Repräsentationsschema für Expertenwissen eingesetzt; bekanntestes Beispiel ist R1, ein Expertensystem zur Konfigurierung von VAX- und PDP-Computern, das mehrere tausend Regeln umfaßt (McDermott, 1982). Als Vorteile von OPS5 und ähnlichen Sprachen gelten die Uniformität und die Modularität der Wissensdarstellung: Alles Wissen wird in Regeln ausgedrückt, und die einzelnen Regeln verhalten sich größtenteils so wie unabhängige Partikel des Wissens. Die Änderung einzelner Regeln, obwohl sie die Gesamtleistung des Systems beeinflussen kann, kann ohne direkte Auswirkungen auf andere Regeln betrieben werden, was eine grundsätzlich wünschenswerte inkrementelle Entwicklung von Wissensbasen unterstützt. Als weiterer Vorteil wird häufig angeführt, daß Maßnahmen zur Eingrenzung kombinatorisch aufwendiger Problemlöse-Suchen (Heuristiken) auf gleicher Ebene wie das "präzise" Bereichswissen, nämlich als Produktionen formuliert und gleichfalls über den Regelinterpreter abgewickelt werden können.

Gerade die als "Vorteile" genannten Punkte haben in jüngerer Zeit zu Kritik geführt, die am härtesten von Chandrasekaran (1986, 1987) geäußert wird (und sich auch auf andere uniforme Repräsentationsformalismen wie Frame- oder logikbasierte Repräsentationen richtet): Als "runtime"-Wirkungsmechanismen lassen Heuristiken den Kontrollfluß in einem Produktionssystem schwer überschauen; es kommt hinzu, daß Regeln (z.B. in R1) häufig als reine Programmierkonstrukte zur Sequenzierung von Teilaufgaben etc. eingesetzt werden, da ein Strukturierungsmittel, das über einzelne Regeln hinausgeht, nicht verfügbar ist. Die Wissensbasis eines komplexeren Expertensystems enthält dann eine große Zahl von (Meta-)Regeln zur Steuerung des Kontrollflusses, die mit dem eigentlichen Bereichswissen vermischt sind.

Hinsichtlich der Wissensrepräsentation ist die Vermischung von Regeln und Metaregeln problematisch. Da sie vom Interpreter in derselben Weise behandelt werden, hat die Konfliktauflösung häufig nichts mit der Entscheidung zu tun, welches Stück Wissen am geeignetsten einsetzbar ist; die Konfliktmengen werden teils sehr groß. Bei der Wissensakquisition sind erhebliche strategische Maßnahmen für die Konfliktauflösung (die sich nur auf syntaktischer Ebene abwickeln läßt) zu treffen. Chandrasekaran (1987) propagiert daher eine Formulierung von Expertensystemen in Formalismen, die wissens- und aufgabenspezifische Organisationskonstrukte bereitstellen und dadurch künstlich geschaffene Konflikte weitgehend vermeiden (siehe auch Abschnitt 4.4).

Ein Ansatz, Regelwissensbasen transparenter zu gestalten, sind Produktionssysteme mit strukturierten Regeln, deren Bedingungsseiten Kernaussagen (Bereichswissen), Ausnahmen und Aktivierungsbedingungen unterscheiden. Beispiele sind das medizinische Expertensysteme ABEL am MIT (Patil, Szolovits & Schwartz, 1982) und das an der Universität Kaiserslautern entwickelte MED2 (Puppe & Puppe, 1985), ebenfalls ein medizinisches Expertensystem. In beiden Fällen handelt es sich um eine Strukturierung auf der Ebene der Wissens-elemente, die insofern sinnvoll ist, als die Produktionsregeln häufig sehr lange Bedingungsseiten haben; durch gezielte Auswahl von zu prüfenden Bedingungen kann der Aufwand für das pattern matching erheblich reduziert werden.

Wenn sich bereichs- oder aufgabenspezifische Regelgruppen mit gleichen Aktivierungsbedingungen identifizieren lassen, ist es der nächste folgerichtige Schritt, eine Modularisierung der Regelbasis durch gemeinsam aktivierte Regelgruppen anzustreben. Hierfür müßten jedoch geeignete Konstrukte in einem Repräsentationsschema verfügbar sein wie etwa im folgenden Beispiel einer OPS-Erweiterung.

MOPS (modularisiertes OPS) ist eine regelorientierte Programmiersprache, die am Forschungszentrum Informatik Karlsruhe als aufwärtskompatible Erweiterung von OPS5 entwickelt wurde und ein Konstrukt zur Strukturierung der Regelwissensbasis bereitstellt (Weber, 1985a): Mit der Deklaration "group" können beliebig viele Regeln zu einer benannten Regelgruppe zusammengefaßt werden. Alle nicht explizit einer Gruppe zugeordneten Regeln sind implizit der Gruppe GLOBAL zugeordnet. Zu jedem Zeitpunkt eines InterpreterLaufs sind eine oder mehrere Regelgruppen als "aktiv" markiert. Nur aktive Regeln können der Konfliktmenge angehören.

Beim Start des MOPS-Interpreters sind zunächst die Regeln der Gruppe GLOBAL aktiv (i.a. Regeln zur Initialisierung des Arbeitsspeichers). Regelgruppen werden durch besondere Aktionen aktiviert. Hierfür gibt es zwei Möglichkeiten: Die Aktion "(activate G1 ... Gn)" deaktiviert die bisher aktive(n) Gruppe(n) und aktiviert die Gruppen G1,...,Gn; die deaktivierten Gruppen werden gekeltert und reaktiviert, wenn keine Regel aus G1,...,Gn mehr anwendbar ist. Die Aktion "(addactivate G1 ... Gn)" fügt den aktiven Regeln die Regelgruppen G1,...,Gn hinzu. Als Argumente für Aktivierungs-Aktionen in Regeldefinitionen können sowohl Konstanten als auch Variablen (die zur Laufzeit zu Gruppennamen evaluieren müssen) verwendet werden. Aus den Aktivierungsbedingungen resultiert eine dynamische Partitionierung der Regelwissensbasis in aktive und inaktive Regeln zur Laufzeit.

Der Recognize-Act-Cycle des in FRANZ LISP implementierten MOPS-Interpreters wurde entsprechend angepaßt und benutzt im übrigen dieselben Strategien zur Konfliktauflösung wie OPS5. (Weber, 1985b) beschreibt ein regelbasiertes Expertensystem für die Programmtransformation, das in MOPS programmiert wurde. Dort finden sich auch allgemeine Richtlinien für das Gruppieren von Regeln nach Zuständigkeiten für Teilaufgaben.

Das Strukturierungskonzept in MOPS ermöglicht einen transparenten Aufbau von Regelwissensbasen. Ebenfalls wird der Kontrollfluß überschaubarer (ein Hauptkritikpunkt bei OPS5-Programmen): Innerhalb der Regelgruppen unterliegt er nach wie vor den Auswahlstrategien des Interpreters; der globale Ablauf wird jedoch durch die Strukturierung der Regelwissensbasis und die Aktivierungsbedingungen bestimmt, die Sequenzierung von Teilaufgaben von der Ebene einzelner Regeln weitgehend entkoppelt. Da Konfliktmengen nur "lokal" (auf die aktiven Regeln beschränkt) zu bestimmen sind, reduziert sich der Aufwand für Pattern Matching erheblich.

Die Konstrukte von MOPS sind hinreichend entwickelt, um den Aufbau von Wissenspaketstrukturen - als geschachtelte Regelgruppen - zu ermöglichen, bei denen der Wissenszugriff primär semantisch (und nicht durch syntaktische Konfliktauflösung) gesteuert wird. Die Regeln aktiver Gruppen sind als SICHTBAR zu interpretieren. ERREICHBAR sind jeweils die Regeln derjenigen inaktiven Gruppen, für die in der RHS einer aktiven Regel mit erfüllter LHS eine Aktivierungsaktion vorhanden ist; mit "addactivate" ist z.B. ein strukturabhängiger Wissenszugang - mit entsprechender Vergrößerung der Sichtbarkeitsmenge - realisierbar. (Die Flexibilität der Sprache würde jedoch auch beliebige Veränderungen von Zugangsbedingungen erlauben, deren Auswirkungen aber ähnlich schwer überschaubar sein könnten wie der Kontrollfluß in OPS5.) Schlüsselwortbasierter Wissenszugang ließe sich ggfs. durch die in OPS5 bzw. MOPS mögliche Verwendung externer Routinen erzielen (so daß bei Verarbeitung eines Eingabestrings bestimmte Wörter signifikant für Produktionen sind, deren Aktionen entsprechende Regelgruppen aktivieren). Auch hinsichtlich einer Persistenz von Zugangsbedingungen wären zusätzliche Maßnahmen erforderlich. Es sollte jedoch deutlich geworden sein, daß mit den genannten Ergänzungen eine Regelprogrammiersprache durchaus als Wissensrepräsentationsformalismus geeignet sein kann.

