Universität Bielefeld

Technische Fakultät
AG Neuroinformatik
Robert Haschke

Sekretariat: P. Udelhoven
Raum M7-113
Tel. 106-6891

Übungen zu "Robotik II"
WS 2003/04 Blatt 3

Ausgabe: 30.10.2003, **Abgabe:** 6.11.2003

Aufgabe 3.1, Geschwindigkeiten: Zeigen Sie durch Ableiten der Matrix-Gleichung $R^T(t)R(t) = \mathbf{1}$, dass die Matrix $\dot{R}(t)R^{-1}(t)$ antisymmetrisch ist, also ein Element von $so(3)$.

Aufgabe 3.2, Transformation von twist-Koordinaten: Seien $T = \left(\begin{smallmatrix} R & \vec{p} \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right) \in SE(3)$ eine beliebige homogene Transformation und $\hat{\xi} = \left(\begin{smallmatrix} \hat{\omega} & \vec{v} \\ 0 & 0 \end{smallmatrix}\right) \in se(3)$ ein beliebiger twist.

a) Zeigen Sie, dass $\hat{\omega}' = R\,\hat{\omega}\,R^{-1}$ antisymmetrisch ist und es gilt: $\vec{\omega}' = R\,\vec{\omega}$.

b) Zeigen Sie, dass $\hat{\xi}' = T\,\hat{\xi}\,T^{-1}$ ein twist ist, der die Koordinaten $\xi' = Ad_T\,\xi$ besitzt, wobei Ad_T die folgende 6×6-Matrix ist:

$$Ad_T = \begin{pmatrix} R & \hat{p} \cdot R \\ 0 & R \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.3, Reihenfolge der Vorwärtskinematik mit twists:
Zeigen Sie explizit, dass die Reihenfolge der Bewegung der Gelenke bei der Bestimmung der Vorwärtskinematik in twist-Darstellung keine Rolle spielt. Betrachten Sie dazu einen Zweigelenk-Manipulator und bewegen Sie erst das Gelenk θ_1 und dann das Gelenk θ_2.

a) Zeigen Sie zunächst, dass die Achse des zweiten Gelenks nach Bewegung des ersten Gelenks die folgenden twist bzw. twist-Koordinaten-Darstellung besitzt:

$$\xi_2' = Ad_M \xi_2 \qquad \text{mit} \quad M = \mathrm{e}^{\hat{\xi}_1 \theta_1}$$
$$\hat{\xi}_2' = M \hat{\xi}_2 M^{-1} \qquad \text{(siehe Aufgabe 3.2b)}$$

b) Bestimmen Sie die Vorwärtskinematiken $T_{st}(\theta_1)$ und $T_{st}(\theta_1, \theta_2)$, die sich ergeben, wenn erst das erste und dann das zweite Gelenk bewegt wird. Vergleichen Sie mit dem Ergebnis aus der Vorlesung.