Frequenzkonversion und Analytik ultrakurzer Laserpulse

Diplomarbeit
von
Thomas Hermann

Angefertigt an der Fakultät für Physik
der Universität Bielefeld
1997

Inhaltsverzeichnis

Einleitung **3**

1 Erzeugung ultrakurzer Pulse im XUV **4**
1.1 Einleitung 4
1.2 Theoretische Grundlagen 5
1.2.1 Modell zur Erklärung der Erzeugung hoher Harmonischer 5
1.2.2 Skalierungsgesetz 6
1.3 Aufbau 12
1.3.1 Die Linse 12
1.3.2 Die Kapillare 13
1.4 Trennung der Harmonischen 15
1.4.1 Anforderungen an den XUV-Spektrographen 17
1.4.2 Toroid-Gitter-Monochromator 18
1.4.3 Toroid-Spiegel-Plan-Gitter-Spektrograph 21
1.4.4 Konkav-Gitter-Spektrograph 23
1.4.5 Fazit 23
1.5 Zusammenfassung 24

2 Erzeugung ultrakurzer Pulse im VIS/UV **25**
2.1 Einleitung 25
2.1.1 Funktionsweise und Klassifizierung der OPA 26
2.1.2 Stand der Technik 27
2.2 Theoretische Grundlagen 28
2.2.1 Ausbreitung von Laserpulsen in Materie 28
2.2.2 Strahlungsintensitäten 31
2.2.3 Nichtlineare Frequenzmischung in Kristallen 31
2.2.4 Elektrodynamik der nichtlinearen Wechselwirkung 39
2.2.5 Die Parametrische Verstärkung 41
2.2.6 Verstärkungsbandbreite 43
2.3 Analyse des BBO-OPA 45
2.3.1 Daten zum BBO-Kristall 45
2.3.2 Brechungsindex 46
2.3.3 Phasenanpassung Type-I 46
2.3.4 Phasenanpassung Type-II 47
2.3.5 Gruppengeschwindigkeiten 48
2.3.6 Gruppengeschwindigkeitsdispersion 52
2.3.7 Effektive Nichtlinearität 53
2.3.8 Poynting-Vektor Walk-Off-Verluste 55

2.3.9 Bandbreite . . . 57
2.3.10 Verstärkung . . . 61
2.4 Planung des OPA . . . 63
2.4.1 Vergleich der Varianten . . . 63
2.4.2 Betriebsparameter des OPA . . . 68
2.4.3 Bestimmung der Elemente des BBO-OPA . . . 71
2.5 Konversion in den VIS/UV-Bereich . . . 72
2.6 Zusammenfassung . . . 72

3 Optischer Vielkanalanalysator 73
3.1 Einleitung . . . 73
3.2 Aufbau des Systems . . . 73
3.3 Elemente des OMA . . . 76
3.3.1 Gitter . . . 76
3.3.2 Linse . . . 77
3.3.3 Kamera . . . 77
3.3.4 Justage des OMA-Systems . . . 78
3.3.5 Einkoppeleinheit . . . 79
3.4 Ansteuerung der Meßelektronik . . . 79
3.4.1 Das Autokorrelatorprogramm . . . 80
3.5 Messungen . . . 82
3.5.1 Funktion des OMA . . . 82
3.5.2 Beispiele der Anwendung . . . 87
3.6 Fazit . . . 88

Zusammenfassung 90

A Anhang 91
A.1 Beschreibung des Ti:Saphir-Lasersystems . . . 91
A.2 Inhalt der Diskette . . . 93
A.3 Meßprogramm zur Linearität . . . 94
A.4 Justagefehler des OMA . . . 95

Einleitung

Ti:Saphir-Lasersysteme sind in besonderem Maße dazu geeignet, ultrakurze Pulse mit hoher Energie und Repetitionsrate zu erzeugen. Durch die Entdeckung des Kerr-lens-mode-locking ist es 1991 gelungen, in diesen Lasern Pulsdauern von 60 fs zu erreichen [Spe91]. Eine immer bessere Kontrolle der dispersiven Einflüsse ermöglicht heute Pulse von bis zu 8 fs [Sti95], wobei die minimale Pulsdauer aufgrund des Durchstimmbereichs von Ti:Saphir auf 3 fs beschränkt ist [Hey96]. Nach dem CPA-Konzept („chirped pulse amplification“) arbeitende Verstärker können diese Pulse zu Energien von einigen mJ verstärken [Rud93]. Die Zentralwellenlänge der verstärkten Pulse ist prinzipiell durch den Durchstimmbereich von Ti:Saphir (650 nm bis 1100 nm) und praktisch durch die Eigenschaften des hier aufgebauten Systems [Hey96] auf 780 nm bis 820 nm beschränkt, so daß die Erzeugung kurzwelligerer Pulse ein allgemeines Problem darstellt.

Die Hauptaufgabe dieser Arbeit bestand darin, Möglichkeiten zur Frequenzkonversion der Pulse unseres Lasersystems in den Wellenlängenbereich vom Sichtbaren bis in das XUV zu untersuchen. Im XUV können durch die Erzeugung hoher Harmonischer in Edelgasen Pulse mit Wellenlängen bis zu 7 nm erreicht werden [Mac93]. Im 1. Teil der Arbeit wird untersucht, inwiefern man diese Methode mit unserem Lasersystem anwenden kann. Das nahe UV (> 250 nm) sowie der sichtbare Bereich kann über optische parametrische Verstärkung und Summenfrequenzmischung erreicht werden [Yak94]. Im 2. Teil wird ein nach diesem Prinzip arbeitendes Gerät geplant.

Eine zusätzliche Aufgabe bestand in der Weiterentwicklung der Pulsdiagnostik. Die wesentliche Information ist der zeitliche Intensitätsverlauf eines Pulses (Pulsbreite und Pulsform). Da die Pulsdauern unter der zeitlichen Auflösung üblicher Detektoren liegen, wird der Puls selbst als Referenz zur Messung verwendet. Fast alle eingesetzen Analysetechniken beruhen daher auf Autokorrelation [Wal96]. Die dadurch erhaltene Information ist jedoch nicht vollständig: nur unter Annahme einer Pulsform kann auf die Pulsbreite geschlossen werden. Zeitlicher Pulsverlauf und spektrale Verteilung eines Pulses hängen über die Fouriertransformation miteinander zusammen, so daß das Pulsspektrum eine indirekte Information über die Pulsdauer gibt. Die aus Spektrum und Autokorrelation erhaltenen Informationen ergänzen einander, so daß eine gemeinsame Auswertung der Daten sinnvoll ist. Zu dem bestehenden Autokorrelator [Bor96] wurden ein Spektrograph sowie eine Software entwickelt, so daß die Steuerung beider Geräte und die Datenaufnahme mit nur einem Computer erfolgen kann. Aufbau und Eigenschaften des Systems sind im 3. Teil beschrieben.

Die Eigenschaften der Laserstrahlung, sowie der schematische Aufbau des Lasersystems, werden im Anhang A.1 beschrieben.

Kapitel 1

Erzeugung ultrakurzer Pulse im XUV

1.1 Einleitung

Kurze Pulse im XUV können über drei Methoden erzeugt werden:

1. inkohärente Strahlung laserinduzierter heißer Plasmen,
2. kohärente XUV-Laser-Strahlung
3. Erzeugung hoher Harmonischer in Edelgasen.

Mit der ersten Methode können Pulse mit Wellenlängen bis zu etwa 1 pm erzeugt werden. Die zur Erzeugung des Plasmas üblichen Pulsenergien liegen bei 40 mJ für 120 fs Pulse [Kme92]. Mit XUV-Lasern wird langwelligere kohärente Strahlung bis etwa 10 nm erzeugt. In diesen wird meist ein laserinduziertes Plasma als aktives Medium verwendet [Kod94]. Die für die Erzeugung des Plasmas nötigen Pulsenergien liegen üblicherweise bei über 250 mJ [Cle94].

Die dritte Methode, über die mit viel kleineren Pulsenergien XUV-Pulse erzeugt werden können, besteht in der Erzeugung hoher Harmonischer durch die nichtlineare Wechselwirkung der Laserpulse in Edelgasen [Wei95]. Wellenlängen bis 7.4 nm (109. Harmonische eines 806 nm Lasers) wurden damit in Neon, bei Pumpintensitäten von 10^{14} W/cm^2, erzeugt [Mac93]. Dabei übernehmen die emittierten kohärenten XUV-Pulse die Pulsdauer der Eingangspulse [Bal95]. Da die XUV-Pulse mit der Fundamentalen des Lasersystems synchronisiert werden können, sind Pump/Probe-Experimente mit hoher Zeitauflösung möglich. Die Konversionseffizienz hängt von den Eingangsparametern (Intensität, Pulsenergie, Pulsdauer, Wellenlänge, Edelgas, Gasdruck, etc.) ab.

Zur Erzeugung hoher Harmonischer wurden unterschiedliche Lasersysteme verwendet [Hui92, Bal95, Mac93, Wei95]. Ziel dieser Arbeit ist es, die Zahl der zu erwartenden Photonen in den hohen Harmonischen bei Verwendung unseres Lasersystems abzuschätzen. Zur Trennung der Harmonischen werden XUV-Spektrometer verwendet. Verschiedene Varianten werden hierbei untersucht und ihre Vor- und Nachteile dargestellt.

1.2 Theoretische Grundlagen

1.2.1 Modell zur Erklärung der Erzeugung hoher Harmonischer

In diesem Abschnitt werden einige experimentelle Fakten sowie Ergebnisse der Theorie dargestellt. Weiterführende Details finden sich in den angegebenen Literaturverweisen.

Schafer und Kulander [Lew94, Cor93] haben ein semiklassisches Modell zur Erklärung der Erzeugung hoher Harmonischer entwickelt, in dem der Prozeß in 3 Teile zerlegt wird:

- **Tunnelionisation:** Elektronen tunneln durch die Barriere, die aus der Überlagerung des bindenden Potentials und des Laserfeldes erzeugt wird. Sie befinden sich dann in einem ungebundenen Zustand in Ruhe.

- **Klassische Bewegung im Feld:** ein auf diese Weise frei gewordenes Elektron bewegt sich im elektromagnetischen Feld gemäß der Maxwellgleichungen und gewinnt dadurch kinetische Energie.

- **Rekombination in den Grundzustand:** führt die Bahn des Elektrons zurück zum Kern, so kann das Elektron rekombinieren und dabei seine gesamte Energie in einem Photon abgeben.

In diesem semiklassischen Modell kommt der Hauptbeitrag des Signals von den Elektronen, die im Kontinuum mit der Geschwindigkeit 0 erscheinen, eine passende Geschwindigkeit und damit Energie erreichen, um eine bestimmte Harmonische zu erzeugen, und deren Bahn wieder zum Kern zurück führt [Lew94]. Die maximale Ordnung der Harmonischen ist durch

$$N_{max} = \frac{I_p + 3.2U_p}{\hbar\omega} \tag{1.1}$$

gegeben. I_p ist das Ionisationspotential des Edelgasatoms, U_p die durch

$$U_p = \frac{e^2E^2}{4m\omega^2} \tag{1.2}$$

definierte ponderomotive Energie, das ist die mittlere Energie, die ein Elektron bei seiner freien Bewegung in einem harmonisch oszillierendem elektromagnetischen Feld der Kreisfrequenz ω und der Feldstärke E besitzt. Der Zahlenfaktor 3.2 ergibt sich aus semiklassischen Trajektorienrechnungen [Kra92]. Aufgrund der Inversionssymmetrie des atomaren Systems können nur ungerade Harmonische erzeugt werden.

Das Spektrum der Harmonischen hat eine charakteristische Form (s. Abb. 1.1): die Intensität fällt für die ersten Harmonischen stark ab, zeigt dann ein Plateau, in der alle Harmonischen nahezu gleiche Stärke haben und endet mit einem scharfen Abschneiden („cut-off“) bei der durch N_{max} gegebenen Ordnung der Harmonischen. Dieser „cut-off“ ist Thema diverser Veröffentlichungen [Hui93, Lew94].

Die sich in erster Ordnung der Störungsrechnung ergebenen Intensitätsabhängigkeit $\eta \propto I^q$ gilt nur für die ersten Harmonischen ($q = 3, 5, 7$) [Hui92b]. Für die hohen Harmonischen variiert η im Plateaubereich schwächer als I^q [Bal92].

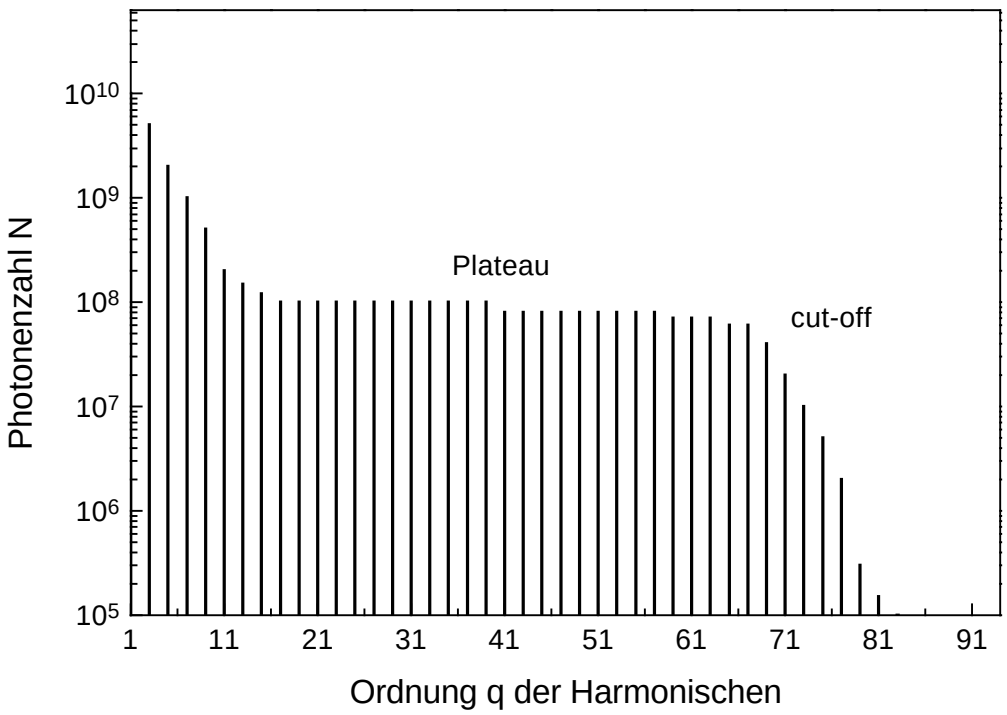


Abbildung 1.1: Zur Illustration des typischen Spektrums der Harmonischen

1.2.2 Skalierungsgesetz

Fokussierung Gaußscher Strahlen

Die für die Erzeugung hoher Harmonischer nötigen Intensitäten werden durch eine Fokussierung der Laserstrahlen (Pulsdauer τ_p, Zentralwellenlänge λ, Pulsenergie E_p Strahlradius w_s) erreicht. Das E-Feld des Strahls ist für eine Ausbreitung entlang der z-Achse mit dem Fokus im Ursprung des Koordinatensystems durch

$$E_1(r,z) = \frac{bE_0}{\sqrt{b^2+4z^2}} \exp\left(-\frac{k_1 r^2 b}{b^2+4z^2} - i\arctan\left(\frac{2z}{b}\right) + \frac{2ik_1 r^2 z}{b^2+4z^2}\right) \tag{1.3}$$

gegeben [Hui92]. Darin ist $r = \sqrt{x^2+y^2}$ der Abstand von der z-Achse, b der konfokale Parameter, E_0 die elektrische Feldstärke im Ursprung und $k_1 = 2\pi/\lambda$ der Wellenvektor der Feldes. Der Abstand r, für den die Feldstärke auf $1/e$ ihres Wertes auf der z-Achse gefallen ist, definiert den Strahlradius

$$w_s(z) = \sqrt{\frac{\lambda b}{2\pi}\left(1+4\frac{z^2}{b^2}\right)}\ . \tag{1.4}$$

Der Strahlradius ist abhängig von der z-Koordinate und minimal in der Strahltaille für $z = 0$ mit

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda b}{2\pi}}\ . \tag{1.5}$$

An der Stelle $z = b/2$ ist der Radius auf $w_0\sqrt{2}$ angewachsen.