## 4.2 PROLOG

Eine zunehmend bedeutende Rolle für die Darstellung von Wissen nehmen Logische Repräsentationsschemata ein. Die aktive Instanz Logikbasierter Systeme ist ein automatischer Theorembeweiser, der in vielen Fällen auf dem Resolutionsverfahren (Robinson, 1965) beruht. Logische Repräsentationen stellen Wissens-elemente als Formeln einer Prädikatenlogik, Modallogik etc. dar (die weiteren Ausführungen beschränken sich auf die Prädikatenlogik 1. Stufe). Eine Wissensbasis besteht aus einer Kollektion abgeschlossener logischer Formeln (Axiomen), die gewöhnlich in Klauselform notiert werden:

$$\forall x_1 \dots \forall x_s (L_1 \vee \dots \vee L_m)$$

Dabei sind die Literale  $L_i$  entweder Atome oder negierte Atome und die  $x_j$  alte darin vorkommenden Variablen. Teilt man die  $L_i$  auf in nichtnegiert vorkommende Atome  $A_1, \dots, A_k$  und negiert vorkommende Atome  $B_1, \dots, B_n$ , läßt sich der obige Ausdruck darstellen als

$$\forall x_1 \dots \forall x_s (A_1 \vee \dots \vee A_k \vee \neg B_1 \vee \dots \vee \neg B_n)$$

was äquivalent ist zu

$$\forall x_1 \dots \forall x_n (A_1 \vee \dots \vee A_k \leftarrow B_1 \& \dots \& B_n)$$

Als vereinfachende Schreibweise vereinbart man

$$A_1, \dots, A_k \leftarrow B_1, \dots, B_n$$

d.h. alle Variablen werden als implizit allquantifiziert aufgefaßt, die Kommata auf der Prämissenseite bedeuten Konjunktionen, die auf der Konklusionenseite Disjunktionen. (Die rechts-links-Richtung des Implikationspfeils ist im Zusammenhang mit Logischen Programmen gängig.)

Der populärste Vertreter eines Logikbasierten Formalismus ist die Sprache PROLOG (PROgramming in LOGic); sie beschränkt sich auf eine entscheidbare Teilklasse prädikatenlogischer Formeln, sog. Hornklauseln. Ein Logisches Programm besteht aus einer endlichen Menge von Programm-



Klauseln, das sind Klauseln mit genau einem nichtnegierten Atom:

$$A \leftarrow B_1, \dots, B_n$$

mit der informellen Semantik "für jede Variableneinsetzung gilt: wenn  $B_1, \dots, B_n$  wahr sind, dann ist  $A$  wahr". Für  $n > 0$  ist eine ProgrammklauseL sei, also eine bedingte Aussage, für  $n = 0$  eine unbedingte Aussage  $A \leftarrow$  mit der Interpretation: "für jede Variableneinsetzung ist  $A$  wahr". Als goal-KlauseL bezeichnet man eine KlauseL der Form

$$\leftarrow B_1, \dots, B_n$$

d.h. eine KlauseL mit leerer Konklusion (bzw. nur negierten Atomen). Jedes  $B_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) heißt ein subgoal der goal-KlauseL. Die leere KlauseL ist als Widerspruch zu verstehen. Als HornklauseL bezeichnet man eine KlauseL, die eine ProgrammklauseL oder eine goal-KlauseL ist.

Ein logisches Programm  $P$  kann als Axiomensystem einer erststufigen Theorie aufgefaßt werden, deren Sprache  $L(P)$  durch die in  $P$  vorkommenden Zeichen induziert ist. Die Bedeutung von  $P$  ist durch die modelltheoretische Semantik von Formeln der Theorie gegeben, nämlich durch die Festlegung eines Bereichs, in dem die Variablen von  $P$  Werte annehmen, und einer Deutung für jedes in den Formeln vorkommende nichtlogische Zeichen. Um zu beweisen, daß eine Formel  $F$  logische Konsequenz eines Programms  $P$  ist, wird die Nichterfüllbarkeit des um die Negation von  $F$  ergänzten Axiomensystems  $P$  nachgewiesen. (Da der Durchschnitt aller Modelle einer HornklauseL-Logik ein Modell ist, beschränkt sich der Nachweis auf dieses sog. minimale Herbrandmodell.) Tatsächlich liefert das Resolutionsverfahren einen konstruktiven Widerspruchsbeweis: Es werden Variablen so substituiert, daß  $F$  gilt. Diese Variablenbindungen stellen den Output des Programmlaufs dar. Der hierfür zentrale Begriff der "korrekten Antwortsubstitution" ermöglicht ein deklaratives (nicht von der Abarbeitung im Computer abhängendes) Verständnis des Outputs eines mit einem goal versehenen logischen Programms (im einzelnen siehe Lloyd, 1984).

Der Unifikationssatz von Robinson bildet die Grundlage für ein effektives Verfahren zur Gewinnung von Variablenbindungen und damit für die Verwendung von Logik als Programmiersprache (Kowalski, 1974): In einem logischen Programm kann jede Programmklausel  $A \leftarrow B_1, \dots, B_n$  als Prozedurdefinition aufgefaßt werden. Ein Programm wird durch die Eingabe eines goals (zu verstehen als Negat einer Anfrage) gestartet. In einer goal-Klausel  $\leftarrow C_1, \dots, C_k$  fungiert jedes  $C_j$  als Prozeduraufruf (subgoal): Es wird geprüft, ob sich  $C_j$  mit dem "Kopf"  $A$  einer Programmklausel, ggfs. durch Einsetzung oder Umbenennung von Variablen in  $C_j$  oder/und  $A$ , in Übereinstimmung bringen (unifizieren) läßt. Falls dies gelingt, reduziert sich das aktuelle goal zu dem goal:

$$\leftarrow (C_1, \dots, C_{j-1}, B_1, \dots, B_n, C_{j+1}, \dots, C_k) \quad \theta$$

wobei  $\theta$  die unifizierende Substitution ist. Der Prozeß wird mit der nun aktuellen goal-Klausel wiederholt und solange fortgesetzt, bis das leere goal produziert wird (d.h. die negierte Anfrage widerlegt ist).

Den Vorteilen von PROLOG (Existenz einer deklarativen Semantik und eines wohldefinierten Konsistenzbegriffs) stehen Nachteile gegenüber, die PROLOG als Repräsentationsformalismus für umfangreiches Expertenwissen zunächst wenig geeignet erscheinen lassen: Die zur Zeit gängigen PROLOG-Interpreter durchsuchen bei jedem Aufruf eines (sub-)goals die gesamte Wissensbasis nach passenden (unifizierbaren) Programmklauseln und setzen bei "Sackgassen" zurück (Backtracking). Vor dem Hintergrund des Strukturierungsmodells stellt sich eine PROLOG-Wissensbasis als ein unstrukturiertes Paket von Wissens-elementen dar, die insgesamt logisch konsistent sein müssen. Die Darstellung konkurrierenden Wissens ist nicht möglich; alle Wissens-elemente sind zu jeder Zeit erwähntbar.

---

<sup>2</sup> Effizienzsteigernde Maßnahmen syntaktischer Natur, die aus dem Gebiet des automatischen Beweisens übernommen werden, sind davon unabhängig; (vgl. Abschnitt 3.4a).

zur Strukturierung der Klauselmengen einer Wissensbasis sollen die in neueren PROLOG-Systemen meist vorhandenen Modulkonzepte dienen. Am interessantesten hinsichtlich einer semantischen Strukturierung scheint PROLOG II (van Caneghem, 1982) zu sein, wie nachstehend angedeutet wird. PROLOG II erlaubt die baumartige Organisation von PROLOG-Wissensbasen in sog. Welten, die ausgehend von der Welt "Normal" mit den Prädikaten "new-subworld", "subworld", "kill-subworld" und "purge" eingerichtet, umorganisiert bzw. wieder entfernt werden können. Welten entsprechen den Zuordnungsmengen von Paketen (die Zuordnung kommt dadurch zustande, daß Klauseln in der jeweils aktuellen Welt "current world" assertiert werden, wodurch alle Identifikatoren automatisch lokal deklariert werden). Zu jedem Zeitpunkt ist eine Welt die "current world" (Prinzip des Einzelzugangs), und es gelten Sichtbarkeitsbedingungen wie im Basismodell von Wissenspaketstrukturen (alle Klauseln auf dem Pfad von der Welt "Normal" zur "current world" sind erwählbar). Um subordinierte Welten der "current world" sukzessive zu erreichen, muß jeweils der Name einer direkt subordinierten Welt *s* explizit mitgeteilt werden; hierfür steht das vordefinierte Prädikat "down(*s*)" zur Verfügung (falls *s* nicht der Name einer der "current world" direkt subordinierten Welt ist, wird FALL produziert) - Dies bewirkt also ein Verschieben der ZUGÄNLICH-Markierung auf die Welt *s*. Mit "climb" wird die ZUGÄNLICH-Markierung wieder auf die direkt superordinierte Welt zurückgezogen. Da nach Bearbeitung einer Anfrage die zuletzt aktuelle Welt die "current world" ist, könnte auch von einer Persistenz von Zugangsbedingungen gesprochen werden.

Es erscheint möglich, daß sich mit diesen Mitteln Wissenspaketstrukturen darstellen lassen, die dem Basismodell (3.1) genügen und selektiven Wissenszugriff zumindest auf Basis des strukturabhängigen Wissenszugangs gestatten. Der Begriff einer Lokalen Konsistenz kann sich dabei auf die wohldefinierte Logische Konsistenz stützen.