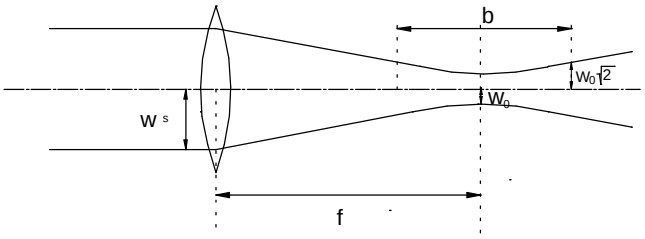


Abbildung 1.2: Zur Illustration der Fokussierung Gaußscher Strahlen

Bei Fokussierung eines Gaußschen Strahls mit einer Linse (s. Abb. 1.2) der Brennweite f ergibt sich der Fokusradius zu [Dem93]

$$w_0 = \frac{f\lambda}{\pi w_s} \ . \tag{1.6}$$

Durch Vergleich von Gl. (1.5) und Gl. (1.6) erhält man

$$b = \frac{2f^2\lambda}{\pi w_s^2} \ , \tag{1.7}$$

d.h. durch die Wahl der Brennweite f sind die Fokusgröße πw_0^2 und Fokuslänge b bestimmt.

Die Brennweite der Linse muß so gewählt werden, daß eine geeignete Intensität I_{foc} im Fokus erreicht wird.

Sei $A_{foc} = \pi w_0^2$ die Fokusfläche und I_{foc} die Spitzen-Intensität der Strahlung im Fokus, $A_{inc} = \pi w_s^2$ die Fläche und I_{inc} die maximale Intensität des Einfallsstrahls, so gilt

$$I_{foc} A_{foc} \tau = I_{inc} A_{inc} \tau \ . \tag{1.8}$$

Zur Fokussierung muß dazu eine Linse der Brennweite

$$f = \frac{A_{inc}}{\lambda} \sqrt{\frac{I_{inc}}{I_{foc}}} \tag{1.9}$$

verwendet werden. Der konfokale Parameter b ist mit Gl. (1.5), (1.7) und Gl. (1.9) zu

$$b = \frac{2}{\lambda} \frac{I_{inc}}{I_{foc}} A_{inc} \tag{1.10}$$

festgelegt.

Kohärenzlängen

Die Feldstärke der $q$ten Harmonischen E_q ist proportional zur Länge L_{coh}, über die sie sich kohärent im Medium der Länge L aufbauen kann. Mit der in Gl. (1.3) gegebenen Feldstärke ergibt sich der Polarisationsanteil der Frequenz $q\omega$ zu [Hui92]

$$P_q(r,z) = 2N(z) d_q(r,z) \exp\left[-iq \arctan\left(\frac{2z}{b}\right) + \frac{2iqk_1 r^2 z}{b^2 + 4z^2}\right] . \tag{1.11}$$

$N(z)$ ist die Atomanzahldichte des Gases, $d_q(r,z)$ ist das atomare Dipolmoment für die Feldstärke $|E_1(r,z)|$. Für ein Medium mit vernachlässigbarer Dispersion kann der Brechungsindex als frequenzunabhängig angesehen werden, und man setzt $k_q = qk_1$. Die Phasendifferenz $\Delta\phi$ zwischen der Polarisation und der sich frei ausbreitenden harmonischen Welle E_q ergibt sich damit zu

$$\Delta\phi = (1-q)\arctan\left(\frac{2z}{b}\right) \quad . \tag{1.12}$$

$\Delta\phi < \pi$ kann als Kriterium für die Länge eines kohärenten Aufbaus der Gesamtwelle verwendet werden [Bal92]. Damit ergibt sich eine kohärente Überlagerung für

$$z \leq \frac{b}{2}\tan\left(\frac{\pi}{q-1}\right) = L_{coh}^{foc}. \tag{1.13}$$

Über diese Länge kann sich das Feld der $q$ten Harmonischen aufbauen.

Eine weitere Kohärenzlänge ergibt sich aus der Nichteinhaltung der Phasenanpassungsbedingung [Bal92] (Δk ist die Phasenfehlanpassung):

$$L_{coh}^{disp} = \frac{\pi}{\Delta k}. \tag{1.14}$$

In der Regel ist allerdings $L_{coh}^{disp} > L > L_{coh}^{foc}$, so daß die Kohärenzlänge L_{coh}^{foc} die effektive Wechselwirkungslänge ist [Bal92].

Die $b^3\tau$-Skalierung

Es soll nun die Auswirkungen der Fokussierung auf die Photonenzahlen in einer hohen Harmonischen untersucht werden.

Die Feldstärke E_q der $q$ten Harmonischen nach Verlassen der Wechselwirkungszone ist proportional zur Länge, über die sie sich kohärent aufbauen kann. Wie oben beschrieben, ist L_{coh}^{foc} die effektive Wechselwirkungslänge, sofern $L > L_{coh}^{foc}$ ist. Da die Intensität I_q der Harmonischen proportional zum Quadrat der Feldstärke ist, ergibt sich mit Gl. (1.13)

$$I_q \propto |E_q|^2 \propto L_{coh}^{foc^2} \propto b^2. \tag{1.15}$$

Um die Zahl aller Photonen in der $q$ten Harmonischen zu erhalten, muß über die Querschnittsfläche des Fokus und über die Wechselwirkungszeit integriert werden [Bal92]:

$$N_q = \frac{c}{4\hbar q\omega}\int |E_q(r,z,t)|^2\, r\, dr\, dt. \tag{1.16}$$

N_q ist also proportional zur Fokusfläche $A_{foc} = \pi w_0^2 \propto b$ (Gl. (1.5) und zur Pulsdauer τ. Damit ergibt sich die Skalierung

$$N_q \propto b^3\tau. \tag{1.17}$$

Diese Skalierung gilt nur, sofern die Kohärenzlänge L_{coh}^{foc} die Wechselwirkung begrenzt. Dies ist bei Fokussierung mit kurzen Brennweiten der Fall [Bal92]. Ist $L < L_{coh}^{foc}$, so fällt die Proportionalität zu b^2 weg, da die Wechselwirkungslänge durch die Länge des Mediums L begrenzt wird, und es ergibt sich $N_q \propto b\tau$ (s. Abb. 1.3). Der Übergang in das lineare Regime erfolgt bei $L_{coh}^{foc}(b,q) = L$ bei

$$b_q = \frac{2L}{\tan(\pi/(q-1))}. \tag{1.18}$$

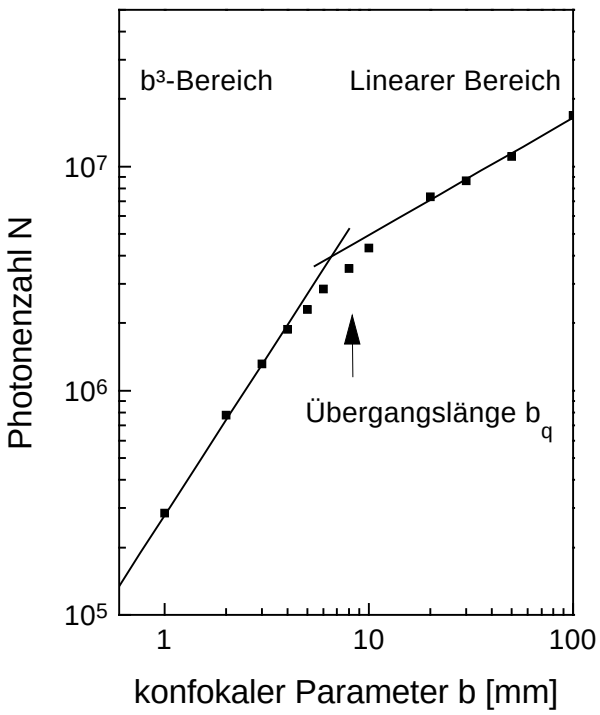


Abbildung 1.3: Photonenzahl N als Funktion des konfokalen Parameters b bei konstanter max. Intensität von 4 $\times 10^{13}$ W/cm^2 für die 13. Harmonische für 15 Torr Xenon, L = 0.8 mm Gasstrahl für einen 1.2 ps Puls, aus [Bal92]. Der Pfeil zeigt den Übergang zum $b\tau$-Regime.

Skalierung für N_q

Die Energie W_q der Strahlung einer hohen Harmonischen der Ordnung q ist proportional zur Fokusfläche, zur Pulsdauer, zum Quadrat des Gasdruckes p und zum Quadrat der Kohärenzlänge L_{coh}^{foc}.

$$W_q \propto A_{foc}\left(L_{coh}^{foc}\right)^2 \tau p^2 \eta(I_{foc,q}) \tag{1.19}$$

$$\propto \frac{\lambda b}{2} \cdot b^2 \tan^2\left(\frac{\pi}{q-1}\right) \cdot \tau \cdot p^2 \cdot \eta(I_{foc}, q) \tag{1.20}$$

Die Anzahl der Photonen pro Puls in der $q$ten Harmonischen ergibt sich durch Division durch die Photonenenergie $q\hbar\omega$ zu

$$N_q = \frac{W_q}{q\hbar\omega}. \tag{1.21}$$

Mit Gl. (1.20) und $\tan(\pi/q) \approx \pi/q$ ergibt sich (W_p: Pulsenergie)

$$N_q \propto \frac{W_p^3}{q^3 I_{foc}^3 \lambda \tau^2} p^2 \eta(I_{foc}, q). \tag{1.22}$$

Zur Übertragung der in den Veröffentlichungen angegebenen Ergebnisse für die Photonenzahlen der $q$ten Harmonischen $N_{q,exp}$ auf die zu erwartenden Ergebnisse bei Verwendung unseres Lasersystems $N_{q,erw}$ müssen Intensität I und Gasdruck p wie im Ver-

gleichsexperiment gewählt werden. Die Photonenzahl ergibt sich dann aus

$$N_{q,erw} = N_{q,exp} \left(\frac{W_p}{W_{p,exp}} \right)^3 \left(\frac{\lambda_{exp} \tau_{exp}^2}{\lambda \tau_p^2} \right) \ . \tag{1.23}$$

Dabei ist $W_{p,exp}$ die angegebene Pulsenergie, τ_{exp} die Pulsdauer und λ_{exp} die im Experiment verwendete Wellenlänge. Eine Übertragung der Meßergebnisse zu einer anderen Pumpwellenlänge anhand dieser Formel ist unzulässig, da die Effizienz des atomaren Prozesses wellenlängenabhängig ist. In [Bal92] wird in der Untersuchung des Einflusses der Wellenlänge auf die Konversion festgestellt, daß die Konversionseffizienz zu kürzeren Pumpwellenlängen für niedrige Signalphotonenenergien ansteigt, daß das Plateau weniger ausgeprägt ist und hohe Harmonische weniger effizient erzeugt werden. Für Signalphotonenenergien von 10 eV bis 15 eV liefert die Übertragung der Meßergebnisse von $\lambda_{exp} > 800$ nm eine untere Abschätzung.

Abschätzungen der Erwartungen für N_q

Anhand der Skalierungsformel wurden die Meßergebnisse aus verschiedenen Veröffentlichungen auf die Kenndaten unseres Lasersystems übertragen.

Die Tabelle zeigt die Kenndaten der Systeme sowie die für eine Ordnung q angegebene Anzahl von Photonen N_q. In der Spalte $N_{q,erw}$ ist die sich durch Skalierung mit Gl. (1.22) ergebende Anzahl der Photonen bei Verwendung unseres Lasersystems aufgeführt. Da in einigen Veröffentlichungen keine absoluten Photonenzahlen angegeben sind, kann nur ein relativer Vergleich durchgeführt werden: Es wird das Verhältnis $F_r = N_{q,erw}/N_{q,exp}$, welches sich auf die Photonenzahlen pro Puls bezieht, sowie

$$F_{rs} = \frac{N_{q,erw}}{N_{q,exp}} \frac{R}{R_{exp}} \tag{1.24}$$

(R, R_{exp} sind die Repetitionsraten unseres, bzw. des Vergleichslasersystems), welches den relativen Vergleich für die Photonenzahlen pro Sekunde gibt, angegeben.

Bei der Analyse der Veröffentlichungen ergeben sich mehrere Probleme: die verwendeten Pulsenergien werden nicht angegeben, sondern nur die maximal zur Verfügung stehende Pulsenergie; die Nachweiseffizienz der XUV-Spektrometer unterscheidet sich; es werden unterschiedliche Gase verwendet und verschiedene Ordnungen nachgewiesen. Eine rechnerische Auswertung wird wegen des geringen Datenumfangs daher nicht durchgeführt. Die zu erwartenden Photonenzahlen N pro Puls für die Ordnungen 21 bis 31 liegen jedoch im Mittel zwischen 10 und 10000.

Die Machbarkeit der Erzeugung hoher Harmonischer wird durch [Wei95] belegt. Die Kenndaten des dort verwendeten Lasers ($W_p = 1.5$ mJ, $\tau = 200$ fs) kommen den Kenndaten unseres Systems nahe. In Argon wurden damit Harmonische bis zur 17. Ordnung ($\lambda = 47$ nm) nachgewiesen.

Aufgrund der geringeren Pulsenergie unseres Lasers ist $N_{q,erw} < N_{q,exp}$. Aufgrund der vergleichsweise hohen Repetitionsrate unseres Lasersystems von 1 kHz werden wir pro Sekunde vergleichbare Photonenzahlen wie in den Experimenten erhalten.