### 4.3 Partitioned Networks

Partitioned Networks (Hendrix, 1979) stellen ein Schema zur deklarativen Repräsentation von Wissen dar, das auf semantischen Netzen aufbaut und die Aggregation größerer Struktureinheiten ("Spaces" und "Vistas") erlaubt. Die Partitionierung von Netzen ermöglicht übersichtliche Wissensdarstellungen und bildet die Grundlage für einen selektiven Wissenszugriff. Das Repräsentationsschema wurde am SRI International (Stanford Research Institute) in INTERLISP unter extensiver Verwendung benutzerdefinierter Datentypen implementiert und in verschiedenen Systemen im Bereich deduktiver Frage-Beantwortung und des Verstehens und Generierens natürlicher Sprache eingesetzt. Zur Eingabe von Netzwerkstrukturen in den Computer wurde eine INTERLISP-Erweiterung LN2 ("linearized net notation") entwickelt.

Als Hauptvorteil von semantischen Netzen<sup>3</sup> gegenüber anderen Repräsentationsformalismen wird angeführt, daß sie - bei gleicher Ausdrucksfähigkeit wie jedes andere formale System - die Information in Strukturen kodieren, die gleichzeitig als Zugangsstrukturen dienen können. Ein semantisches Netz besteht aus Knoten und Kanten; die Knoten notieren "Objekte" (Individuen oder Klassen) und die Kanten Instanzen binärer Relationen, mit denen sich taxonomische und andere objektbezogene Beziehungen ausdrücken lassen und die z.B. genutzt werden, um Eigenschaften allgemeinerer Objekte auf speziellere zu vererben. Spezielle Knoten dienen der Darstellung von nicht-atomaren logischen Formeln. Die Verarbeitung der deklarativen Netzwerkinformation erfordert eine aktive externe Instanz, die "weiß", wie Netzwerkwissen aufzufinden und anzuwenden ist; näheres hierzu findet sich in (Fikes & Hendrix, 1977).

---

<sup>3</sup>Hendrix (1979) bevorzugt den Ausdruck "Wissensnetz".

a) Zur Wissensorganisation:

wissenselemente: Die Kollektion der Knoten und Kanten eines semantischen Netzes kodiert eine Menge von prädikatenlogischen Propositionen, die Information über eine jeweils modellierte Welt ausdrücken. Die Netzwerk-analoga einzelner Propositionen können als wissenselemente<sup>4</sup> aufgefaßt werden und das ganze Netz als eine (große) Menge von Propositionen, die deduktiv, z.TL. auch mit speziellen objektbezogenen Inferenzmethoden (Fikes & Hendrix, 1977) verarbeitet werden.

Spaces bilden das Analogon der Zuordnungsmengen von Wissenspaketen (bzw. der  $P^*$ -Mengen im Zugangsgraphen): Für jeden deklarierten Space wird angegeben, welche Knoten und Kanten ihm angehören. Jeder Knoten und jede Kante eines Netzwerks kann zu einem oder mehreren Spaces gehören, das heißt, Spaces können auch überlappen. Ein Space kann als Teilmenge der Propositionen des gesamten semantischen Netzes aufgefaßt werden. Es ist möglich, daß die Überlappungsmenge von Spaces einen weiteren Space enthält. Damit entspricht die Partitionierung des semantischen Netzes dem allgemeinen Modell (3.2) von Wissenspaketstrukturen.

Spaces, deren Überlappungsmenge keinen weiteren Space enthält, konkurrieren im Sinne der allgemeinen Definition (3.3); siehe auch unter b). Über Konsistenz werden keine Aussagen gemacht, jedoch ist klar, daß das deduktive Auswertungsverfahren die Konsistenz assertierter Propositionen voraussetzen muß. Wie unter b) noch ausgeführt wird, ist lokale Konsistenz zureichend; d.h. alle formalen Ergebnisse über allgemeine Wissenspaketstrukturen können in dieser Hinsicht übernommen werden.

---

<sup>4</sup>Allerdings können die Konstituenten von Propositionen über mehrere Spaces verteilt sein. Dies hängt damit zusammen, daß die für semantische Netze zentrale Idee der Strukturierung des Diskursuniversums dazu ausgenutzt wird, Teile von Propositionen mit bestimmten Objektlassen in Beziehung zu setzen.

## b) Statische Zugangsbedingungen:

Um das Prinzip der Erwählbarkeit von Wissensselementen zu diskutieren, muß zunächst das Konstrukt der Vistas genauer angesehen werden: Eine Vista wird als Vereinigung einer Menge von Spaces definiert, die *typischerweise* genau der Subordination der existierenden Spaces folgt: Der oberste Space hat eine Vista, die nur aus ihm selbst besteht. Ein Space  $S$ , der einem Space  $S'$  subordiniert ist, hat eine Vista, die eine Erweiterung der Vista von  $S'$  ist. Werden Netzwerkoperationen relativ zu einer Vista ausgeführt, sind alle Strukturen der Vista SICHTBAR im Sinne des Prinzips der Erwählbarkeit von Wissensselementen; alle außerhalb der Vista Liegenden Netzwerkstrukturen werden ignoriert, d.h. die dadurch ausgedrückten Propositionen gelten als nicht assertiert.

Damit entsprechen Vistas genau dem Konzept der Sichtbarkeitsmengen im Modell von Wissenspaketstrukturen. Wenn  $S$  der "unterste" Space der aktuell betrachteten Vista ist, wird auch gesagt, "viewing the net from the vantage of  $S$ "; d.h. man kann dann davon sprechen, daß  $S$  als ZUGÄNGLICH markiert ist. Das Prinzip des Einzelzugangs ist insofern erfüllt, als jeweils genau eine Vista (durch die Auszeichnung eines "Vantage-Spaces") festgelegt wird. Die dem untersten Space einer Vista subordinierten Spaces können als ERREICHBAR im Sinne des Prinzips der Erreichbarkeit von Wissen betrachtet werden.

Bei überlappenden Spaces, deren Überlappungsmenge einen weiteren Space  $S$  enthält, gehören insbesondere alle  $S$  superordinierten Spaces zur Vista von  $S$ . Damit ist klar, daß Spaces nur dann nicht gemeinsam SICHTBAR werden können, wenn ihnen kein gemeinsamer Space subordiniert ist; solche Spaces konkurrieren im Sinne der allgemeinen Definition (3.3), und ihre Propositionenmengen brauchen insgesamt nicht konsistent zu sein (vgl. die obige Bemerkung zur lokalen Konsistenz).

## c) Dynamische Zugangsbedingungen:

Einem Beispiel (Hendrix, 1979, S. 70f) entnimmt man, daß dem System eine Anfrage QUERY ("What company built Old.Black?") zusammen mit einem Space KNOWLEDGE übergeben wird, dessen Propositionen zur Beantwortung der Anfrage als assertiert gelten (d.h. eine konkrete ZUGÄNGLICH-Markierung wird bei der Kommunikation der Anfrage an das System angegeben). Die SICHTBAREN Netzwerkstrukturen hinsichtlich "built" werden durch matching geprüft, ob sich eine konsistente Variablenbindung für "company" herstellen läßt, was in dem Beispiel nicht der Fall ist. Als nächstes werden im Netz ausgedrückte Implikationen (die nach Antezedenten und Konsequenzen auf überlappende Subspaces von KNOWLEDGE aufgeteilt sind) inspiziert, wo das Theorem "ALL Mustangs were built by Ford" zusammen mit der im Space KNOWLEDGE vorhandenen Information, daß "Old.Black" eine Instanz von "Mustangs" ist, die Variablenbindung "Ford" für "company" liefert.

Die Tatsache, daß im Verlauf der Aufgabenbearbeitung Subspaces einbezogen werden, wobei die zunächst benutzte Information SICHTBAR bleibt, kann als Verschieben der ZUGÄNGLICH-Markierung im Sinne des Prinzips des strukturabhängigen Wissenszugangs verstanden werden. In der Partitionierung des Beispielnetzes enthält der Space KNOWLEDGE unmittelbar nur Kanten für Instanzen von Relationen sowie spezielle Kanten zu erreichbaren Subspaces für Implikationen. Der Zweck dieser automatischen Änderung von Zugangsbedingungen ist also die angedeutete Zugriffsreihenfolge: Instanzen von Relationen von Anfang an SICHTBAR, Implikationen (bzw. andere nicht-atomare Propositionen) ERREICHBAR.<sup>5</sup> Ansonsten lassen sich keine Anhaltspunkte dafür finden, daß Zugangsbedingungen aufgabengesteuert verändert und anders als vom Benutzer vorgegeben erzeugt werden.

---

<sup>5</sup>Dies wird in (Fikes & Hendrix, 1977) als "general purpose binder task" bezeichnet.

## 4.4 MDX

MDX (Chandrasekaran & Mittal, 1983) ist ein an der Ohio State University entwickeltes medizinisches Expertensystem, das verschiedene Ursachen für Gallenstau (Cholestase) diagnostizieren kann. Sein Bereichswissen ist als Hierarchie von "Konzepten" organisiert, die - motiviert durch den medizinischen Bereich - auch als "Lokale Spezialisten" bezeichnet werden. (Konzepte bündeln verschiedene Typen lokalen Wissens im Sinne von Wissenspaketen, wie unten näher erläutert wird.) Es wird behauptet, daß die konzeptuelle Struktur das Bereichswissen analog dem Wissen medizinischer Experten organisiert und das Fokussieren von Problemlöseprozessen in der Weise gestattet, daß bei der Bearbeitung von Teilaufgaben nur jeweils unmittelbar relevantes Wissen einzusetzen versucht wird.

Aus der ursprünglichen LISP-Implementierung des Systems ging eine spezielle Repräsentationssprache - CSRL (Conceptual Structures Representation Language) - hervor, die insbesondere die Konstruktion von Klassifikationshierarchien und die Behandlung unsicheren Wissens erlaubt. (Unter "Klassifikation" wird im Kontext von Diagnoseproblemen die Abbildung des Zustands eines Objekts in eine Kategorie einer Klassifikationshierarchie verstanden.) CSRL wurde in INTERLISP und LOOPS implementiert und auch in anderen Bereichen zur Konstruktion von Diagnose-Expertensystemen eingesetzt (im einzelnen siehe Bylander & Mittal, 1986).

Die Kriterien, nach denen das Wissen strukturiert wird, werden als "generic tasks" beschrieben (Chandrasekaran, 1986; 1987). Hierunter ist eine Organisation von Bereichswissen hinsichtlich spezieller Problemlösetypen mit jeweils spezifischen Inferenz- und Kontrollmechanismen zu verstehen. Ein solcher Typ ist die hierarchische Klassifikation nach der sog. Establish-Refine-Strategie, auf die sich die folgende Diskussion



konzentriert. Andere Typen werden mit "abductive assembly", "structured (hypothesis) matching" und "'database inference" benannt (diese Liste wird nicht als abgeschlossen betrachtet). D.h. Wissensrepräsentation und Wissenseinsatz werden aufeinander zugeschnitten; anstelle möglichst allgemeiner werden aufgabentypspezifische Wissensrepräsentationen erstellt. Zur Lösung von Diagnoseproblemen sind u.U. mehrere solche Tasks relevant.

a) Zur Wissensorganisation:

MDX organisiert das Bereichswissen in einer Klassifikationshierarchie, in die Kontrollwissen in Form der Establish-Refine-Strategie integriert ist (diese Strategie ist für das Verändern von Zugangsbedingungen maßgeblich; siehe unter c). Verschiedene Typen von Wissens-elementen können unterschieden werden: Regeln (if-then-Ausdrücke) und Tabelleneinträge. Die Wissens-elemente sind jeweils einem Konzept (oder "Spezialisten") der Hierarchie zugeordnet und in einer oder mehreren "Knowledge Groups" zusammengefaßt, die verschiedene Teilaufgaben des Spezialisten betreffen. Eine solche Gruppe besteht aus einer Menge von Regeln oder einer Tabelle. Den Konzepten sind ferner lokale Prozeduren zur Abwicklung des Informations- und Kontrollflusses innerhalb und zwischen Konzepten (durch sog. Message Passing) zugeordnet. Ein Spezialist kann mehrere Subspezialisten umfassen, denen Wissen zur Verfeinerung diagnostischer Hypothesen zugeordnet ist; alternative Verfeinerungen unterscheiden sich in der Regel nur hinsichtlich eines einzigen Attributs (z.B. die genauere Lokalisierung von Beschwerden betreffend). Die Dekomposition eines Spezialisten in Subspezialisten beruht auf Expertenbefragungen.

In der Hierarchie "lokaler Spezialisten" von MDX (bzw. mit CSRL formulierten ähnlich aufgebauten Diagnosesystemen) inkarniert sich das Prinzip des Packens von Wissens-elementen (die Knowledge Groups sind als zusätzliche Strukturierungsmittel innerhalb von Paketen zu deuten). Mit

der baumartigen Subordination von Spezialisten entspricht die Wissensorganisation dem Basismodell von Wissenspaketstrukturen. (Chandrasekaran, 1987) enthält Hinweise auf laufende Arbeiten an einem System MDX2, das auch überlappende Pakete zuläßt (die Hypothesen bestimmter Spezialisten können für mehrere Klassifikationshierarchien relevant sein). Im Sinne des Prinzips konkurrierenden Wissens stehen alternative Subspezialisten in Konkurrenz und müssen versuchen, sich bei der Hypothesenverfeinerung zu "etablieren" (siehe unter c)\_ Das Prinzip der lokalen Konsistenz ist insofern verwirklicht, als die von subordinierten Spezialisten jeweils generierbaren Diagnosehypothesen die Laufende Hypothese verfeinern, mit ihr also insbesondere verträglich sein müssen; die (Sub-)Hypothesen konkurrierender Spezialisten können unverträglich sein.

b) Statische Zugangsbedingungen:

Das Prinzip der Erwählbarkeit von Wissens-elementen ist - mit irrelevanten Einschränkungen - verwirklicht; ein Spezialist, der zu einem Zeitpunkt "etabliert" ist (deutbar mit "als ZUGÄNGLICH markiert"), kann nur sein lokales (d.h. zugeordnetes) Wissen zur Bearbeitung der laufenden Teilaufgabe erwählen - das Diagnosewissen übergeordneter Spezialisten wird bei der Hypothesenverfeinerung nicht herangezogen. Dies ist insofern keine wirkliche Einschränkung, als das allgemeinere Wissen eines Superkonzepts beim Verfeinern einer bereits etablierten Hypothese irrelevant ist. wohl aber kann es bei Erklärungen herangezogen werden., ist diesbezüglich also ebenfalls SICHTBAR. Immer nur ein Spezialist kann zu einem gegebenen Zeitpunkt etabliert sein (Prinzip des Einzelzugangs), und alle seine Subspezialisten kommen für eine weitere Hypothesenverfeinerung in Betracht (Prinzip der Erreichbarkeit von Wissen).

---

<sup>6</sup>Der "Abductive Assembler" benutzt Teilmengen gestaffelter Hypothesen zur Erstellung kohärenter Erklärungen der Daten (Chandrasekaran, 1987).

### c) Dynamische Zugangsbedingungen:

Die Veränderung von Zugangsbedingungen kommt primär durch die Establish-Refine-Strategie zustande und entspricht in naheliegender Weise dem Prinzip des strukturabhängigen Wissenszugangs. (Spezielle Maßnahmen treten in Kraft, wenn Hypothesen nur bedingt etabliert werden können; dies äußert sich anhand einer Bewertung von bestimmten Knowledge Groups der Spezialisten, welche durch "structured matching" ermittelt wird). Ein Spezialist, der bei der Etablierung seiner spezifischen Hypothese erfolgreich ist, aktiviert jeweils einen seiner Subspezialisten, der wiederum versuchen muß, "sich" (seine Diagnosehypothese) zu etablieren. Die Aktivierung kann als Verschieben der ZUGÄNLICH-Markierung auf einen direkt erreichbaren Subspezialisten interpretiert werden. Wenn ein Spezialist nicht erfolgreich ist, wird keiner seiner Subspezialisten aktiviert.

Für einen schlüsselwortabhängigen Wissenszugang im Sinne des Prinzips läßt sich keine Entsprechung finden. Zu Beginn einer Diagnose wird grundsätzlich der "Root Specialist" der Klassifikationshierarchie aktiviert. Bisher existiert kein Kriterium dafür, wann die progressive Hypothesenverfeinerung abbricht; der Benutzer wird jeweils gefragt, ob die Diagnose ausreichend ist. Ist weitere Verfeinerung gewünscht, wird vom zuletzt etablierten Spezialisten aus fortgefahren. Nur in einem solchen Fall könnte von einer Persistenz von Zugangsbedingungen gesprochen werden.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß in der Wissensorganisation von MDX das Bereichswissen semantisch lokalisiert ist (in den "Spezialisten") und daß Muster-bezogener Wissenszugriff nur innerhalb aktuell zugänglicher Kollektionen von Wissens-elementen erfolgt.

## 4.5 ECOSYSTEM

ECOSYSTEM (English Conversational System) ist ein Frage-Antwort-System, das an der University of Alberta entwickelt wird (de Haan & Schubert, 1986). Dabei ist es das Ziel, unbeeinflusst von Umfang und Diversität des repräsentierten Wissens über einen Diskursbereich die effiziente Beantwortung von Faktenfragen zu ermöglichen (zunächst beschränkt auf einfache Entscheidungsfragen). Die Repräsentation propositionalen Wissens in einem semantischen Netz, das durch zusätzliche Strukturierungsmaßnahmen einen selektiven Zugang zu fragerrelevantem Wissen ermöglicht, basiert auf einem Ansatz von (Schubert, Goebel & Cercone, 1979) und entstand aus der expliziten Erkenntnis, daß eine ausschließlich objektzentrierte Repräsentation für effizienten Wissenszugriff nicht adäquat ist. Dem semantischen Netz wird eine "topical" Wissensstrukturierung überlagert, die in wesentlichen Aspekten der Wissenspaketidee entspricht.

Ein experimentelles System, das propositionale Wissens-elemente automatisch topical klassifiziert, in ein topical organisiertes Netz einordnet und selektiv zugänglich macht, wurde in C implementiert (Schubert et al., 1979); die aktuellste Implementierung einer auf der Strukturierung aufbauenden Inferenzmethode erfolgte in Berkeley-PASCAL (de Haan & Schubert, 1986). In vielerlei Hinsicht wurde Aufwand getrieben, um die Effizienz von Inferenz- und Retrieval-Methoden zu steigern, was etwas den Blick für die zentralen Ideen der Wissensstrukturierung verstellt. Um diese Ideen herauszuarbeiten, bleiben deshalb solche Maßnahmen in der folgenden Diskussion weitgehend unberücksichtigt.