Erwartungen zur Erzeugung hoher Harmonischer

Quelle	Lasersystem	Erzeugungskammer	Resultat	Erwartung $N_{q,erw}$
[Mac93]	$\lambda = 800$ nm $W_p = 15$ mJ $\tau = 125$ fs	Neon, 16 Torr $I = 1 \cdot 10^{15}$ W/cm^2	$q = 91$, $R_{exp} = 5$ Hz	$F_r = 1.4 \cdot 10^{-2}$ $F_{rs} = 0.28$
[Hui93]	$\lambda = 1053$ nm $W_p = 30$ mJ $\tau = 1$ ps	Neon, 40 Torr $I = 1.5 \cdot 10^{15}$ W/cm^2	$q = 75$, $N = 5 \cdot 10^5$ $R_{exp} = 0.1$ Hz	$N_{q,erw} = 8600$ $F_{rs} = 171$
[Hui93]	$\lambda = 1053$ nm $W_p = 30$ mJ $\tau = 1$ ps	Xenon, 10 Torr $I = 1.5 \cdot 10^{15}$ W/cm^2	$q = 17$, $N = 6 \cdot 10^9$ $R_{exp} = 0.1$ Hz	$N_{q,erw} = 1 \cdot 10^8$ $F_{rs} = 1 \cdot 10^{12}$
[Hui93b]	$\lambda = 794$ nm $W_p \approx 20$ mJ $\tau = 250$ fs	Neon, 20 Torr $I = 2 \cdot 10^{14}$ W/cm^2	$q = 29$, $N = 2 \cdot 10^4$ $R_{exp} = 10$ Hz	$N_{q,erw} = 55$ $F_{rs} = 0.28$
[Hui93b]	$\lambda = 794$ nm $W_p \approx 50$ mJ $\tau = 250$ fs	Neon, 20 Torr $I = 5 \cdot 10^{14}$ W/cm^2	$q = 29$, $N = 2 \cdot 10^5$ $q = 59$, $N = 2 \cdot 10^4$ $R_{exp} = 10$ Hz	$N_{q,erw} = 550$ $N_{q,erw} = 55$
[Bud93]	$\lambda = 825$ nm $W_p \approx 50$ mJ $\tau = 250$ fs	Argon $I = 3.5 \cdot 10^{14}$ W/cm^2	$q = 29$, $N = 1.3 \cdot 10^8$ $R_{exp} < 1$Hz	$N_{q,erw} = 6300$ $F_{rs} = 0.05$
[Wah93]	$\lambda = 794$ nm $W_p \approx 25$ mJ $\tau = 250$ fs	Argon, 20 Torr $I = 3.4 \cdot 10^{14}$ W/cm^2	$q = 21$, $N = 1 \cdot 10^8$ $R_{exp} = 10$ Hz	$N_{q,erw} = 12000$ $F_{rs} = 0.12$
[Die94]	$\lambda = 825$ nm $W_p \approx 10$ mJ $\tau = 200$ fs	Neon, 20 Torr $I = 8 \cdot 10^{14}$ W/cm^2	$q > 41$ beobachtbar $R_{exp} = 2$ Hz	$F_{rs} = 6$
[Bal95]	$\lambda = 825$ nm $W_p = 25$ mJ $\tau = 140$ fs	Argon $I = 2.5 \cdot 10^{14}$ W/cm^2	$q = 25$, $N = 10^7$ $R_{exp} = 1$ Hz	$N_{q,erw} = 3800$ $F_{rs} = 0.4$
[Wei95]	$\lambda = 785$ nm $W_p = 1.5$ mJ $\tau = 200$ fs	Argon $I > 1 \cdot 10^{13}$ W/cm^2	q= 17 $R_{exp} = 10$ Hz	$F_r = 3.6$ $F_{rs} = 360$
[Bur95]	$\lambda = 754$ nm $W_p = 5$ mJ $\tau = 150$ fs	Argon $I > 1 \cdot 10^{15}$ W/cm^2	bis $q = 65$ $R_{exp} = 2$ Hz	$F_r = 0.055$ $F_{rs} = 27.6$
Ti:Sa System	$\lambda = 800$ nm $W_p = 1.2$ mJ $\tau = 75$ fs	wie oben	$\Rightarrow$ $R = 1$ kHz	$\Uparrow$

Tabelle 1.1: Erwartungen für die Erzeugung hoher Harmonischer bei Verwendung unseres Lasersystems.

1.3 Aufbau

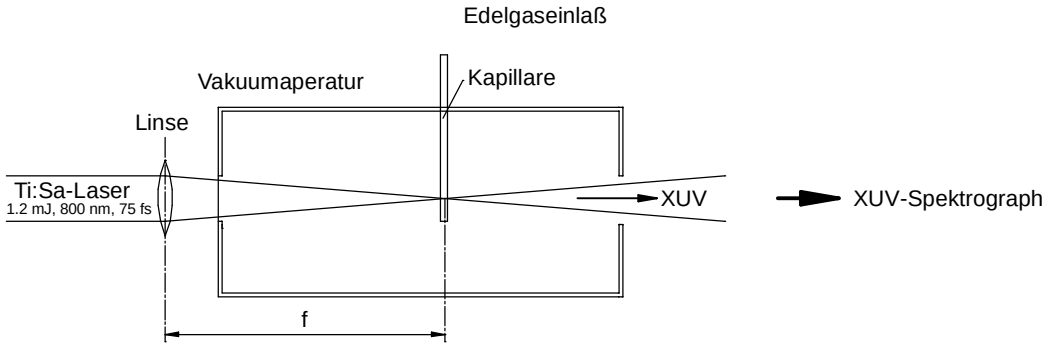


Abbildung 1.4: Skizze des Experimentaufbaus zur Erzeugung hoher Harmonischer

Abb. 1.4 zeigt den schematischen Aufbau zur Erzeugung hoher Harmonischer. Die Laserpulse werden mit einer Linse der Brennweite f fokussiert. Erzeugung, Trennung und Nachweis der hohen Harmonischen finden in einer Vakuumkammer statt (Druck $<$ 20 mTorr [Mac93]), da die XUV-Strahlung unterhalb einer Wellenlänge von 185 nm, besonders von Sauerstoff stark absorbiert wird [Ber87]. In der Vakuumkammer befindet sich eine senkrecht zur Strahlachse stehende Kapillare, in der sich eine Querbohrung befindet, durch die der Fokus geführt wird. Über die Kapillare wird ein Edelgas eingeführt und entweicht kontinuierlich über die Querbohrungen. Die Harmonischen werden mit einem XUV-Spektrographen getrennt. Zum Nachweis der VUV/XUV-Strahlung können Photomultiplier [Wei95], Mikrokanalplatten (MCP) in Verbindung mit einem Phosphorschirm und einer CCD-Kamera [Pea95] oder Mikrokugelplatten (MSP) eingesetzt werden. Vor den Detektor können Aluminium- oder Silberfilter zum Ausblenden von Streulicht aufgestellt werden [Wah93].

1.3.1 Die Linse

Die Brennweite der Linse wird durch die Forderung nach einer bestimmten Intensität im Fokus festgelegt.

Zu jeder Brennweite f ergibt sich mit den Eingangsparametern (Pulsenergie $W_p =$ 1.2 mJ, Pulsbreite $\tau_p = 75$ fs, Strahlradius $w_s = 3.3$ mm) der Fokusradius w_0 mit Gl. (1.6), der konfokale Parameter b mit Gl. (1.7) die Intensität im Fokus mit

$$\bar{I} = \frac{W_p}{\pi w_0^2 \tau_p} \tag{1.25}$$

sowie der Öffnungswinkel α der Strahlung mit

$$\alpha = 2 \arctan\left(\frac{w_s}{f}\right), \tag{1.26}$$

die in der folgenden Tabelle für verschiedene Brennweiten aufgeführt sind.

f [mm]	b [mm]	w_0 [μm]	$\bar{I}$ [W/cm^2]	α
150	1.0	11.5	3.9 $\cdot 10^{15}$	2.5°
200	1.9	15.3	2.2 $\cdot 10^{15}$	1.9°
300	4.2	23.0	1.0 $\cdot 10^{15}$	1.27°
400	7.4	30.7	5.4 $\cdot 10^{14}$	0.95°
450	9.4	34.5	4.3 $\cdot 10^{14}$	0.85°

1.3.2 Die Kapillare

In [Bur95] wird als Kapillare eine Stahlröhre (Durchmesser 3.1 mm, Wandstärke 150 μm) verwendet, die auf einen Innenwandabstand von 750 μm zusammengepreßt wurde. Zur Durchführung des Fokus der Laserstrahlung wurde eine mittige Querborung durch die zusammengepreßte Seite mit einem Durchmesser von etwa 100 μm angefertigt. Der Bohrungsdurchmesser d muß so groß sein, daß der Fokus nicht abgeschnitten wird, sollte jedoch möglichst klein sein, um den Gasverbrauch gering zu halten. Ist der konfokale Parameter b größer als der Rohrdurchmesser, so reicht ein Bohrungsdurchmesser von $2\sqrt{2}w_0$ aus, damit der Fokus seitlich nicht abgeschnitten wird. Zur Durchführung der Querbohrung kann das Lasersystem, zu höchsten Intensitäten fokussiert, selbst benutzt werden [Wei95].

Die effektive Wechselwirkungslänge ist durch die Kohärenzlänge $L_{foc} \approx b\tan(\pi/(q-1))/2$ gegeben und sinkt mit steigender Ordnung. Bei Fokussierung mit $f = 300$ mm ($b = 4.16$ mm, s. o.) ist L_{foc} schon ab $q = 7$ kleiner als 1 mm, so daß bei dieser oder stärkerer Fokussierung die Wechselwirkungslänge für diese und alle höheren Harmonischen nicht durch die Ausdehnung des Gasvolumens begrenzt wird.

Unterhalb der Bohrung kann die Kapillare verschlossen werden. Über das obere Ende der Kapilare wird der entsprechende Gasdruck des zu verwendenden Edelgases angelegt.

Der Druck in der Erzeugungskammer sollte kleiner als 20 mTorr sein [Mac93], der Gasdruck in der Kapillare sollte etwa 20 Torr bis 100 Torr betragen. Mit dem Gasdruck in der Kapillare steigt die Konversionseffizienz, aber auch der Gasverbrauch an.

Abschätzungen über den Gasverbrauch

Zunächst wird über die freie Weglänge der Atome bestimmt, ob eine viskose Strömung vorliegt. Anhand der Reynoldszahl wird überprüft, ob diese viskose Strömung laminar ist. Dann kann mit dem Hagen-Poiseuille-Gesetz der Gasverbrauch abgeschätzt werden. Die folgende Tabelle gibt verwendete Stoffkonstanten [CRC86] an.

Gas	Stoßradien 2R [A]	$\bar{l}_p$ [m mbar]	η [kg/ms]	m_a [g/mol]
He	1.82...1.94	$17.5 \cdot 10^{-5}$	$19.6 \cdot 10^{-6}$	4
Ne		$12.5 \cdot 10^{-5}$	$30 \cdot 10^{-6}$	20.18
Ar	2.86...2.99	$6.4 \cdot 10^{-5}$	$22.1 \cdot 10^{-6}$	39.9
Xe		$3.6 \cdot 10^{-5}$	$22.6 \cdot 10^{-6}$	131

Die mittlere freie Weglänge $\bar{l}$ der Atome des Gases ist durch

$$\bar{l} = \frac{1}{\sqrt{2}n4\sigma} \tag{1.27}$$

gegeben [Bor87]. $\sigma = \pi r_\infty^2$ ist die Querschnittsfläche eines Atoms, r_∞ der Atomradius und n die sich aus [Bor87]

$$n = \frac{P}{kT} \tag{1.28}$$

ergebene Teilchenzahldichte des Gases im thermischen Gleichgewicht. k ist die Boltzmannkonstante, T die absolute Temperatur und P der Druck. Für Neon bei typischen Drücken von 30 mbar in der Kapillare ergibt sich die mittlere freie Weglänge $\bar{l} = 4.16 \cdot 10^{-6}$m, welche kleiner als die Rohrdimensionen ist. Es handelt sich also um eine viskose Strömung.

Die Reynoldszahl R_e ist durch

$$R_e = \frac{\rho \bar{v} r}{\eta} \tag{1.29}$$

definiert [Bor87]. $\bar{v}$ ist die mittlere Geschwindigkeit des Gases, ρ die Dichte. Ist $R_e < 1000$, so liegt eine laminare Strömung vor [Ber87].

Die Dichte ρ ist durch

$$\rho = \frac{P_i}{kT} \frac{m_a}{N_D} \tag{1.30}$$

gegeben ($N_D = 6.023 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}, m_a Molmasse) und beträgt $\rho = 0.02485$ g/l für Neon bei $T = 293$ K, $P_i = 30$ hPa.

Zur Abschätzung der Geschwindigkeit $\bar{v}$ wird

$$\bar{v} = \frac{\dot{V}}{r^2 \pi} \tag{1.31}$$

verwendet [Bor87].

Die laminare Strömung führt zu einen höheren Gasdurchsatz als die turbulente Strömung und liefert eine obere Abschätzung für den Volumendurchsatz $\dot{V}$. Der Strömungswiderstand ist durch

$$R = \frac{8 \eta l}{\pi r^4} \tag{1.32}$$

(η ist die dynamische Viskosität, l die Rohrlänge, r der Radius der Röhre) gegeben, und die Hagen-Poiseuille'sche Gleichung liefert

$$\dot{V} = \frac{P_i - P_a}{R}, \tag{1.33}$$

wobei P_i, P_a der Innendruck und Außendruck sind.

Mit $\eta = 30 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{m s}}$ für Neon, $l = 200\ \mu$m, $d = 2r = 100\,\mu$m ergibt sich der Strömungswiderstand zu $R = 2.4 \cdot 10^9$ kg/(m^{2}s) und der Volumenfluß zu $\dot{V} = 1.22$ ml/s. Damit ergibt sich eine mittlere Geschwindigkeit $\bar{v} = 156$ m/s, und die Reynoldszahl wird $R_e = 6.5 < 1000$. Damit ist die Annahme einer laminaren Strömung gerechtfertigt.

Der Gasverbrauch durch das kontinuierliche Entweichen des Edelgases in die Erzeugungskammer über die 2 Querborungen kann mithilfe der Hagen-Poiseuillen Strömungsgleichung abgeschätzt werden, sofern man die Bohrungen als „lange“ Röhren betrachtet und für den Durchmesser d und die Länge l gilt: $l > 2d$. Der oben bestimmte Volumendurchsatz von 1.22 ml/s bezieht sich auf den Innendruck der Kapillare und kann mit der Gasgleichung $pV = const$ in Norm-Liter umgerechnet werden. Abb. 1.5 zeigt den in Liter pro Stunde umgerechneten Gasverbrauch als Funktion der Rohrlänge für verschiedene Radien. Die gepunktete Kurve begrenzt den Gültigkeitsbereich des Hagen-Poiseuille-Gesetzes, der durch $l > 2d$ gegeben ist.

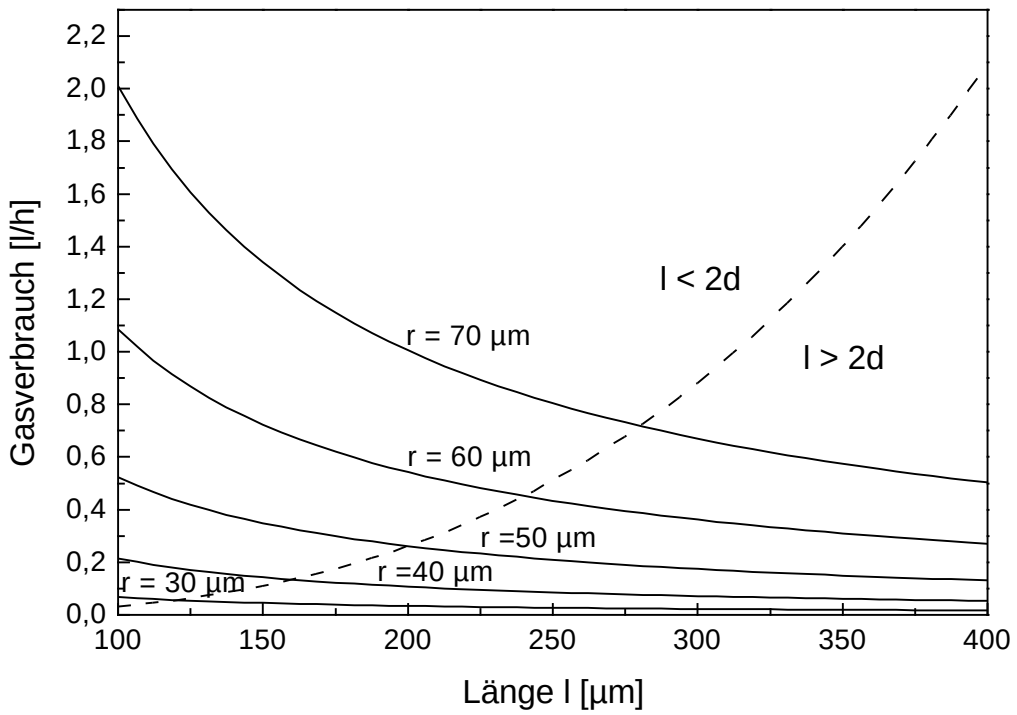


Abbildung 1.5: Gasverbrauch als Funktion der Rohrlänge, je eine Kurve für verschiedene Rohrradien r für die Kapillare mit 2 Bohrungen (Wandstärke l, Bohrungsdurchmesser $d = 2r$) für Neon, 30 mbar Innendruck

1.4 Trennung der Harmonischen

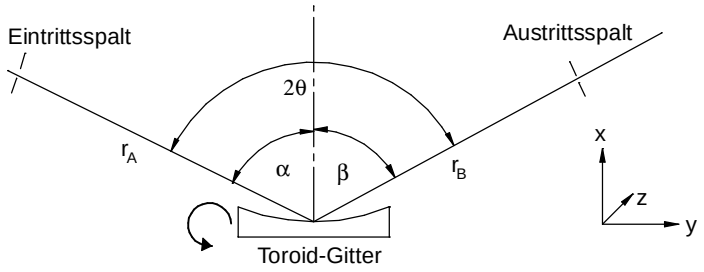
Die Harmonischen breiten sich in die gleiche Richtung wie die Eingangsstrahlung aus. Abb. 1.6 zeigt die gängigen XUV-Spektrometer, die zur Trennung der hohen Harmonischen verwendet werden.

Es werden ausschließlich reflektive Optiken eingesetzt, da transmittive Optiken wegen der starken Absorption für VUV/XUV-Strahlung ungeeignet sind. Um brauchbare Reflektivitäten (> 10 %) zu erhalten, müssen die Elemente unter großen Einfallswinkeln θ gegen das Lot der Oberfläche benutzt werden. Der Brechungsindex der Metalle ist für Frequenzen im XUV-Bereich kleiner als 1. Daher tritt bei Reflexion an den Oberflächen der Elemente Totalreflexion auf. Der kritische Einfallswinkel θ_c für die Totalreflexion kann mit der Lorentz-Drude-Formel für Metalle zu

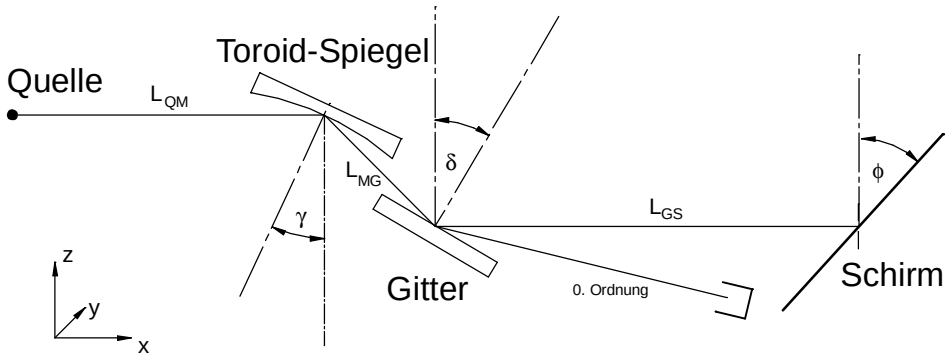
$$\sin(90^\circ - \theta_c) = \lambda\sqrt{\frac{e^2 N_e}{mc^2\pi}} \tag{1.34}$$

abgeschätzt werden [Joh83]. N_e ist die Elektronendichte, λ die Wellenlänge, e und m sind Ladung und Masse des Elektrons.

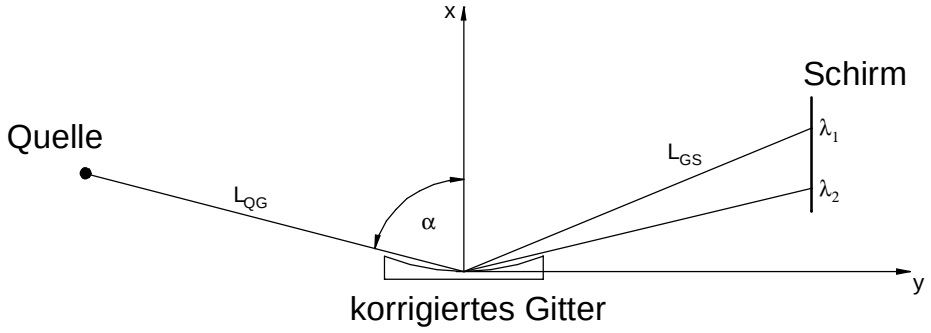
Aufgrund des großen Einfallswinkels ergibt sich bei konkaven Spiegeln ein stark astigmatisches Bild (s. Abb. 1.7). Um einen stigmatischen Fokus zu erhalten, müssen toroidale Substrate verwendet werden. Da die Gitteroberfläche von Strahlung einer Wellenlänge unter verschiedenen Winkeln getroffen wird, ändert sich die Austrittsarmlänge mit der Wellenlänge.



(a)



(b)



(c)

Abbildung 1.6: Gängige XUV-Spektrometer zur Trennung hoher Harmonischer: (a) Toroid-Gitter-Monochromator (TGM) (b) Toroid-Spiegel-Plan-Gitter-Spektrograph (TSPGS) (c) Konkavgitter-Spektrograph (KGS)

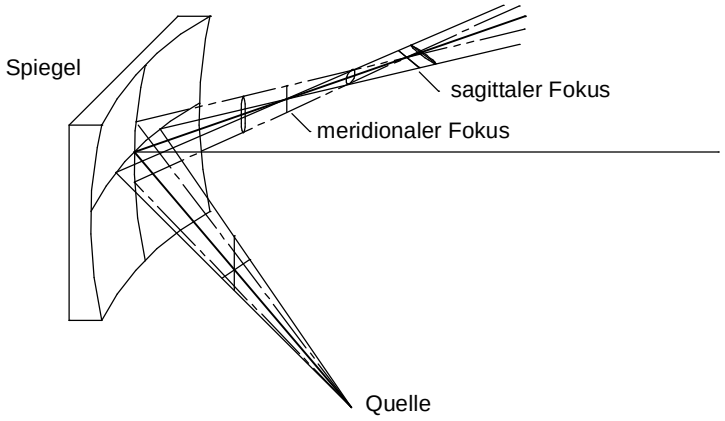


Abbildung 1.7: Astigmatismus bei schrägem Einfall auf einen konkaven Spiegel. Meridionaler und sagittaler Fokus fallen nicht mehr zusammen.

Durch Verwendung eines Gitters mit über der Substratlänge variierendem Gitterfurchenabstand (korrigiertes Gitter) kann erreicht werden, daß das Spektrum in einer senkrecht zum Gitter stehenden Ebene liegt.

Für den Wellenlängenbereich bis etwa 45 nm kann ein Normal-Incidence Monochromator verwenden [Wei95]. Allerdings ist man dann auf den Nachweis bis zur 19. Harmonischen beschränkt.

1.4.1 Anforderungen an den XUV-Spektrographen

Das Auflösungsvermögen $A = \frac{\bar{\lambda}}{\Delta\lambda}$ des Spektrographen muß groß genug sein, um die $q$te und $q+2$-te Harmonische zu trennen. Mit

$$\Delta\lambda = \frac{1}{2}\left(\lambda_q - \lambda_{q+2}\right) = \frac{\lambda_p}{2}\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{q+2}\right) \tag{1.35}$$

und $\bar{\lambda} = \lambda_p/q$ ergibt sich das notwendige Auflösungsvermögen zu $(\bar{\lambda}/\Delta\lambda) = q+2$, es steigt also mit der Ordnung an.

Die Wellenlängen der Harmonischen liegen zwischen 266 nm (3. Harmonische) und 8 nm (99. Harmonische). Da übliche Spektrographen nur einen begrenzten Spektralbereich auflösen, ist dieser festzulegen. Ein Arbeitsbereich von 8 nm bis 30 nm reicht z. B. aus, um die 99. bis zur 27. Harmonische zu trennen.

Die Fläche der Spiegel und Gitter muß aufgrund der großen Einfallswinkel groß sein, um das gesamte Bündel zu reflektieren. Sei der Öffnungswinkel der von der Quelle ausgehenden Strahlung α, (Abb. 1.8), der Abstand des Elements von der Quelle L und der Einfallswinkel β, so ergibt sich die notwendige Ausdehnung des Elements zu

$$L_x \approx \frac{2L\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\cos(\beta)}. \tag{1.36}$$

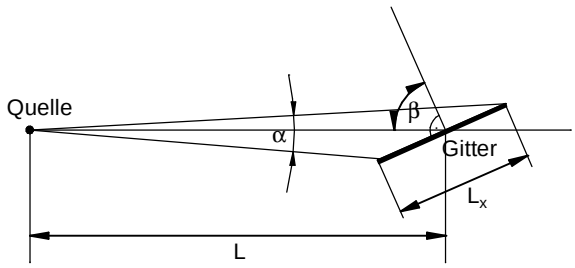


Abbildung 1.8: Strahlengang zur Berechnung der Größe der Elemente.

Für $\alpha \approx 2°$ $L \approx 400\,\mathrm{mm}$, $\beta \approx 80°$ ergibt sich die Länge zu $L_x = 80$ mm. Die notwendige Querausdehnung L_y folgt mit $\beta = 0°$ zu $L_y = 14$ mm.

Weiterhin muß beachtet werden, daß die thermische Belastung das Element nicht zerstört. Aufgrund der großen Einfallswinkel verteilt sich die Energie allerdings auf eine große Fläche. Die durchschnittliche Strahlungsleistung bei einer Pulsenergie W_p und einer Repetitionsrate R auf der Oberfläche des Elements der Größe $L_x \times L_y$ kann durch

$$I = \frac{W_p R}{L_x L_y 1s} \tag{1.37}$$

abgeschätzt werden.

1.4.2 Toroid-Gitter-Monochromator

Der Eintrittsspalt der Anordnung (Abb. 1.6,(a)) ist durch die Größe des Quellgebiets gegeben. Die Wellenlängenselektion erfolgt durch eine Drehung des toroidalen Gitters. Der Austrittsspalt steht fest.

Zur Untersuchung des TGM werden zunächst die Abbildungseigenschaften toroidaler Gitter betrachtet. Sei R der meridionale Krümmungsradius und ρ der sagittale Krümmungsradius des Gitters. Ein Koordinatensystem werde so gewählt, daß die Mitte des Gitters im Ursprung liegt, die x-Achse das Lot des Gitters bildet und die Gitterfurchen parallel zur z-Achse orientiert sind (s. Abb. 1.9).

Das von dem Punkt A

$$A = (x_A, y_A, 0) = (r_A \cos\alpha, r_A \sin\alpha, 0) \tag{1.38}$$

der Dispersionsebene ausgehende Licht fällt auf die Gitteroberfläche und wird gemäß der Gitterbedingung gebeugt. Sei B

$$B = (x_B, y_B, 0) = (r_B \cos\beta, r_B \sin\beta, 0) \tag{1.39}$$

der für eine Wellenlänge λ angenommende Bildpunkt. Jeder Punkt P der Gitteroberfläche ist durch eine Funktion $x(y,z)$ zu $P = (x(y,z), y, z)$ gegeben. Für ein toroidales Gitter ist

$$x(y,z) = R - \sqrt{\left(R - \rho + \sqrt{\rho^2 - z^2}\right)^2 - y^2} \quad . \tag{1.40}$$

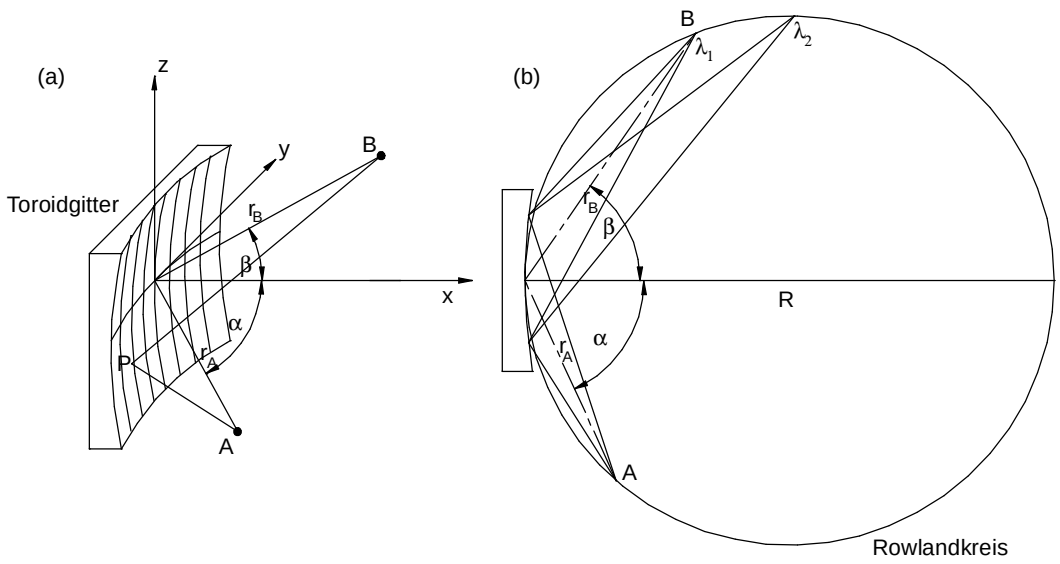


Abbildung 1.9: Zur Illustration der Abbildung durch ein Toroidgitter: die meridionalen Fokusse des Spektrums liegen in erster Näherung auf dem Rowlandkreis, dessen Durchmesser der meridionale Krümmungsradius ist, wenn die Quelle ebenfalls auf dessen Rand liegt.

Für jeden beliebigen Punkt P der Gitteroberfläche ergibt sich der Lichtweg $F(y,z)$ aus

$$F(y,z) = |AP| + |PB| + Nm\lambda y. \tag{1.41}$$

N ist die Gitterstrichdichte, m die Beugungsordnung. Die Lichtwegfunktion läßt sich in eine Potenzreihe entwickeln in der Form

$$F(y,z) = c_{00} + c_{10}y + c_{20}\frac{y^2}{R} + c_{02}\frac{z^2}{R} + c_{12}\frac{yz^2}{R^2} + c_{30}\frac{y^3}{R^2} + \dots \quad . \tag{1.42}$$

Aufgrund der Symmetrie des Lichtweges bzgl. der z-Achse verschwinden alle c_{ij} mit ungeraden j. Für das Toroidgitter ergeben sich die Koeffizienten der Potenzreihe zu

$$c_{00} = r_A + r_B \tag{1.43}$$

$$c_{10} = \sin(\alpha) + \sin(\beta) + Nm\lambda \tag{1.44}$$

$$c_{20} = \frac{R}{2}\left[\frac{\cos^2(\alpha)}{r_A} - \frac{\cos(\alpha)}{R} + \frac{\cos^2(\beta)}{r_B} - \frac{\cos(\beta)}{R}\right] \tag{1.45}$$

$$c_{02} = \frac{R}{2}\left[\frac{1}{r_A} - \frac{\cos(\alpha)}{\rho} + \frac{1}{r_B} - \frac{\cos(\beta)}{\rho}\right]. \tag{1.46}$$

Das Fermat'sche Prinzip besagt nun, daß der Lichtweg extremal ist, also

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad . \tag{1.47}$$

Abbildungsfehler entstehen dadurch, daß nicht alle Koeffizienten c_{ij} gleichzeitig verschwinden. Die Bedingung $c_{10} = 0$ ist die Gittergleichung. Die Bedingung $c_{20} = 0$ ist

erfüllt, wenn Quellpunkt und Bildpunkt auf dem Rowlandkreis mit dem Durchmesser R liegen, der den Gittermittelpunkt tangiert (Abb. 1.9). Aus ihr kann der notwendige Meridionalradius R des Gitters geschlossen werden. Die Bedingung $c_{02} = 0$ liefert den Sagittalradius ρ.