ECOSYSTEM benutzt als Wissensrepräsentationsschema zunächst eine spezielle Form semantischer Netze (mit Propositionenknoten), in welchen Wissen um Konzepte herum organisiert wird; unterschieden werden spezifische Konzepte (Individuen) und generische Konzepte (Typen). Das einem

Konzept zugeordnete Wissen besteht aus einer Menge von Propositionen, die es mit anderen Konzepten in Beziehung setzen. Durch bidirektionale Verbindungen zwischen Konzepten und Propositionen wird eine "semantische Umgebung" für jedes Konzept definiert: Gerichtete Kanten (links) führen von Propositionen zu Knoten für die partizipierenden Konzepte, und sog. back-links führen von Konzeptknoten zu "Propositionenknoten" (d.h. Propositionen können adressiert werden; das topicale Strukturierungskonzept in ECOSYSTEM stützt sich wesentlich auf diese Tatsache). Motiviert wird die konzeptzentrierte Wissensrepräsentation grundsätzlich damit, daß relevantes Wissen für die Fragebeantwortung in der semantischen Umgebung von in der Frage angesprochenen Konzepten liegt und durch Traversierung längs der von den Konzepten ausgehenden Kanten gefunden werden kann.

Die Konzepte sind in ECOSYSTEM gemäß einer fixen Konzepthierarchie (CH) organisiert, welche physikalische Objekte nach Typen klassifiziert. Entsprechend werden generische Konzepte auch Konzepttypen genannt, die durch spezifische Konzepte instantiiert werden können; z.B. wird das generische Konzept WOLF - formal ein einstelliges Prädikat - durch das spezifische Konzept WOLF1 instantiiert: (WOLF1 WOLF).<sup>7</sup> (Die im Artikel verwendete Syntax stellt das erste Argument eines Literals jeweils voran). Nicht jedes einstellige Prädikat wird als generisches Konzept, also als (Typ-)Prädikat, das den Objekttyp seines Arguments angibt, aufgefaßt. Aus der CH resultiert eine taxonomische Organisation von Wissen. Sie ermöglicht einerseits schnellen Zugang zu spezifischen Konzepten eines vorgegebenen Typs, andererseits können dadurch Eigenschaften, die den Instanzen allgemeinerer generischer Konzepte zugeschrieben werden, auf Instanzen spezieller generischer Konzepte vererbt werden.

---

<sup>7</sup>Die Beispiele in (de Haan & Schubert, 1986) beziehen sich auf die Rotkäppchen-Geschichte.

Propositionen setzen Konzepte zueinander in Beziehung, was teils durch Prädikation geschieht wie (WOLF1 WOLF) oder (WOLF1 EAT GRANDMA), teils durch komplexe prädikatenLogische Formeln (in Klauseldarstellung): z.B. drückt  $(\forall x \text{ WOLF}) \vee (\forall x \text{ MAMMAL})$  die Implikation "jeder wolf ist ein Säugetier" aus (die Allquantifikation der Individuenvariablen ist in der Klauselschreibweise implizit). Während propositionales Wissen also in ECOSYSTEM durch deduktiv verarbeitbare Klauselmengen repräsentiert wird, werden die Darstellungsmittel des semantischen Netzes weiterhin benutzt, um Zugriffsstrukturen zu repräsentieren.

Der zentrale Gedanke ist es, daß die (potentiell sehr große) Menge der Propositionen, die ein Konzept betreffen, in thematisch verwandte Propositionenmengen ("topically related subsets of facts") persistent strukturiert wird: Bei der Wissensakquisition werden jeder assertierten Klausel durch einen Klassifikationsalgorithmus mehrere (Concept, Topic) - Paare zugeordnet. Die topicale Klassifikation erfolgt relativ zu bestimmten Konzepten (sog. Focus-Konzepten), die in der Proposition vorkommen, und stützt sich auf vordefinierte "indicator-links" von Konzeptknoten zu Topic-Knoten. Typprädikate (für generische Konzepte wie MAMMAL oder WOLF) dienen der Klassifizierung nach dem Topic "generalization" bzw. "specialization"; für alle anderen topicalen Klassifikationen sind nur Nichttyp-Prädikate (z.B. GREY oder EAT) einer Proposition maßgeblich. Das Nichttyp-Prädikat GREY indiziert zum Beispiel den Topic "coloring". Entsprechend der topicalen Klassifikation sprechen die Autoren z.B. von "coloring propositions", "location propositions", "size propositions" etc. (Schubert et al. 1979, S.154ff). Abhängig von ihren Focus-Konzepten wird eine Proposition ggfs. mehrfach topical klassifiziert (jedoch sind i.a. nicht alle Konzepte, auf die sich eine Proposition bezieht, Foci). Während Konzepte der Klassifikation von physikalischen Objekten dienen, dienen Topics der Klassifikation von Aussagen über physikalische Objekte.

Ebenso wie (generische) Konzepte haben Topics verschiedene Allgemeinheitsgrade; sie sind in einer Topic-Hierarchie (TH) organisiert. Die obersten Kategorien der TH lauten: specialization, generalization, part, physical quality, mental quality, behavior, function (use) und static relationship; einige davon sind bereits terminale Kategorien.

Entsprechend der topikalene Klassifikation von Propositionen werden im semantischen Netz die back-Links von Konzept- zu Propositionen-Knoten durch ein baumartiges Zugriffsnetzwerk, das die Struktur der TH reflektiert, ersetzt. Um Speicherplatz und Traversierungsaufwand zu sparen, werden zu jedem Konzept nur minimale Ausschnitte der TH: "topical access skeletons" (TAS) repliziert. (Ähnliche Maßnahmen werden bei der Einordnung spezifischer Konzepte in die Typenhierarchie getroffen.) Der Klassifikationsalgorithmus für assertierte Klauseln wird ebenfalls benutzt, um Anfragen (Concept,Topic)-Paare zuzuordnen, auf deren Basis das propositionale Wissen selektiv durchsucht werden kann. Einzelheiten werden nachstehend im Kontext des Wissenspaketmodells erläutert.

a) Zur Wissensorganisation:

Die Wissens-elemente sind hier Propositionen (in Klauseldarstellung), die mit einem auf der Resolutionsregel basierten Deduktionsverfahren, zum Teil ergänzt durch spezielle Inferenzmethoden, verarbeitet werden. Die wesentliche Grundlage für den selektiven Wissenszugriff beruht auf der topikalene Organisation von Klauselmengen, die als "orthogonal" zu der taxonomischen Organisation der Konzepte verstanden werden kann. Im folgenden werden Propositionen mit  $w$  (für Wissens-element), Konzepte mit  $K$  und Topics mit  $topc$  notiert. Es wird zum Teil die in Kapitel 3 eingeführte formale Notation benutzt.

Die topicalene Zusammenfassung von Propositionenmengen entspricht dem Prinzip des Packens von Wissens-elementen. Ein Topic wird als zweistellig-

ges Prädikat  $\text{topc}$  von Proposition-Konzept-Paaren definiert (Schubert et al. 1979, S. 154). Die Bildung von "Paketen" bei der Wissensakquisition beruht auf der Klassifikation von assertierten Propositionen nach terminalen Topics der TH und erfolgt relativ zu den Konzepten (d.h. zu jedem generischen wie spezifischen Konzept gehört eine Wissenspaketstruktur): Genau die Propositionen  $w$ , die nach einem terminalen Topic  $\text{topc1}$  klassifiziert sind und für die  $K$  ein fokales Konzept ist, werden einem Paket  $P(K, \text{topc1})$  zugeordnet. D.h. für eine Proposition  $w$ , die  $K$  als Focus enthält, gilt  $w \in P(K, \text{topc1})$  gdw.  $\text{topc1}(w, K)$  wahr &  $\text{topc1}$  terminal.

Beispiele:

$w1: T(x \text{ WOLF}) \vee (x \text{ GREY})$

$w2: (\text{WOLF1 EAT GRANDMA})$

$w1$  und  $w2$  werden Paketen  $P(K, \text{topc})$  wie folgt zugeordnet:

$w1 \in P(\text{WOLF}, \text{coloring})$

$w2 \in P(\text{WOLF1}, \text{feeding})$

$w2 \in P(\text{GRANDMA}, \text{consumption})$

d.h.  $w1$  ist eine coloring-Proposition über das generische Konzept WOLF,  $w2$  ist eine feeding-Proposition über das spezifische Konzept WOLF1 und eine consumption-Proposition über das spezifische Konzept GRANDMA.

Die Topic-Hierarchie legt die Wissenspaketstruktur fest: wenn  $\text{topc1}$  ein Subtopic von  $\text{topc2}$  ist, so gilt  $P(K, \text{topc1}) \subset P(K, \text{topc2})$ ; z.B. ist die obige coloring-Proposition  $w1$  auch eine appearance-Proposition (über WOLF), da "coloring" Subtopic von "appearance" (Erscheinungsbild) ist.