Folgende Parameter beschreiben die Anordnung:

Gitterparameter:	
Meridionalradius	R
Sagittalradius	ρ
Gitterstrichlänge	L_f
Länge der Gitterfläche	L_q
Gitterstrichdichte	N
Monochromatorgeometrie	
Eintrittsarmlänge	r_A
Austrittsarmlänge	r_B
Deviationswinkel	2θ
Beugungsordnung	m
Quellgröße	l_Q

Eintritts- und Austrittsarm des TGM bilden zum Zentrum des Gitters den Winkel 2θ. Der Einfallswinkel sei α_0, der Ausfallswinkel β_0. Durchstimmen der Wellenlänge führt zu Einfallswinkeln $\alpha = \alpha_0 + \phi$ und Ausfallswinkeln $\beta = \beta_0 - \phi$ bei Rotation des Gitters um ϕ. Einsetzen von α und β in die Gittergleichung liefert die Durchstimmkurve $\lambda(\phi)$ zu einer gewählten Strichzahl N und Ordnung m. Abb. 1.10 zeigt die Durchstimmkurve für einen Deviationswinkel von $2\theta = 160°$. Die Wahl des Deviationswinkel θ stellt einen Kompromiß dar: zu kleineren Einfallswinkeln sinken die Reflektivitäten, zu größeren Einfallswinkeln sind entsprechend größere Elemente notwendig, um das divergente Bündel aufzunehmen.

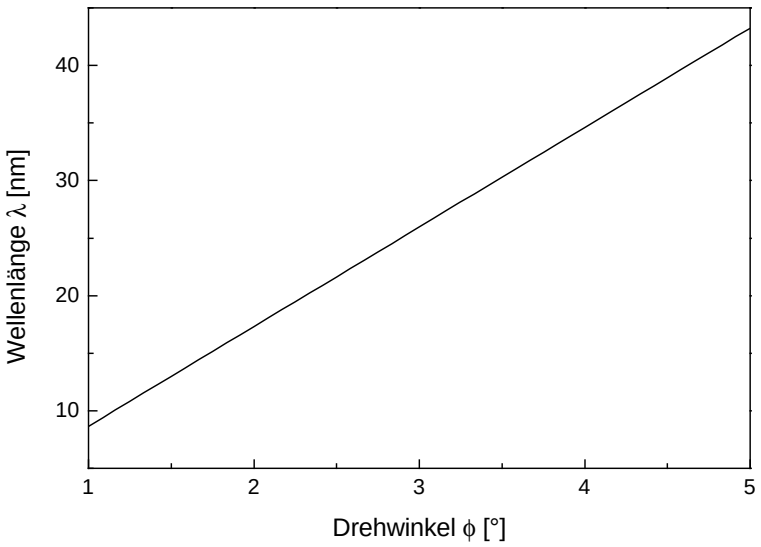


Abbildung 1.10: Durchstimmkurve des TGM für $N = 700$ mm^{-1}, $m = 1$ und $2\theta = 160°$ ($\alpha_0 = \beta_0 = 80°$)

Das folgende Beispiel zeigt, wie die Parameter einer TGM-Anordnung festgelegt werden können. Zur Bestimmung des Meridionalradius des Gitters verwendet man die

Bedingung $c_{20} = 0$ (s. Gl. (1.45)). Für $R = 3.2$ m und einer Eintrittsarmlänge von 0.4 m zeigt die Austrittsarmlänge $L(\phi)$ ein Minimum (s. Abb. 1.11). Der meridionale Fokus variiert bei Durchstimmung der Wellenlänge um etwa 3 cm. Die Austrittsarmlänge wird auf 72 cm festgelegt. Der Sagittalradius ergibt sich dann aus der Bedingung $c_{02} = 0$ mit Gl. (1.46) zu

$$\rho = \frac{\cos(\alpha) + \cos(\beta)}{\frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_B}} \quad . \tag{1.48}$$

Wählt man den Sagittalradius $\rho = 8.93$ cm, so ergibt sich durch Auflösen von Gl. (1.48) die in Abb. 1.11 dargestellte Sagittalbrennweite. Die Größe des Toroidgitters errechnet sich mit Gl. (1.36) zu 80×14 mm^2.

Damit sind die Parameter eines zur Trennung der hohen Harmonischen verwendbaren XUV-Monochromators festgelegt.

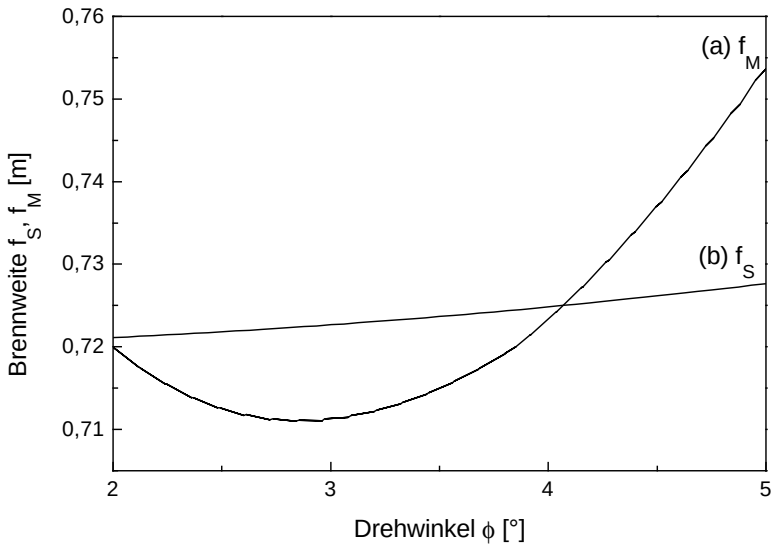


Abbildung 1.11: (a) Meridionalbrennweite des TGM für $N = 700$ mm^{-1}, $m = 1$ und $\theta = 160°$, $R = 3.2$ m, $r_A = 0.4$ m, (b) Sagittalbrennweite für $\rho = 72$ cm.

1.4.3 Toroid-Spiegel-Plan-Gitter-Spektrograph

Die von der Quelle (s. Abb. 1.6,(b)) divergent ausgehende Strahlung wird über einen Toroidspiegel fokussiert und über ein planes Gitter spektral aufgefächert. Bei Verwendung eines nicht-korrigierten Gitters, also eines Gitters mit konstanter Furchendichte, liegen die Fokusse der verschiedenen Wellenlängen auf dem Rowlandkreis, für ein korrigiertes Gitter läßt sich erreichen, daß die Fokusse in einer senkrecht zur Strahlrichtung liegenden Ebene liegen. Dieser Aufbau wird hauptsächlich zur Trennung der Harmonischen verwendet [Wah93, Hui93, Bal95].

Diese Anordnung wurde mittels eines selbstentwickelten „Raytracing“-Programms untersucht. Dabei wird der Strahlengang von der Quelle zur Spiegeloberfläche, von dort zur Gitteroberfläche und entsprechend der Gitterbedingung von dort weiter zu einem Schirm berechnet und dargestellt. Die Quelle Q wird als punktförmig mit einer Divergenz von 1.5° angenommen. Bezüglich des Spiegels M und des Gitters G wurden die

Kenndaten eines Aufbaus gewählt, der am MBI Berlin zur Trennung hoher Harmonischer verwendet wird [1] (s. dazu Abb. 1.6,b):

Toroidspiegel:	Meridionalradius	$R = 5.026$ m
	Sagittalradius	$\rho = 0.199$ m
	Dimension	100×40 mm^2
Gitter:	Gitterkonstante	$N = 700$ m^{-1}
	Dimension	100×30 mm^2
Aufbau:	L_{QM}	1002 mm
	L_{MG}	220 mm
	L_{GS}	≈ 780 mm

In Abhängigkeit von der Wellenlänge erhält man verschiedene Fokuslängen für den sagittalen und meridionalen Fokus. Durch gemeinsames Drehen des Spiegels und des Gitters kann man den Astigmatismus für jede Wellenlänge kompensieren, jedoch bleiben Abbildungsfehler höherer Ordnungen.

Die Abb. 1.12 zeigt das Bild eines Schirms, der stark gegen die x-Achse gekippt ist, so daß der Fokus jeder Wellenlänge möglichst klein ist. Für jede Harmonische wurde ein quadratisches äquidistantes Strahlbündel monochromatischen Lichts bis zum Schnittpunkt mit dem Schirm verfolgt. Bis zur 91. Harmonischen ist eine Trennung mit dieser Anordnung möglich.

Das am MBI Berlin eingesetzte Gitter ist ein korrigiertes Gitter, so daß der Schirm senkrecht zum Strahl im Abstand 780 mm vom Gitter aufgestellt werden kann.

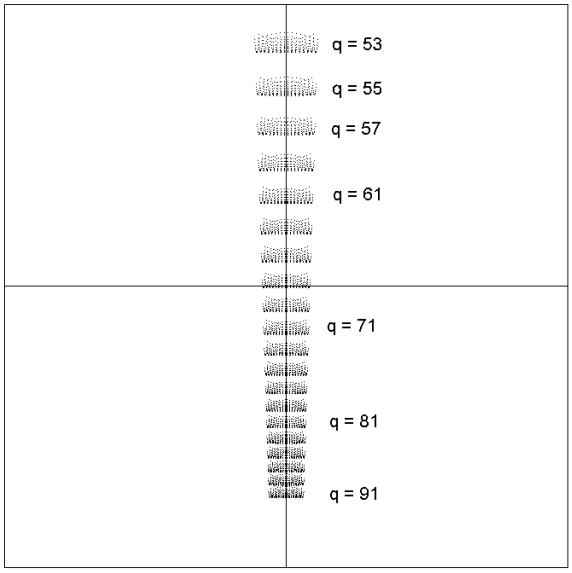


Abbildung 1.12: Ergebnis des Raytracing des Toroid-Spiegel-Plan-Gitter-Spektrographen: Bild des Schirms zu $L_{GS} = 1.1$ m, $\gamma = \delta = 11.5°$, $\phi = 80.8°$, die Schirmkantenlänge ist 10.74 cm. Die Harmonischen bis zur Ordnung $q = 91$ werden getrennt.

Die TMPGS-Variante bietet den Vorteil, daß der Strahlengang keinen Knick sondern nur einen Parallelversatz zeigt. Durch die im Vergleich zum TGM größere Zahl der

[1] Private Mitteilung von Herrn Dipl. Phys. D. Schultze, MBI Berlin

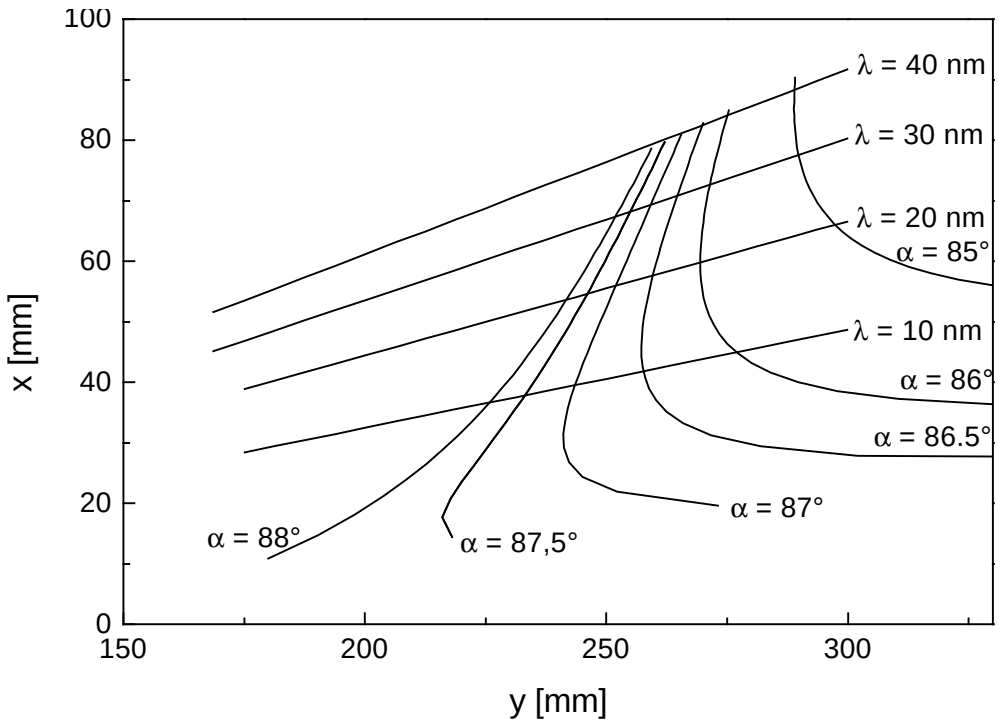


Abbildung 1.13: Fokuslinien eines korrigierten Konkavgitters für verschiedene Einfallswinkel α auf das Gitter. Das Koordinatensystem (x,y,z) ist wie in Abb. (1.6,c) orientiert.

Freiheitsgerade ist die Kompensation des Astigmatismus für verschiedene Wellenlängen möglich. Durch einen Austausch des Gitters kann außerdem der Arbeitsbereich des Spektrographen verändert werden. Nachteilig ist, daß im Vergleich zu den anderen Varianten die zusätzliche Oberfläche zu höheren Verlusten führt.

1.4.4 Konkav-Gitter-Spektrograph

Das in diesem Spektrographenaufbau (1.6,c) verwendete Gitter hat eine über die Substratlänge variierende Furchendichte $\sigma(y)$ (korrigiertes Gitter). Durch geeignete Wahl der Dichtefunktion $\sigma(y)$ kann erreicht werden, daß die Fokusse des Spektrums in einer senkrecht zum Gitter stehenden Ebene liegen. Entsprechend korrigierte Konkavgitter für XUV-Spektrometer werden z. B. von Hitachi angeboten [Kit83]. Bei Verwendung eines sphärischen Gitters sind die Fokusse aufgrund des Astigmatismus linienförmig. Fokuskurven korrigierter Konkavgitter wurden für das in [Kit83] angegebene Gitter berechnet und werden hier zur Illustration dargestellt. Um einen stigmatischen Fokus zu erhalten, kann man ein toroidales Substrat verwenden, was jedoch das Auflösungsvermögen des Spektrographen reduziert [Kit83].

1.4.5 Fazit

Die Raytracing-Modellierung des Strahlengangs in den Spektrographen gibt einen guten Einblick in die Abbildungseigenschaften und Abbildungsfehler des Systems und erlaubt die Bestimmung der Parameter des Spektrographen, jedoch ist man in der konkreten Auswahl durch das Angebot an gefertigten Elementen beschränkt.

1.5 Zusammenfassung

Die Erzeugung hoher Harmonischer mit unserem Ti:Saphir-Lasersystem ist möglich: zu erwarten sind etwa 10^2 bis 10^5 Photonen pro Puls für die Ordnungen zwischen 21 ($\lambda = 38$ nm) und 31 ($\lambda = 25$ nm). Der Gasverbrauch durch die Querbohrungen der vorgestellten Kapillare wurde zu etwa 0.4 bar-Liter pro Stunde abgeschätzt. Zur Trennung kann ein Spektrograph mit korrigiertem Konkavgitter verwendet werden, welches linienhafte Fokusse des Spektrums in einer Ebene ergibt, oder es kann die Toroid-Spiegel-Plan-Gitter-Anordnung verwendet werden, wenn stigmatische Fokusse benötigt werden.

Kapitel 2

Erzeugung ultrakurzer Pulse im VIS/UV

2.1 Einleitung

Durch eine Frequenzkonversion der Pulse unseres Ti:Saphir-Lasers werden die Einsatzmöglichkeiten des Systems erweitert. Die Durchstimmbarkeit ist vor allem für spektroskopische Untersuchungen resonanter Prozesse wichtig. Zusammen mit der kurzen Pulsdauer und der Synchronisierbarkeit der erzeugten Pulse mit der Fundamentalen des Lasers steht eine geeignete Quelle für Pump/Probe-Experimente zur Verfügung.

Über übliche Frequenzkonversionsmethoden wie die Erzeugung der 2. oder 3. Harmonischen und weitere Frequenzmischmethoden können ultraviolette ultrakurze Pulse erzeugt werden, jedoch sind nur einzelne Wellenlängen erreichbar.

Optische parametrische Verstärkung ist dagegen eine Technik, mit der die gegebenen Laserpulse über mehrere 100 nm durchstimmbar in das Infrarot oder in Verbindung mit einer Frequenzverdopplung und Summenfrequenzmischung bis in das UV konvertiert werden können. Im OPA („optical parametric amplifier“) führt ein sich durch einen nichtlinearen Kristall ausbreitender Laserpuls (Pumpwelle) zur Erzeugung und Verstärkung eines „Signal“- sowie „Idler“-Pulses kleinerer Frequenz. Die Durchstimmung der Signalwellenlänge erfolgt durch Drehung des Kristalls.

Parametrische Verstärkung wurde zuerst 1965 [Wan65] in Amonniumdihydrogenphosphat-Kristallen beobachtet, obwohl sie schon 1962 von Armstrong [Arm62] vorausgesagt wurde. In den folgenden Jahren demonstrierte Boyd [Boy66] parametrische Verstärkung in Lithiumniobat mit einem cw-Laser. Aufgrund der bei den geringeren Intensitäten ($\ll 5$ GW/cm^2) kleinen Verstärkung des Signals bei einmaligen Durchgang durch den Kristall wurde dieser in einen Laser-Oszillator eingebaut. Ein nach diesem Prinzip arbeitendes Gerät heißt OPO („optical parametric oscillator“).

Durch Verwendung ultrakurzer Pulse (< 1 ps) können hohe Intensitäten (bis 70 GW/cm^2) ohne thermische Zerstörung der Kristalle erreicht werden. Die Verstärkung des Signals wird dann so groß, daß ein einfacher oder zweifacher Durchgang des Pumppulses durch den Kristall (TOPG-System, “traveling-wave optical parametric generator“) ausreicht, um eine Konversionseffizienz von mehreren Prozent zu erhalten.

Das Ziel dieser Arbeit besteht in der Planung eines nach dem TOPG-Schema aufgebauten OPA-Systems zur Konversion der Pulse unseres Lasersystems in den sichtbaren Bereich.

2.1.1 Funktionsweise und Klassifizierung der OPA

Wird eine intensive Pumpwelle in einen geeigneten Kristall eingestrahlt, so kommt es aufgrund des quadratischen Anteils in der nichtlinearen Polarisation zur Erzeugung der 2. Harmonischen, oder, sofern sich zwei Wellen verschiedener Frequenz im Kristall ausbreiten, zur Erzeugung von Wellen der Summen- und Differenzfrequenz.

Ein Spezialfall dieser Wechselwirkung ist die Umwandlung eines Pumpphotons in zwei Photonen niedrigerer Frequenz, die den Energieerhaltungssatz $\hbar\omega_p = \hbar\omega_s + \hbar\omega_i$ erfüllen. Die Wellen werden als Signal s und Idler i bezeichnet. Man wählt die Bezeichnung Signal für das energiereichere Photon. Dieser Prozeß läuft spontan ab und wird als parametrische Fluoreszenz bezeichnet. Wird eine Signalwelle zusammen mit der Pumpwelle in den Kristall eingestrahlt, so läuft der Prozeß stimuliert ab, und die Signalwelle wird mit der Ausbreitung im Medium verstärkt, sofern die Phasenanpassungsbedingung (s. u.) erfüllt ist.

Als Kristalle werden unter anderen Lithiumniobat ($LiNbO_3$), Kaliumdihydrogenphosphat (KDP) und Lithiumtriborat (LBO) eingesetzt. Die große Mehrzahl der OPA-Systeme für Ultrakurzpulslaser verwendet BBO-Kristalle (Beta-Bariumborat), mit denen Konversionseffizienzen von 35 % erreicht werden [Nis94]. Er ist durch seine hohe Zerstörschwelle (> 70 GW/cm^2 bei 100 fs Pulsen) und seinen großen Transparenzbereich (198 nm bis 2600 nm) ausgezeichnet. In dieser Arbeit wird ausschließlich der BBO-OPA untersucht.

Die OPA unterscheiden sich durch die Erzeugung des Signals („Seedprozeß“), die Zahl der Verstärkerstufen, den Phasenanpassungstyp und die Pumpwellenlänge.

Seedprozeß:
In dem als Seeder bezeichneten Teil des Aufbaus wird die Signalwelle erzeugt. Zwei Verfahren werden dabei verwendet:

- **Weißlichterzeugung:** Erzeugung eines Weißlichtkontinuums über den Prozeß der Superfluoreszenz (WLG, „white-light-generation“) [Yak94]: ein intensiver Laserpuls, der sich in einem Medium ausbreitet, ändert durch seine hohe Feldstärke dessen Brechungsindex. Dadurch wird die Laufzeit der verschiedenen Teile des Pulses (Vorder- bzw. Rückseite) verschieden, und es kommt im Material zu einer starken Phasenmodulation. Mit der Phase variiert auch die Frequenz des Pulses. Das dadurch erzeugte breite Spektrum wird auch als Weißlichtkontinuum bezeichnet und kann den gesamten sichtbaren Spektralbereich überdecken. Wasser, Saphir sowie verschiedene Gläser sind Materialien, in denen relativ geringe Pulsenergien notwendig sind. Für 100 fs Pulse reichen einige μJ aus, um bei 1 mm Materialstärke ein Kontinuum zu erzeugen.

- **Parametrische Fluoreszenz:** Die Pumplaserstrahlung wird durch den OPA-Kristall geführt. Sind Intensität und Kristallänge so gewählt, daß die Signalverstärkung im OPA etwa 10^{11} beträgt, so werden Signalphotonen der parametrischen Fluoreszenz zu einen geeigneten Seedpuls von etwa 10 nJ verstärkt.

Zahl der Verstärkerstufen:
In den weiteren Verstärkerstufen des OPA wird das erzeugte Seedsignal zusammen mit dem Pumppuls durch den Kristall geführt und durch den parametrischen Prozeß

verstärkt. Soll die Pumpwelle des Seeders für eine Verstärkerstufe benutzt werden, so müssen Pumppuls und Signalpuls getrennt und wieder so in den Kristall eingekoppelt werden, daß beide Pulse sich räumlich überlagern [Sos96]. Steht ausreichende Pumpenergie zur Verfügung, kann für jede Verstärkerstufe des OPA ein eigener „frischer“ Pumppuls vom Eingangsstrahl abgekoppelt werden.

- 2-Stufen-OPA: Der OPA besteht aus Seeder und Verstärkerstufe.
- 3-Stufen-OPA: Seeder, Vorverstärkerstufe, Endverstärkerstufe.

Phasenanpassungsart:
Man klassifiziert die OPA nach der Phasenanpassungsart. Im optisch negativ doppelbrechenden BBO-Kristall kann nur Phasenanpassung erreicht werden, wenn die Pumpwelle außerordentlich polarisiert ist. Man unterscheidet

- Type-I-Phasenanpassung: Signal und Idler sind ordentlich polarisiert.
- Type-II-Phasenanpassung: entweder Signal oder Idler ist außerordentlich polarisiert.

Die Phasenanpassungsart wird durch eine römische Zahl hinter dem Kristallnamen vermerkt.

Pumpwellenlänge:
Mit unserer Pumpwellenlänge von 800 nm kann auf 2 Arten durchstimmbare sichtbare Strahlung erzeugt werden

- IR-OPA: Der OPA wird mit 800 nm gepumpt und erzeugt ein Signal im IR. Dieses kann anschließend frequenzverdoppelt werden, um sichtbare Strahlung zu erhalten [Yak94, Nis94, Qua96].
- VIS-OPA: Der OPA wird auf eine Pumpwellenlänge von 400 nm ausgelegt und mit den frequenzverdoppelten Pulsen des Ti:Saphir-Lasers gepumpt [Ree95, Sos96].

2.1.2 Stand der Technik

In verschiedenen Veröffentlichungen [Dan93, Nis94, Yak94, Sei94, Ree94, Sos96, Ree95] werden OPA für ultrakurze Pulse (< 1 ps) vorgestellt. In allen Systeme wird BBO als nichtlinearer Kristall verwendet. Der Stand der Technik zeigt sich weiterhin in Systemen wie dem TOPAS-Gerät der Firma Quantronix, dem IGOR-System der Firma Clark und den Geräten OPA 9400/9800 der Firma COHERENT. Diese Systeme sind auf die Pumpwellenlänge 800 nm abgestimmt und können mit einer Repetitionsrate von 1 kHz betrieben werden.

Das TOPAS-System ist ein 3 Stufen-PF-Seeded-IR-BBO-II-OPA mit einem Kristall. Laserpulse einer Wellenlängen zwischen 750 nm und 850 nm, Pulsdauern bis zu 50 fs und Pulsenergien bis zu 5 mJ sind als Pumpstrahlung geeignet. Der Betrieb des OPA mit Repetionsraten von mehreren kHz ist möglich. Typische Signalenergien bei Betrieb mit $\lambda = 800$ nm, $\tau = 100$ fs, $W_p = 1$ mJ sind 150 μJ bis 200 μJ (s. Abb. 2.1). Die Effizienz der Konversion liegt damit bei 15 % bis 20 %. Das IGOR-System ist ein 2 Stufen-WL-Seeded-IR-BBO-I-OPA und der OPA 9400 ein 2 Stufen-WL-Seeded-VIS-BBO-II-OPA. Sowohl der TOPAS als auch der IGOR kann mit unserem Lasersystem

betrieben werden. Die Pulse werden mit Effizienzen von 20 % in das IR konvertiert. Der OPA 9400 ist dagegen für Pulsenergien von 4 μJ ausgelegt. Die Durchstimmung der Signalwellenlänge (Rotation des Kristalls und Anpassung der Eintreffzeitpunkte der Pumppulse) erfolgt beim TOPAS durch eine Computersteuerung.

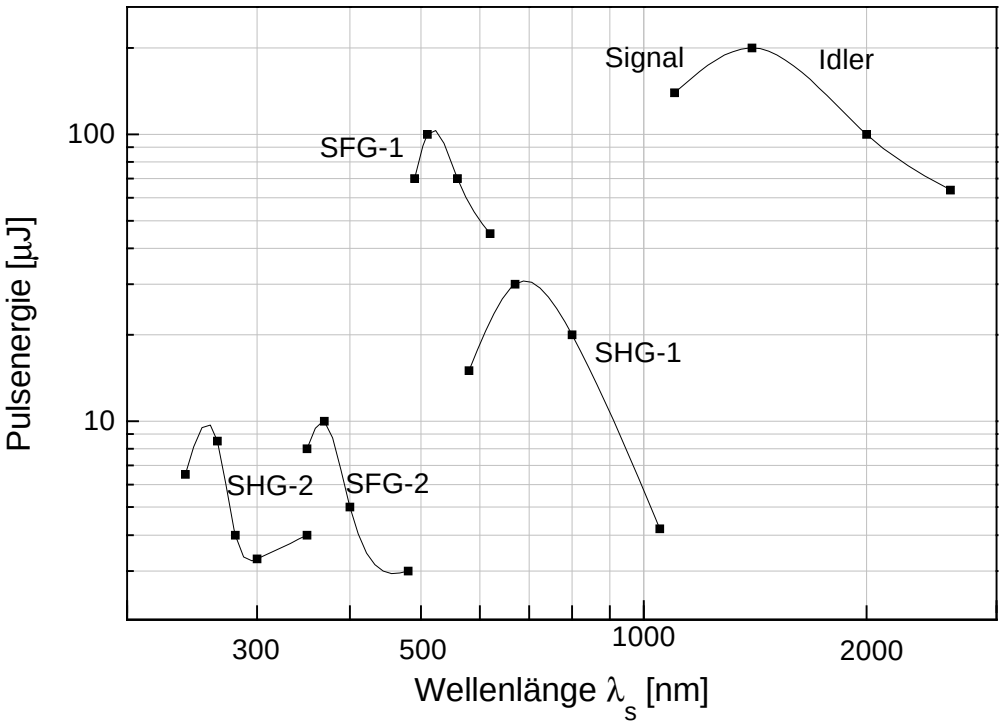


Abbildung 2.1: Typische Signalenergien des TOPAS für 1 mJ, 800 nm, 100 fs - Pulse, sowie weitere über Frequenzverdopplung (SHG-1), Summenfrequenzmischung (SFG-1) sowie weitere Frequenzverdopplung (SHG-2) und Mischung (SFG-2) erreichbare Pulsenergien als Funktion der Wellenlänge [Qua96]. Die Pulsdauer wird als 70 fs bis 100 fs angegeben.

2.2 Theoretische Grundlagen

2.2.1 Ausbreitung von Laserpulsen in Materie

Ein Laserpuls kann durch die zeit- und ortabhängige komplexe Feldstärke $\vec{E}(x, y, z, t)$ beschrieben werden. Meßbare elektrische Feldstärken sind durch den Realteil der Feldstärke $\Re(\vec{E}(x, y, z, t))$ gegeben. Die Ausbreitung des Pulses wird durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben. Die Wirkung der Materie kann durch die Dispersionsrelation $\beta(\omega)$ beschrieben werden. β ist gleich dem Betrag des Wellenvektors $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} n(\lambda)$, wobei $n(\lambda)$ der Phasenbrechungsindex der Materie ist. Wellenlängenangaben beziehen sich auf die Vakuumwellenlänge λ und stehen durch $\lambda f = c$ in Beziehung mit der Frequenz f. Die Phasengeschwindigkeit einer ebenen Welle der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ ist durch $v_\phi = \omega \ / \ \beta(\omega)$ gegeben. Durch die Fouriertransformation von $\vec{E}(x, y, z, t)$ nach ω erhält man die Amplituden der ebenen Wellen der Kreisfrequenz ω und die Phase der Wellen in der Funktion $\tilde{E}(x, y, z, \omega)$. Die Ausbreitung des Wellenpaketes kann nun durch einen lichtwegabhängigen Phasenfaktor für die ebenen Wellen des Paketes in der

Fouriertransformierten beschrieben werden. Nach einer Rücktransformation erhält man die zeit- und ortsabhängige Feldstärke.