Da die für ECOSYSTEM gewählte TH baumartig ist, kann ein Paket nicht mehreren Paketen direkt subordiniert sein. Pakete überlappen in der Regel nicht; dort, wo Propositionen nach mehreren Topics klassifiziert werden, geschieht es relativ zu verschiedenen Konzepten (vgl.  $w2$  im obigen Beispiel). Die Organisation des propositionalen Wissens zu



einem Konzept entspricht also im Grundsatz dem Basismodell von Wissenspaketstrukturen<sup>8</sup>. Die Menge der back-link-Pfade von einem Konzept-Knoten zu einer Menge nach demselben Topic klassifizierter Propositionen korrespondiert jeweils mit einem Pfad im Zugangsgraphen. Propositionen, die nach unvergleichbaren Kategorien der TH klassifiziert sind, gehören konkurrierenden Paketen an. Die Konsistenz von assertierten Propositionen ist für das Deduktionsverfahren vorauszusetzen; da Resolutionen immer nur auf topical beschränkten Klauselmengen durchgeführt werden (de Haan & Schubert, 1986, S.337), ist lokale Konsistenz zureichend.

b) Statische Zugangsbedingungen:

Die durch die TH gegebene Wissensstrukturierung ermöglicht direkten Zugang zu den Propositionen, die ein Konzept topical betreffen. Eine Anfrage an ECOSYSTEM wird zunächst in Klauselform überführt und automatisch klassifiziert, was ein Konzept-Topic-Paar  $(K1, \text{topcl})$  liefert, wobei im Idealfall  $\text{topcl}$  terminal ist.  $\text{topcl}$  kann als ZUGÄNGLICH-Markierung jeweils einer Klasse von Wissenspaketen  $P(K, \text{topcl})$  (mit  $K = K1$  oder  $K$  Super-, Subkonzept oder Instanz von  $K1$ ) gedeutet werden. Zunächst werden nur die  $\text{topcl}$ -Propositionen für das Konzept  $K1$  einzeln mittels pattern matching auf Anwendbarkeit geprüft; der Einbezug von Sub- und Superkonzepten sowie ggfs. von Konzeptinstanzen geschieht nach einer kostengeordneten Agenda. Alle Propositionen, die nicht  $\text{topcl}$  betreffen, werden ignoriert. Dies entspricht dem Prinzip der Erwählbarkeit, wobei zu bemerken ist, daß die Sichtbarkeitsmenge jeweils genau die Zuordnungsmengen von minimalen Paketen (die mit terminalen Topics korrespondieren) umfaßt; umfassenderen Paketen sind keine Wissens-elemente zuge-

---

<sup>8</sup>Mit einer Ausnahme: Der terminale Topic "texture" existiert in der TH zweimal; er ist außer "appearance" auch "tactile-quality" subordiniert. Dies bedeutet, daß "texture"-Propositionen sowohl zum "appearance"- als auch zum "tactile-quality"-Paket gehören. Vgl. dazu S. 142, Fall (3a).

ordnet. Da jede individuelle Retrievalaktion auf einen einzelnen Topic bezogen ("topically focused") ist, genügt der Wissenszugriff dem Prinzip des Einzelzugangs zu gepacktem Wissen. Das Prinzip der Erreichbarkeit von Wissen ist relevant, wenn für eine Anfrage nur ein nichtterminaler Topic  $topc_0$  determiniert werden kann (siehe unter c).

c) Dynamische Zugangsbedingungen:

Entsprechend der Struktur der TH kann der Zugang auf sub- oder Supertopics erweitert werden (strukturabhängiger Wissenszugang). Wenn für eine Anfrage nur ein nichtterminaler Topic  $topc_0$  determiniert werden kann (z.B. "appearance"), sind genau die Wissens-elemente der  $P(K, topc_0)$  subordinierten terminalen Pakete (z.B. für die Topics "form", "coloring" oder "texture") ERREICHBAR und können nach geeignetem Wissen durchsucht werden, wobei jedes dieser Pakete nacheinander ZUGÄNGLICH gemacht wird (bezüglich der Zugangsreihenfolge gibt es Ansätze, subtopics nach ihrer Relevanz für den übergeordneten Topic zu ordnen). Enthält das Paket des zunächst determinierten Topics kein geeignetes Wissen, erlaubt die topicale Organisation die graduelle Erweiterung der Suche auf konkurrierende Pakete: Kann z.B. kein anwendbares Wissens-element unter dem "coloring"-Topic gefunden werden, wird als nächstes topical "naheliegende" Information über "form" or "texture" inspiziert (Schubert et al. 1979, S.160).

Zentral für die Wissensorganisation in ECOSYSTEM ist das Prinzip des schlüsselwortabhängigen Wissenszugangs: Diejenigen Prädikate in einer Anfrage, für die ein Indikator-link zu einem Topic-Knoten existiert, können als Schlüsselwörter verstanden werden; sie führen gerade zu der oben erläuterten topicalen Fokussierung des Wissenszugriffs.

Für das Prinzip der Persistenz von Zugangsbedingungen (hinsichtlich aufeinanderfolgender Anfragen) gibt es keine Entsprechung, da grundsätzlich jede Anfrage für sich topical klassifiziert wird.

## 4.6 LAKOS

Als zentrales Projekt der Arbeitsgruppe LAKOS wurde an der Universität Osnabrück ein computerimplementiertes Wissensrepräsentationsmodell zunächst mit dem Ziel entwickelt, ein Erklärungsmodell für kognitive Phänomene beim Menschen auf der Basis hypothetischer Wissensstrukturen bereitzustellen. Das Akronym LAKOS - für "Logische Analyse kognitiver Organisations-Strukturen" - entstand in diesem Zusammenhang und bezieht sich auf die Modellierung von Wissensstrukturen mit Mitteln der formalen Logik. Die Spezifikation und Implementierung des Modells stützt sich auf die empirischen Daten aus Kapitel 2. Sie erfolgte in naher Zusammenarbeit des Verfassers mit Heimar Gust und führte zu einem ersten lauffähigen Prototypen eines Dialogsystems, LAKOS1, dessen Wissensbasis gemäß dem Basismodell von Wissenspaketstrukturen aufgebaut ist. Der Prototyp wurde in dem PROLOG-System MLOG (Gust, 1983) implementiert.

LAKOS1 ist ein deduktives Frage-Antwort-System, das in begrenztem, standardisierten Umfang natürlich-sprachliche Dialoge mit einem Benutzer abwickeln kann. Der Benutzer stellt Fragen oder Aufgaben ähnlich wie in einem diagnostischen Interview. Das System antwortet auf der Basis des jeweils modellierten Wissens durch Ausgaben auf dem Terminal. Die als wissensbasierte Prozesse erzeugten Systemantworten stehen stellvertretend für Handlungen und Sprechhandlungen eines modellierten Individuums, wobei die potentiellen Handlungen des Systems von der organisatorischen Strukturierung der Wissensbasis und (ermöglicht durch ein semantisches Kurzzeitgedächtnis) vom Dialogverlauf abhängen. Mit der ansatzweisen Reproduktion von Dialogen wie in den Interviews zum Wissensensatz-Experiment - eingeschlossen kontextabhängige Antworten, Begründungen und kognitive Konflikte - wurde die Tragfähigkeit des Modellierungsansatzes bestätigt. Einzelheiten zur Implementierung und Arbeitsweise des Systems

wurden in (Wachsmuth, 1985a; 1985c) und (Gust, 1986) publiziert und sollen deshalb hier nur summarisch ausgeführt werden.

a) Zur Wissensorganisation:

Das System verfügt über zwei grundsätzlich verschiedene Typen von Wissen: "Regelwissen" modelliert Partikel des für den Größenvergleich von Brüchen benötigten Fachwissens in einer deduktiv verarbeitbaren Repräsentationssprache, und "Sprachwissen" dient der Zuordnung von sprachlichen Ausdrücken, die in Dialogen mit dem System verwendet werden, zu Ausdrücken der Repräsentationssprache und umgekehrt. Entsprechend werden zwei Typen von Wissensbasis-Einträgen unterschieden: RULE-Einträge und TALK-Einträge. RULE-Einträge werden in einer Prolog-nahen Syntax notiert (eine Regel ohne Bedingungsseite kann als Faktum verstanden werden). TALK-Einträge werden in Form geordneter Paare aus Bezeichner und Bezeichnetem notiert, z.B. ordnet (EQUAL,=) das zur Kommunikation von Aufgaben verwendete Wort "EQUAL" dem semantischen Zeichen "\_" zu, das zu der Repräsentationssprache gehört. Als "Wissenselemente" werden beide Typen von Einträgen - gekennzeichnet mit "RULE" bzw. "TALK" und ergänzt durch einen Index für die Wissenspaketzuordnung - in entsprechende Pakete der Wissenspaketstruktur eingeordnet. Die Struktur eines Wissensbasis-Eintrags ist also grundsätzlich die folgende: <Index> <Typkennzeichnung> <Rumpf>. Anhand der Typkennzeichnung erkennen die Parser/Generator- bzw. die Evaluierungskomponente des Systems jeweils die für sie relevanten Wissens-elemente. Die Indizes entsprechen einer Preorder-(depth-first)-Numerierung der Knoten eines baumartigen Zugangsgraphen, die gleichzeitig Zuordnungs-, Sichtbarkeits- und Erreichbarkeitsmengen der entsprechenden Wissenspakete kodieren.

Regeln wurden dann in einem Paket zusammengefaßt, wenn sie anhand der empirischen Daten als im gleichen Kontext einsetzbar eingestuft wurden; durch geschachtelte Pakete wurden Unterkontexte berücksichtigt. Regeln, die nicht gemeinsam einsetzbar waren, wurden konkurrierenden Paketen zugeordnet. Der Zugangsgraph der entstehenden Wissenspaketstruktur wurde anschaulich "Wissensnetz" genannt. Zur Integration von Sprachwissen wurden zunächst hinsichtlich des gegebenen Aufgabenbereichs signifikante (handlungsauslösende) Wörter identifiziert, die nach ihrem Grad von "Allgemeinheit" oder "Spezifität" höheren bzw. tieferen Knoten im Wissensnetz zugeordnet wurden; hierzu siehe im einzelnen (Wachsmuth, 1988). Die solcherart strukturierte Wissensbasis genügt allen drei Prinzipien der Wissensorganisation.