Für einen sich entlang der z-Achse ausbreitenden Gauß-Puls, dessen E-Feld in Richtung der x-Achse polarisiert ist, gilt

$$E_0(t) = \hat{E}\exp(-\Gamma_0 t^2 + i\omega_0 t), \tag{2.1}$$

mit $\Gamma_0 = a_0 - ib_0$. Dabei beschreibt $1/\sqrt{a_0}$ die zeitliche Breite des Pulses, b_0 die mit der Zeit quadratische Variation der Phase, also einen „linearen chirp“ [Tsi97]. ω_0 ist die Mittenfrequenz und $\hat{E}$ die Amplitude des Pulses. Über $I \propto |E|^2$ ergibt sich die Pulsdauer[1] τ_p aus

$$\frac{1}{2} = \exp\left(-2\,\Gamma(z)\left(\frac{\tau_p}{2}\right)^2\right) \tag{2.2}$$

zu

$$\tau_p = 2\sqrt{\frac{\ln(2)}{2a(z)}}\ . \tag{2.3}$$

Die Fouriertransformation von (2.1) ergibt

$$\tilde{E}(\omega) = \hat{E}\exp\left[-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{4\Gamma_0}\right]. \tag{2.4}$$

Die ebenen Wellen breiten sich mit ihrer Phasengeschwindigkeit ungestört aus. Nach Durchqueren der Strecke z im Medium ergeben sich die Phasen der Wellen durch Multiplikation mit dem Phasenfaktor $\exp(-i\beta(\omega)z)$ [Sie86] zu

$$\tilde{E}(z,\omega) = \tilde{E}_0(\omega)\exp(-i\beta(\omega)z)\ . \tag{2.5}$$

Eine Taylorentwicklung des Wellenvektors β um die Mittenfrequenz ω_0 des Pulses ergibt [Sie86]

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta'\cdot(\omega-\omega_0) + \frac{1}{2}\beta''\cdot(\omega-\omega_0)^2 + \ldots \tag{2.6}$$

mit

$$\beta' = \left.\frac{\partial\beta}{\partial\omega}\right|_{\omega_0} \tag{2.7}$$

$$\beta'' = \left.\frac{\partial^2\beta}{\partial\omega^2}\right|_{\omega_0} \tag{2.8}$$

und damit ergibt sich aus Gl. (2.5)

$$\tilde{E}(z,\omega) = \hat{E}\exp\left[-i\beta(\omega_0)z - i\beta' z(\omega-\omega_0) - \left(\frac{1}{4\Gamma_0} + \frac{i\beta'' z}{2}\right)(\omega-\omega_0)^2 + \ldots\right]. \tag{2.9}$$

Die Rücktransformation von $\tilde{E}$ liefert die zeitliche Pulsform als Funktion von z

$$E(z,t) \approx \hat{E}\exp\left(i\omega_0\left(t - \frac{z}{v_\phi(\omega)}\right)\right)\exp\left[-\Gamma(z)\left(t - \frac{z}{v_g(\omega_0)}\right)^2\right] \tag{2.10}$$

[1] Volle Halbwertsbreite der Intensität

mit

$$v_\phi = \frac{\omega_0}{\beta(\omega_0)} \tag{2.11}$$

$$v_g(\omega) = \frac{1}{\beta'(\omega_0)} \tag{2.12}$$

$$\Gamma(z) = \left(\frac{1}{\Gamma_0} + 2i\beta'' z\right)^{-1} . \tag{2.13}$$

Dabei ist $v_\phi(\omega_0)$ die mittlere Phasengeschwindigkeit, $v_g(\omega_0)$ die Gruppengeschwindigkeit des Pulses. $\Gamma(z)$ beschreibt die Wirkung der Gruppengeschwindigkeitsdispersion $g = \beta''$, die zu einem Zerfließen des Wellenpaketes führt. Der Parameter $\Gamma(z) = a(z) - ib(z)$ wird somit durch die Ausbreitung des Pulses verändert.

Aus (2.13) ergibt sich durch Umformung

$$a(z) = \frac{a_0}{(1 + 2\beta'' z b_0)^2 + (2\beta'' z a_0)^2} \tag{2.14}$$

$$b(z) = \frac{b_0(1 + 2\beta'' z b_0) + 2\beta'' z a_0^2}{(1 + 2\beta'' z b_0)^2 + (2\beta'' z a_0)^2} . \tag{2.15}$$

Für einen ungechirpten Puls wird also

$$a(z) = \frac{a_0}{1 + (2\beta'' z a_0)^2} . \tag{2.16}$$

Die Gruppengeschwindigkeitsdispersion bewirkt eine Verkleinerung von $a(z)$ und damit wegen Gl. (2.3) eine Verlängerung der Pulsdauer τ_{p0} zu [Sie86]

$$\tau_p(z) = \tau_{p0}\sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_D}\right)^2} \tag{2.17}$$

mit

$$z_D = \frac{\tau_{p0}^2}{4\ln(2)\beta''} . \tag{2.18}$$

Damit stellt z_D eine Art Rayleighlänge für das zeitliche Zerfließen des Wellenpaketes dar. Nach Durchqueren der Strecke z_D im Medium hat sich die Pulsdauer auf $\tau_{p0}\sqrt{2}$ vergrößert.

Um die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit in Abhängigkeit der häufiger gebrauchten Variablen λ und n auszudrücken, substituiert man in der Entwicklung des Wellenvektors ω durch λ und erhält

$$\frac{1}{v_g} = \frac{\partial\beta}{\partial\omega} = \frac{\partial k}{\partial\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial\omega} = \frac{1}{c}\left[n - \lambda\frac{\partial n}{\partial\lambda}\right] \tag{2.19}$$

sowie analog den Ausdruck

$$g = \frac{\partial^2\beta}{(\partial\omega)^2} = \frac{\partial}{\partial\omega}\left[\frac{1}{c}\left[n - \lambda\frac{\partial n}{\partial\lambda}\right]\right] \tag{2.20}$$

$$= \frac{\lambda^3}{2\pi c^2}\frac{\partial^2 n}{\partial\lambda^2} \tag{2.21}$$

für die Gruppengeschwindigkeitsdispersion.

2.2.2 Strahlungsintensitäten

Die Intensität eines Laserpulses mit radialem Gaußschen Profil und Gaußscher Zeiteinhüllender ist eine orts- und zeitabhängige Funktion. Sie ergibt sich mit dem Radius $r_{1/2}$ und der Pulsdauer τ_p zu

$$I(r,t) = \hat{I} \exp\left(-\ln(2)\frac{r^2}{r_{1/2}^2}\right) \exp\left(-4\ln(2)\frac{t^2}{\tau_p^2}\right) , \tag{2.22}$$

wobei $r = \sqrt{x^2+y^2}$ der Abstand von der Strahlachse z ist. Die Pulsenergie W_p ist die über eine senkrecht zur Ausbreitungsrichtung stehende Ebene sowie über die Zeit integrierte Intensität

$$W_p = \int_{-\infty}^{\infty} I(r(x,y),t)dx\,dy\,dt \tag{2.23}$$

$$= \hat{I}(2r_{1/2})^2\tau_p \cdot \frac{1}{8}\left(\frac{\pi}{\ln(2)}\right)^{3/2} \tag{2.24}$$

und damit proportional zur Scheitelintensität $\hat{I}$ des Pulses. Mit

$$\bar{I} = \frac{W_p}{r_{1/2}^2 \pi \tau_p} \tag{2.25}$$

ergibt sich die Scheitelintensität zu

$$\hat{I} \approx 0.6512\bar{I}. \tag{2.26}$$

Nimmt man in dem durch den Halbwertsradius und die Pulsdauer aufgespannten Volumen die konstante Scheitelintensität an, so gewinnt man eine obere Abschätzung der Konversion, entsprechend eine untere Abschätzung durch Annahme der halben Scheitelintensität, da die Konversionseffizienz monoton mit der Intensität steigt, und diese im beschriebenen Volumen größer als die halbe Scheitelintensität ist.

2.2.3 Nichtlineare Frequenzmischung in Kristallen

Einführung

Wird ein Medium einem elektrischen Feld ausgesetzt, so werden die Atome polarisiert. In schwachen Feldern ist die Polarisation proportional zur Feldstärke. Allgemein kann die Polarisation $\vec{P}$ eines Mediums in einen linearen und einen nichtlinearen Teil aufgespalten werden [Dmi91]:

$$P(\vec{E}) = P^{(l)} + P^{(nl)} = \epsilon_0\chi^{(1)}\vec{E} + \epsilon_0\chi^{(2)}\vec{E}^2 + \epsilon_0\chi^{(3)}\vec{E}^3 + \dots \tag{2.27}$$

mit

$$P^{(l)} = \epsilon_0\chi^{(1)}\vec{E} , \tag{2.28}$$

wobei $\vec{E}$ die elektrische Feldstärke, $\chi^{(k)}$ die Suszeptibilität k-ter Ordnung (Tensor $(k+1)$-ter Stufe) und $\epsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12}$ As/Vm die Dielektrizitätskonstante des Vakuums

ist. Die lineare Suszeptibilität steht über $\chi^{(1)} = n^2 - 1$ in Zusammenhang mit dem Brechungsindex n des Mediums und ist in isotropen Medien ein Skalar [Ber87].

Das eingestrahlte Feld führt zu einer Polarisation der Atome, welche wieder als Strahlungsquellen agieren. Bei Einstrahlung einer Sinuswelle wird durch die nichtlineare Kennlinie der Polarisation $P(E)$ eine Signalwelle abgestrahlt, die sich zwar in der Form unterscheidet, aber die gleiche Periodizität hat. Eine Fouriertransformation dieser Welle zeigt, daß die Frequenz der Teilwellen ganzzahlige Vielfache der Fundamentalfrequenz sind [Ber87]. Die lineare Polarisation (erste Ordnung)

$$P_i^{(l)} = \sum_{j=1}^{3} \epsilon_0 \chi_{ij}^{(1)} E_j \tag{2.29}$$

führt zu Strahlung der gleichen Frequenz. Mit der linearen Polarisation können die Phänomene der linearen Optik wie Brechung an Grenzflächen, Doppelbrechung und Reflexion erklärt werden. Die Erzeugung der 2. Harmonischen (SHG, „second-harmonic-generation“), der Summenfrequenz (SFG, „sum-frequency-generation“), der Differenzfrequenz (DFG, „difference-frequency-generation“), der elektrooptische Pockelseffekt und die parametrische Verstärkung (OPA, „optical parametric amplification“) sind Beispiele für Effekte, die auf der nichtlinearen Suszeptibilität zweiter Ordnung beruhen. Die Suszeptibilität dritter Ordnung beschreibt Phänomene wie die Erzeugung der dritten Harmonischen (THG, „third-harmonic-generation“), Selbstphasenmodulation, Selbstfokussierung und den quadratischen elektrooptischen Effekt.

Die Effekte, die sich aus der Suszeptibilität zweiter Ordnung ergeben, sollen jetzt genauer betrachtet werden [Yar84]. Seien

$$E_j^{\omega_1}(t) = \Re(E_j^{\omega_1} e^{i\omega_1 t}) \tag{2.30}$$

$$E_j^{\omega_2}(t) = \Re(E_k^{\omega_2} e^{i\omega_2 t}) \tag{2.31}$$

$(j = 1, 2, 3)$ zwei in einen Kristall eingestrahlte Wellen. Mit $d_{ijk} = \frac{1}{2}\epsilon_0 \chi_{ijk}^{(2)}$ schreibt sich die Polarisation zweiter Ordnung als

$$P_i^{(2)} = \sum_{j,k} 2 d_{ijk} E_j(t) E_k(t). \tag{2.32}$$

Die Feldstärke ist darin die Summe der Feldstärken der Einzelwellen, also

$$E_j(t) = E_j^{\omega_1}(t) + E_j^{\omega_2}(t). \tag{2.33}$$

Damit ergibt sich

$$P_i^{(2)} = 2 \sum_{j,k} d_{ijk} \left[\frac{1}{2} E_j^{\omega_1} \left(e^{i\omega_1 t} + e^{-i\omega_1 t} \right) + \frac{1}{2} E_j^{\omega_2} \left(e^{i\omega_2 t} + e^{-i\omega_2 t} \right) \right] \times \tag{2.34}$$

$$\left[\frac{1}{2} E_k^{\omega_1} \left(e^{i\omega_1 t} + e^{-i\omega_1 t} \right) + \frac{1}{2} E_k^{\omega_2} \left(e^{i\omega_2 t} + e^{-i\omega_2 t} \right) \right]. \tag{2.35}$$

Betrachtet man z.B. nur die Terme mit $\exp(\pm i(\omega_1 + \omega_2)t)$, so erhält man

$$P_i^{(2)} = \sum_{j,k} d_{ijk} \Re \left[(E_j^{\omega_1} E_k^{\omega_2} + E_j^{\omega_2} E_k^{\omega_1}) e^{i(\omega_1 + \omega_2)t} \right]. \tag{2.36}$$

In verlustfreien Medien ist $d_{ijk} = d_{ikj}$ [Hel83], und (2.36) vereinfacht sich zu

$$P_i^{(2)} = P_i^{(\omega_3=\omega_1+\omega_2)} e^{i(\omega_1+\omega_2)t} \tag{2.37}$$

$$= \Big(\sum_{j,k} 2d_{ijk} E_j^{\omega_1} E_k^{\omega_2}\Big) e^{i(\omega_1+\omega_2)t} \quad . \tag{2.38}$$

Die Einstrahlung zweier Wellen mit verschiedenen Frequenzen führt somit zur Erzeugung einer Polarisation, die mit der Summenfrequenz und analog mit der Differenzfrequenz sowie der Frequenzverdoppelten der zwei Frequenzen oszilliert. Diese Frequenzen werden vom atomaren Dipol abgestrahlt und können sich, sofern Phasenanpassung erreicht wird, zu einer makroskopischen Welle addieren.

Erklärung des optischen parametrischen Prozesses

Der optische parametrische Prozeß basiert auf der parametrischen Wechselwirkung einer Pumpwelle mit den Molekülen eines nichtlinearen Kristalls. Diese Wechselwirkung kann als inelastische Streuung

$$\gamma_p \rightarrow \gamma_s + \gamma_i \tag{2.39}$$

beschrieben werden [Tan93, Dem93], bei der das Pumpphoton $\hbar\omega_p$ absorbiert wird und zwei neue Photonen $\hbar\omega_s$ (Signal), $\hbar\omega_i$ (Idler) entstehen. Die Energie bleibt bei diesem Prozeß erhalten:

$$\hbar\omega_p = \hbar\omega_s + \hbar\omega_i \quad . \tag{2.40}$$

Die Photonen sind durch ihre Frequenz und ihren Wellenvektor $\vec{k}$ beschrieben. Für eine Pumpwelle $(\omega_p,\ \vec{k}_p)$ gibt es eine Vielzahl möglicher Zielzustände $[(\omega_s, \vec{k}_s), (\omega_i, \vec{k}_i)]$, von denen sich nur die zu einer makroskopischen Welle aufbauen, für die Phasenanpassung erreicht wird.