#### b) Statische Zugangsbedingungen:

Die ZUGÄNLICH-Markierung im LAKOS-System wird "Fokus" genannt (womit suggeriert werden soll, daß das System auf eine bestimmte Teilmenge seines Wissens fokussiert) und durch den Index des entsprechenden Knoten im Zugangsgraphen angegeben. Relativ zum Fokus ist das vorhandene Wissen selektiv zugreifbar: Alle RULE-Wissenselemente auf dem Pfad vom obersten Knoten zum Fokusknoten sind für das System SICHTBAR und werden mittels matching auf Einsetzbarkeit geprüft,<sup>9</sup> wobei ggfs. subgoals aktiviert werden. Für die TALK-Wissenselemente gelten entsprechende Zugangsbedingungen, was insbesondere für die kontextabhängige Interpretation von Eingaben in Dialogsequenzen von Bedeutung ist (siehe unten). Nur jeweils ein Knoten kann zu einer Zeit den Fokus haben (Einzelzugang). Genau die Wissenselemente im Teilgraph unterhalb des Fokusknotens sind ERREICHBAR.

---

<sup>9</sup>Tatsächlich werden in der Prototyp-Implementierung alle Wissenselemente "gematcht", was jedoch bei Indizes ungleich dem Fokusindex sofort zu einem FALL führt. Diese Implementierung demonstriert in erster Linie ein kontextabhängiges Systemverhalten, ist bei großen Wissensbasen aber problematisch und sollte durch ein effizienteres Zugriffsverfahren ersetzt werden; siehe dazu auch (Gust, 1986).

## c) Dynamische Zugangsbedingungen:

Ist keins der RULE-Wissenselemente aus der aktuellen Sichtbarkeitsmenge einsetzbar, verschiebt sich der Fokus auf den entsprechend der Preorder-Numerierung nächsten Knoten (strukturabhängiger Wissenszugang). Eine zentrale Rolle spielt der schlüsselwortabhängige Wissenszugang: Vor der erstmaligen Kommunikation einer Anfrage an das System ist es "in neutralem Fokus", d.h. der oberste Knoten ist markiert. Beim Übersetzen der sprachlichen Eingabe in die Repräsentationssprache müssen in dem Wissensnetz passende TALK-Einträge aufgefunden werden. Der Knoten, in dessen Sichtbarkeitsmenge alle benötigten TALK-Einträge gefunden werden, ist der Ausgangsfokus für die Evaluierung der repräsentierten Anfrage. Maßgeblich sind damit die "im Kontext" der Anfrage erwählbaren RULE-Wissenselemente. Backtracking wird während der Evaluierung nicht über den Ausgangsfokus hinaus zugelassen, um die Antwortmöglichkeiten des Systems auf den durch die Spracheingabe gesetzten Kontext zu beschränken (sonst würden Regeln erwählbar werden können, in deren Kontext die Eingabe sich möglicherweise nicht analysieren läßt). Bei erfolgreicher Evaluation der Anfrage wird unter Benutzung der TALK-Einträge eine Sprachausgabe generiert; das System verbleibt danach im zuletzt aktuellen Fokus, so daß nachfolgende Anfragen in dem dadurch gesetzten Kontext interpretiert werden (Persistenz von Zugangsbedingungen).

Weitere Versionen des Systems wurden in MLOG implementiert und in zum Teil in konkreten Anwendungen erprobt. (Wachsmuth, im Druck) exploriert Einsatzmöglichkeiten des Konzepts zur Darstellung von Lernerwissen in intelligenten Tutorsystemen. Die Arbeit (Gust, 1986) erläutert Anwendungen bei der Simulation linguistischer Phänomene, die im Projekt SGK am Fachbereich Sprache und Literaturwissenschaften untersucht werden und insbesondere die Analyse von Nominalkomposita (zusammengesetzte

Hauptwörter wie "Autoschlange") betreffen. In vielen Fällen ist kontextspezifisches Rahmenwissen erforderlich, um die Bedeutung eines Kompositums zu erschließen (Kanngießler, 1985). Die Strukturierung der Wissensbasis kann hierbei verwendet werden, um Mehrdeutigkeiten auszuräumen oder zu reduzieren. <sup>10</sup>

Laufende Arbeiten der LAKOS-Gruppe richten sich auf den Einsatz des Repräsentationsschemas zur Darstellung von Expertenwissen in einem Diagnosesystem (Pilzvergiftungen). Dieser Bereich erfordert den Einbezug verschiedener Wissensbestände aus der Botanik (Pilze), Chemie (Inhaltsstoffe) und Medizin (Symptome) sowie Wissensarten (taxonomisches und assertionales Wissen). Zur Modellierung von taxonomischem Wissen werden objektorientierte Wissensrepräsentationen einbezogen (Gust & Meierarend, 1986). Experimentelle Implementierungen betreffen den Aufbau heterarchischer Wissensbasen (mit nicht-baumartigen Zugangsgraphen), die Unterstützung von Wissensakquisition und Konsistenzprüfungen durch das System sowie die Möglichkeit, mehrere Foki (begrenzt auf verschiedene Wissensbestände) einzusetzen. Die Implementierungen liegen meistenteils hinter den theoretischen Konzeptionen zurück, jedoch geschieht dies in der Annahme, daß die gründliche Vorarbeit vor größeren Implementierungsvorhaben sich langfristig auszahlen wird. Als wichtigste Teilprobleme werden derzeit die Erweiterung der Dialogkomponente sowie die Koordination des Einsatzes von taxonomischem und assertionalen Wissen angegangen. Implementierungen sollen in einem von Gust entwickelten Prologsystem GLOG erfolgen, das die Strukturierung beider Wissensarten durch die Basisdatentypen "Graph" (einschließlich der Graphunifikation) und "Paket" (mit einem paketbezogenen ASSERT) unterstützt.

---

<sup>10</sup> Das Beispiel "Autoschlange" entstammte einer Zeitungsüberschrift und ließ sich im Kontext des zugehörigen Artikels als "Schlange im Auto" analysieren.

## Literaturverzeichnis

Anderson, J.R. (1980). Cognitive Psychology and its Implications. San Francisco: Freeman.

Barr, A. & Feigenbaum, E.A. (Eds.) (1981). The Handbook of Artificial Intelligence, Vol. 1. Los Altos (CA): Kaufmann.

Behr, M.J., Post, T.R., Silver, E.A. & Mierkiewicz, D.B. (1980). Theoretical foundations for instructional research on rational numbers. In R. Karplus (Ed.) Proceedings 4th Int. Conf. for the Psychology of Mathematics Education (pp. 60-67). Berkeley: University of California.

Behr, M.J., Wachsmuth, I., Post, T.R. & Lesh (1984). Order and equivalence of rational numbers: A clinical teaching experiment. Journal for Research in Mathematics Education 15(5), 323-341.

Behr, M.J., Wachsmuth, I. & Post, T.R. (1985). Construct a sum: A measure of children's understanding of fraction size. Journal for Research in Mathematics Education 16(2), 120-131.

Bobrow, D.G. & Collins, A. (Eds.) (1975). Representation and Understanding - Studies in Cognitive Science. New York: Academic Press.

Brachman, R.J., Fikes, R.E. & Levesque, H.J. (1983). KRYPTON: Integrating terminology and assertion. Proceedings AAAI-83 (pp.31-35).

Brachman, R.J. & Schmolze, J.G. (1985). An overview of the KL-ONE knowledge representation system. Cognitive Science 9(2), 171-216.

Bylander, T. & Mittal, S. (1986). CRSL: A Language for Classificatory problem solving and uncertainty [handling. AI Magazine](#) 7, 66-77.

Chandrasekaran, B. (1986). Generic tasks in knowledge-based reasoning: High-level building blocks for expert system design. IEEE Expert 1 (3), 23-30.

Chandrasekaran, B. (1987). Towards a functional architecture for intelligence based on generic information processing tasks. Proceedings IJCAI-10.

Chandrasekaran, B. & Mittal, S. (1983). Conceptual representation of medical knowledge for diagnosis by computer: MDX and related systems. In M. Yovits (Ed.): Advances in Computers (pp. 217-293). New York: Academic Press.

Clancey, W.J. & Letsinger, R. (1981). NEOMYCIN: Reconfiguring a rule-based expert system for application to teaching. Proceedings IJCAI-7, 829-836.

Cohen, P.R. & Feigenbaum, E.A. (Eds.) (1982). The Handbook of Artificial Intelligence, Vol. III. Los Altos (CA): Kaufmann.

de Haan, J. & Schubert, L.K. (1986). Inference in a topically organized semantic net. Proceedings AAAI-86, Vol.1 (pp.334-338).



- Fahlman, S. (1975). A system for representing and using real world knowledge. MIT AI Lab Memo 331, Cambridge (MA). Zitiert in (de Haan & Schubert, 1986).
- Feigenbaum, E.A. (1977). The art of artificial intelligence: Themes and case studies of knowledge engineering. Proceedings IJCAI-5, Cambridge (MA).
- Fikes, R. & Hendrix, G. (1977). A network-based knowledge representation and its natural deduction system. Proceedings IJCAI-5, pp.235-246.
- Forgy, C. (1982). RETE: A fast algorithm for the many pattern/many object pattern match problem. Artificial Intelligence Vol 19, 17-37.
- Gust, H. (1983). Ein PROLOG-System für Microcomputer. Sprache und Datenverarbeitung 7 (1/2), 16-20.
- Gust, H. (1986). Strukturiertes Wissen als Grundlage für Sprachverstehensprozesse. LDV-Forum 4(2), 9-14.
- Gust, H. & Meierarend, C. (1986). Ein objektorientiertes System in Prolog. Universität Osnabrück: LAKOS-Arbeitsbericht.
- Hayes-Roth, F., Waterman, D.A. & Lenat, D.B. (Eds.) (1983). Building Expert Systems. Reading (MA): Addison-Wesley.
- Hendrix, G.G. (1979). In N.V. Findler (Ed.) Associative Networks Representation and Use of Knowledge by Computers (pp.51-92). New York: Academic Press.
- Huber, G.L. & Mandl, H. (Hg.) (1982). Verbale Daten: Erhebung und Auswertung. Weinheim: Beltz.
- Kanngießer, S. (1985). Strukturen der Wortbildung. In Ch. Schwarze & D. Wunderlich (Hg.): Handbuch der Lexikologie. Königstein: Athenäum.
- Kowalski, R. (1974). Predicate Logic as a programming Language. Proceedings IFIP Congress, pp. 569-574.
- Kowalski, R. (1975). A proof procedure using connection graphs. Journal of the ACM 22(4), 572-595.
- Lenat, D.B. & Feigenbaum, E.A. (1987). On the thresholds of knowledge. Proceedings IJCAI-10 (pp.1173-1182). Los Altos, CA: Kaufmann.
- Levesque, H.J. & Brachman, R.J. (1986). Knowledge Level interfaces to information systems. In Brodie, M.L. & Mylopoulos, J. (Eds.): On Knowledge Base Management Systems (pp. 13-54). New York: Springer.
- Lloyd, J.W. (1984). Foundations of Logic programming. Berlin: Springer.
- Mandl, H. & Spada, H. (1984). Antrag auf Einrichtung eines Schwerpunktprogramms "Wissenspsychologie" bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft. Tübingen/Freiburg: Autoren.
- McDermott, D. (1975). Symbol-mapping: a technical problem in PLANNER-like systems. SIGART Newsletter 51, p.4. Zitiert in (de Haan & Schubert, 1986).

McDermott, J. (1982). R1: a rule-based configurer of Computer systems. *Artificial Intelligence* 19.

McDermott, D. & Doyle, J. (1980). Non-monotonic logic I. *Artificial Intelligence* 13, 41-72.

Mechinskaya, N.A. (1969). Fifty years of Soviet instructional psychology. The psychology of mastering concepts: Fundamental problems and methods of research. In J. Kilpatrick & I. Wirszup (Eds.) *Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics*, Vol.1. Stanford: SMSG.

Mylopoulos, J. & Levesque, H.J. (1984). An overview of knowledge representation. In M.L. Brodie, J. Mylopoulos & J.W. Schmidt (Eds.) *On Conceptual Modelling*. New York: Springer.

Newell, A. & Simon, H.A. (1972). *Human Problem Solving*. Englewood Cliffs (NJ): Prentice Hall.

Newell, A. (1982). The knowledge level. *Artificial Intelligence* 18(1), 1-20.

Norman, D.A. & Rumelhart, D.E. (Eds.) (1978). *Strukturen des Wissens: Wege der Kognitionsforschung*. Stuttgart: Klett-Cotta.

Opper, S. (1977). Piaget's clinical method. *Journal of Children's Mathematical Behavior* 1(4), 90-107.

Patil, R., Szolovits, P. & Schwartz, W. (1982). Modeling knowledge of the patient in acid-base and electrolyte disorders. In P. Szolovits (Ed.): *Artificial Intelligence in Medicine*. AARS Selected Symposium 51.

Proceedings of the AAAI Workshop on Non-Monotonic Reasoning (1984). New Paltz (NY).

Proceedings Conference Internationale sur Le Traitement d'Information et La Gestion d'Incertitudes dans Les Systèmes a Base de Connaissances (1987a). Paris: IPMU (extended abstracts).

Proceedings of the AAAI Workshop on Uncertainty in Artificial Intelligence (1987b). Seattle (WA).

Puppe, F. (1986). Expertensysteme. *Informatik-Spektrum* 9(1), 1-13.

Puppe, F. & Puppe, B. (1985). MED2: How domain characteristics induce expert system features. In H. Stoyan (Ed.) *Proceedings GWAI-85 (Informatik-Fachberichte 118)*, pp.272-284. Berlin: Springer.

Reiter, R. (1980). A logic for default reasoning. *Artificial Intelligence* 13, 81-132.

Robinson, J.A. (1965). A machine oriented Logic based on the resolution principle. *Journal of the ACM* 12.

Scandura, J.M. (1977). Structural approach to instructional problems. *American Psychologist* 32(1), 33-53.

Schubert, L.K., Goebel, R.G. & Cercone, N.J. (1979). The structure and organization of a semantic net for comprehension and inference. In N. Findler (Ed.): Associative Networks - Representation and Use of Knowledge by Computers (pp.121-175). Orlando: Academic Press.

Simon, H.A. (1981). The sciences of the Artificial (Second edition). Cambridge (MA): MIT Press.

Suydam, M. (1978). Review of recent research related to the concepts of fractions and of ratio. In E. Cohors-Fresenborg & I. Wachsmuth (Eds.) Proceedings 2nd Int. Conf. for the Psychology of Mathematics Education (pp. 296-332). Osnabrück: Universität Osnabrück.

ueckert, H. (1983). Computer-Simulation. In J. Bredenkamp & H. Feger (Hg.) Enzyklopädie der Psychologie *B1*, Band 5 (S.531-616). Göttingen: Hogrefe.

van Caneghem, M. (1982). PROLOG II - Manuel d'utilisation. Marseille: Groupe Intelligence Artificielle. (Engt. Terminologie nach PROLOG II Language Reference Manual für VAX 11, Version 2.1.)

wachsmuth, I. (1984). An analysis into structures and mechanisms of 5th grade children's mathematical knowledge. In B. Southwell et al. (Eds.): Proceedings 8th Int. Conf. for the Psychology of Mathematics Education (pp. 251-257). Sydney: University of Sydney.

wachsmuth, I. (1985a). Logical analysis of cognitive organizational structures: The LAKOS Project (Part A). A computer model of student performance (Part *B*). Paper presented at AERA-85, Chicago. (ERIC Document Reproduction Service No. Ed. 257635)

wachsmuth, I. (1985b). Inconsistent student behavior in applicational situations of mathematics. In L. Streefland (Ed.) Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education (pp. 362-368). Utrecht: State University of Utrecht.

wachsmuth, I. (1985c). LAKOS - Ein Modell der Wissensrepräsentation zur Erklärung kognitiven Verhaltens. In H. Mandl & P.M. Fischer (Hg.) Lernen im Dialog mit dem Computer (S. 24-39). München: Urban & Schwarzenberg.

wachsmuth, I. (1987). On structuring domain-specific knowledge. LILOG-Report 12. Stuttgart: IBM Deutschland GmbH.

wachsmuth, I. (1988). Modeling the Knowledge Base of Mathematics Learners: Situation-Specific and Situation-Nonspecific Knowledge. In H. Mandl & A. Lesgold (Eds.) Learning Issues for Intelligent Tutoring Systems. New York: Springer.

wachsmuth, I., Behr, M.J. & Post, T.R. (1983). Children's perception of ratios and fractions in Grade 5. In R. Herskowitz (Ed.): Proceedings 7th Int. Conf. for the Psychology of Mathematics Education (pp. 164-169). Rehovot: Weizmann Institute of Science.

wachsmuth, I. & Lorenz, J.H. (1987). Sharpening one's diagnostic skill by simulating students' error behaviors. Focus on Learning Problems in Mathematics 9(2), Special issue on computer diagnosis, 1987, 43-56.

Wattner, C. (1987). A Many-sorted Calculus Based on Resolution and Paramodulation. Pitman and Morgan Kaufman Publishers, Research Notes in Artificial Intelligence.

Weber, P. (1985a). MOPS Manual (Technischer Bericht). Karlsruhe: Forschungszentrum Informatik.

Weber, P. (1985b). Ein Expertensystem für optimierende Programmtransformation (Technischer Bericht). Karlsruhe: Forschungszentrum Informatik.

Wos, L., Overbeek, R., Lusk, E. & Boyle, J. (1984). Automated Reasoning - Introduction and Applications. Englewood Cliffs (NJ): Prentice Hall.

## **Verzeichnis der Anhänge\***

### Anhänge zu Kapitel 2

Eine empirische Studie zur Aufklärung von  
Wissensstrukturen beim Menschen

#### **ANHANG A**

Experimenteller Unterricht und klinische Interviews  
im Rational Number Project 1982/83

A1: Unterrichtsinhalte und Interviews im zeitlichen Ablauf

A2: Auszüge aus Originalskripten für strukturierte klinische Interviews  
zum Vergleich von Bruchzahlen

A3: Originalskript für aufgabenbasiertes klinisches Interview  
("Grauwert-Aufgabe")

#### **ANHANG B**

Antworten der Vp Bert auf Fragen zum Vergleich von Bruchzahlen  
in Interview KI - Vif (nach Item-Kategorien formatiert)

#### **ANHANG C**

Antworten der Vp Terri auf Fragen zum Vergleich von Bruchzahlen  
in Interview KI - Vif (nach Item-Kategorien formatiert)

\*auf Anfrage vom Verfasser erhältlich