Phasenanpassung

Eine elektromagnetische Welle breite sich entlang der z-Achse aus. Durch sie werden Atome an den Positionen z_1, z_2 zur Abstrahlung von Wellen anderer Frequenzen angeregt, die sich auch in die z-Richtung ausbreiten. Damit die von z_1 und z_2 ausgehenden Wellen sich konstruktiv überlagern, müssen ihre Phasen z.B. am Ort z_2 gleich sein. Die sich daraus ergebene Bedingung bezeichnet man als Phasenanpassungsbedingung. Im Falle der Frequenzverdopplung ergibt sich die anschauliche Interpretation, daß die Phasengeschwindigkeiten der Grundwelle und der Harmonischen gleich sein müssen. Im allgemeinen Fall der 3-Photonenwechselwirkung ergibt sich eine Bedingung, die im quantenelektrodynamischen Bild des 3-Photonenprozesses $\gamma_3 \rightarrow \gamma_1 + \gamma_2$ der Impulserhaltung entspricht. Der Impuls eines Photons ist nach de Broglie als $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ gegeben. Dabei ist $\vec{k} = \frac{2\pi n(\lambda)}{\lambda}\hat{k} \quad (\hat{k} = \vec{k}/|\vec{k}|)$ der Wellenvektor. Damit schreibt sich die Phasenanpassungsbedingung als

$$\vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \ , \tag{2.41}$$

und für kolineare Wellenvektoren ergibt sich

$$n(\lambda_3)\omega_3 = n(\lambda_1)\omega_1 + n(\lambda_2)\omega_2 \quad . \tag{2.42}$$

Die Gl. (2.41) folgt auch aus der Betrachtung der Wellengleichungen für den Prozeß, wie in Abschnitt 2.2.4 gezeigt wird.

Sind alle Wellenvektoren kolinear, so spricht man von kolinearer Phasenanpassung. Nichtkolineare Phasenanpassung ist ebenfalls möglich, hat jedoch den Nachteil, daß aufgrund des meist kleineren räumlichen Überlappungsbereichs der Wellen das Wechselwirkungsvolumen und damit die Konversionseffizienz geringer ist [Dem93].

Phasenanpassung wird allgemein nicht erreicht, da Materie normale Dispersion zeigt, und die Phasengeschwindigkeit frequenzabhängig ist. In doppelbrechenden Kristallen kann unter Ausnutzung der Polarisationsabhängigkeit des Brechungsindex die Phasenanpassungsbedingung erfüllt werden.

Einachsige Kristalle

Kristalle, in denen eine Rotationsachse höchster Ordnung vorliegt, werden einachsig genannt [Ber87]. Sei ein Koordinatensystem so in den Kristall gelegt, daß die Rotationsachse, oder optische Achse, in z-Richtung zeigt, und sei ein Wellenvektor $\vec{k}$ gegeben. Die $(\hat{z}, \vec{k})$-Ebene heißt Hauptebene. Der Winkel zwischen $\vec{k}$ und $\hat{z}$ sei θ. Ordentlich (o) heißt eine Welle, deren elektrischer Feldstärkevektor $\vec{E}$ senkrecht zur Hauptebene steht. Die Phasengeschwindigkeit ordentlicher Wellen ist unabhängig vom Winkel θ und durch den $c/n_o(\lambda)$ gegeben. Außerordentlich (e) heißt die Welle, wenn ihr elektrischer Feldstärkevektor in der Hauptebene liegt. Die Phasengeschwindigkeit der Welle ist dann von θ abhängig und durch $c/n_e(\theta)$ gegeben [Ger89]. Trägt man den Brechungsindex im Polardiagramm auf (Abb. 2.2,b), so ergibt sich für die ordentliche Welle ein Kreis, für die außerordentliche Welle eine Ellipse [Dem93].

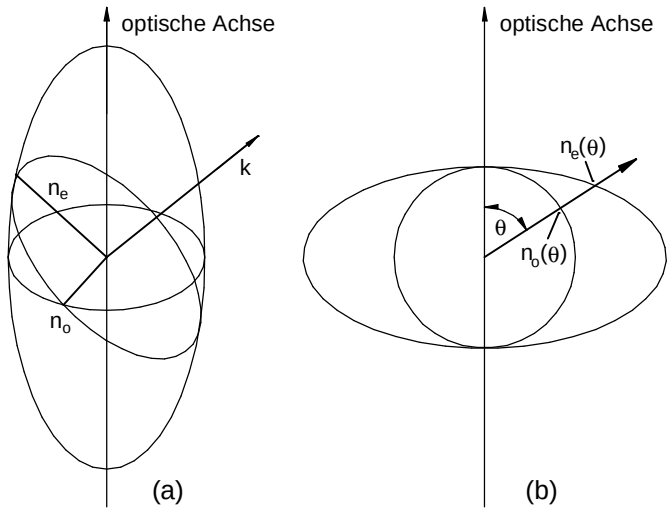


Abbildung 2.2: Index-Ellipsoid (a) und Brechungsindizes (b) einachsiger Kristalle

Für $\vec{k} \parallel \hat{z}$ ist $n_e = n_e(0) = n_o$. Allgemein ist der außerordentliche Brechungsindex durch

$$\frac{1}{n_e(\theta)} = \sqrt{\frac{\sin^2(\theta)}{n_e^2} + \frac{\cos^2(\theta)}{n_o^2}} \tag{2.43}$$

gegeben [Dmi91]. Der Kristall heißt negativ doppelbrechend, wenn $n_e < n_o$ ist, und positiv doppelbrechend, wenn $n_e > n_o$ ist.

Der Brechungsindex $n(\theta, \lambda)$ ist wellenlängenabhängig. Die Abhängigkeit von λ kann durch eine Sellmeier-Formel beschrieben werden, in der $n^2(\lambda)$ durch ein gebrochen rationales Polynom approximiert wird. Für BBO ist [Dmi91]

$$n(\lambda) = \sqrt{a + \frac{b}{(\lambda^2 + c)} + d\lambda^2} \ . \tag{2.44}$$

Da BBO optisch doppelbrechend ist, gibt es je einen Satz von Konstanten (a_o, b_o, c_o, d_o) für den ordentlichen Brechungsindex n_o und (a_e, b_e, c_e, d_e) für den außerordentlichen Brechungsindex n_e. $n_e(\theta, \lambda)$ ergibt sich durch Einsetzen der Sellmeierformeln für n_e und n_o in Gl. (2.43).

Die Wellenfront ordentlicher Strahlung ist durch die Einhüllende der Huygenschen Elementarkugelwellen gegeben und steht senkrecht zu $\vec{k}$ (Abb. 2.3,b). Für außerordentliche Strahlen ist die Elementarwelle eine Ellipse und der Energiefluß weicht von $\vec{k}$ um den Winkel ρ ab. Die Richtung des Energieflusses ist durch den Poynting-Vektor $\vec{S}$ gegeben. Die Abb. 2.3,(a) zeigt die Konstruktion des Poynting-Vektors im Indexellipsoid. Der Anisotropiewinkel ρ ergibt sich zu

$$\rho(\theta) = \pm \arctan\left[\left(\frac{n_o}{n_e}\right)^2 \tan(\theta)\right] \mp \theta, \tag{2.45}$$

wobei das obere Vorzeichen für negativ doppelbrechende Kristalle gilt [Dmi91].

Nichtlineare Kristalle werden so geschnitten, daß die Wellen bei Phasenanpassung senkrecht einfallen. (Abb. 2.4). Die Schnittflächen werden poliert und bei hygroskopischen Kristallen mit einer Schutzschicht versehen. Der Schnittwinkel θ_c ist der Winkel zwischen der optischen Achse und der Flächennormalen der Schnittebene.

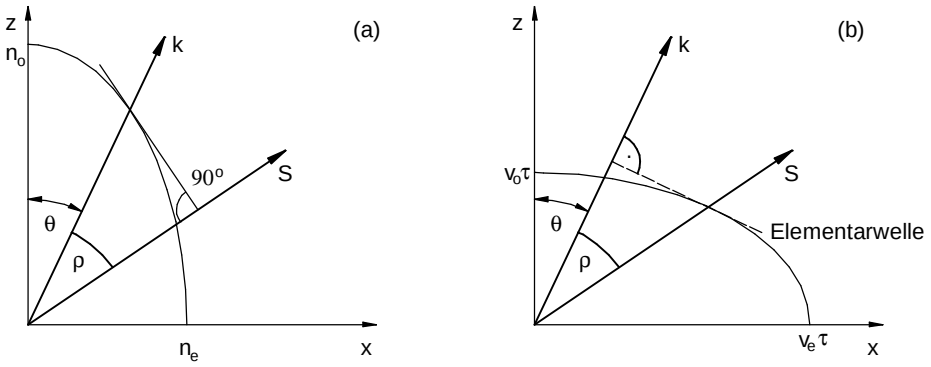


Abbildung 2.3: (a) Konstruktion des Poyning-Vektors im Indexellipsoid für einen optisch negativen Kristall. ρ ist der Anisotropiewinkel. Die Tangente der Indexellipse am Schnittpunkt mit k steht senkrecht auf dem Poyning-Vektor. (b) Elementarwelle nach der Zeit τ. Die Wellenfront ist die Tangente der Elementarwelle, die senkrecht auf dem Wellenvektor steht.

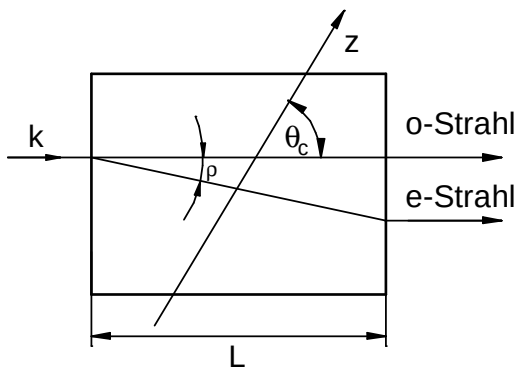


Abbildung 2.4: Zur Illustration des Kristallschnittwinkels und der Poyning-Vektor- Drift in doppelbrechenden Kristallen.

Phasenanpassung in optisch einachsigen Kristallen

Man unterscheidet 2 Typen von Phasenanpassungsarten für 3-Wellen-Prozesse in optisch einachsigen Kristallen über die Polarisation der beteiligten Wellen.
Seien $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ die Frequenzen der drei Wellen, die gemäß $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ die Energieerhaltung (Gl. (2.40)) erfüllen. Für den optischen parametrischen Prozeß kann man $\omega_3, \omega_2, \omega_1$ mit Pump-, Signal- und Idlerwelle identifizieren.

Bei Type-I Phasenanpassung ist der Impulssatz in negativen Kristallen durch

$$\vec{k}_{o1} + \vec{k}_{o2} = \vec{k}_{e3}(\theta) \tag{2.46}$$

erfüllt (*ooe*).[2] Durch *o*, respektive *e*, ist die Polarisation der Welle angegeben. In positiven Kristallen sind *o* und *e* zu vertauschen.

Bei Type-II Phasenanpassung ist der Impulssatz in negativen Kristallen durch

$$\vec{k}_{o1} + \vec{k}_{e2}(\theta) = \vec{k}_{e3}(\theta) \tag{2.47}$$

$$\text{oder} \quad \vec{k}_{e1}(\theta) + \vec{k}_{o2} = \vec{k}_{e3}(\theta) \tag{2.48}$$

erfüllt (*oee*, *eoe*). Für positive Kristalle gilt entsprechend wieder die Aussage mit vertauschten *o*,*e* [Dmi91].

Phasenanpassung ist in der Regel nur unter einem Winkel θ_{pm} möglich. Die Phasenfehlanpassung $\Delta\vec{k} = \vec{k}_3 - \vec{k}_2 - \vec{k}_1$ ist dann Null.

Berechnung von Phasenanpassungskurven

Das Auflösen der Phasenanpassungsbedingung (2.46), bzw. (2.47) nach θ und Elimination der Idlerwellenlänge mit

$$\frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda_p} - \frac{1}{\lambda_s} \tag{2.49}$$

führt zu einer Funktion $\theta(\lambda_p, \lambda_s)$. Diese, bei fester Pumpwellenlänge über der Signalwellenlänge aufgetragen, wird Phasenanpassungskurve genannt.

[2] Bezeichnet werden die Polarisation der Wellen in der Reihenfolge (Idler,Signal,Pumpwelle)

Für Type-I Phasenanpassung in BBO ergibt sich aus $\vec{k}_{o1}+\vec{k}_{o2} = \vec{k}_{e3}(\theta)$ bei kolinearer Phasenanpassung

$$\omega_s n_o(\lambda_s) + \omega_i n_o(\lambda_i) = \omega_p n_e(\lambda_p, \theta) \tag{2.50}$$

und weiter

$$\frac{2\pi}{\lambda_s} n_o(\lambda_s) + 2\pi\Big[\frac{1}{\lambda_p} - \frac{1}{\lambda_s}\Big] n_o(\lambda_i) = \frac{2\pi}{\lambda_p} n_e(\lambda_p, \theta) \quad . \tag{2.51}$$

Ersetzt man die Brechungsindexfunktionen durch die entsprechenden Sellmeierformeln, so kann man den Phasenanpassungswinkel isolieren. Für Type-II-Phasenanpassung tritt der Phasenanpassungswinkel sowohl in der Pumpwelle als auch in der Idlerwelle auf. Die Gleichung läßt sich dadurch nicht nach θ auflösen, man kann jedoch umgekehrt $\lambda_s = \lambda_s(\lambda_p, \theta)$ isolieren und so Phasenanpassungskurven konstruieren.

Brechung und Reflexion

An Grenzflächen zu optisch einachsigen Kristallen verhält sich die ordentliche Welle wie an Grenzflächen zu isotropen Medien. Mit den in Abb. 2.5 benannten Variablen gilt das Snellius-Gesetz [Ber87]:

$$\sin(\alpha) = n_o \sin(\psi_0) \quad . \tag{2.52}$$

Der Reflexionskoeffizient ist durch

$$R^o(\alpha) = \frac{\sin^2(\alpha - \psi_0)}{\sin^2(\alpha + \psi_0)} \tag{2.53}$$

gegeben [Dmi91]. Für senkrechten Einfall folgt

$$R^o_{\alpha=0^\circ} = \frac{(n_o - 1)^2}{(n_o + 1)^2}. \tag{2.54}$$

Für die außerordentliche Welle gilt

$$\sin(\alpha) = n_e(\theta) \sin(\psi_e). \tag{2.55}$$

Dabei ist $\theta = \theta_c \pm \psi_e$, wobei das obere Vorzeichen gilt, sofern $\vec{k}$ und $\hat{z}$ auf verschiedenen Seiten der Normalen zur Kristalloberfläche liegen (s. Abb. 2.5, b). Für $\alpha = 0^\circ$ ist $\psi_e = 0^\circ$, d.h. die Wellenfronten bleiben unverändert, aber der Poynting-Vektor führt zu einer Drift des außerordentlichen Strahls, so daß sich dieser vom Strahl ordentlicher Polarisation trennt (s. Abb. 2.4).

Effektive Nichtlinearität

Die sich bei Einstrahlung zweier Wellen der Frequenzen ω_1 und ω_2 in einen Kristall ergebene Polarisation P_i ist durch Gl. (2.38) gegeben. Die Feldstärke der vom atomaren Dipol abgestrahlten Welle ist proportional zur Polarisation. Kann jedoch nur mit einer bestimmten Polarisationskomponente der Strahlung Phasenanpassung erreicht werden, so ergibt sich die Größe der effektiv erzeugten Feldstärke durch die Projektion der Polarisation auf den Richtungsvektor $\hat{p}_3$ der nötigen Komponente [Dmi91]. Sei der Tensor d durch $d_{ijk} = \frac{1}{2}\chi_{ijk}$ gegeben. Dann ist die abgestrahlte Welle

$$E_i^{\omega_3}(t) \propto \Big(\sum_{j,k} d_{ijk} E_j^{\omega_1} E_k^{\omega_2}\Big) e^{i(\omega_1+\omega_2)t} \ , \tag{2.56}$$

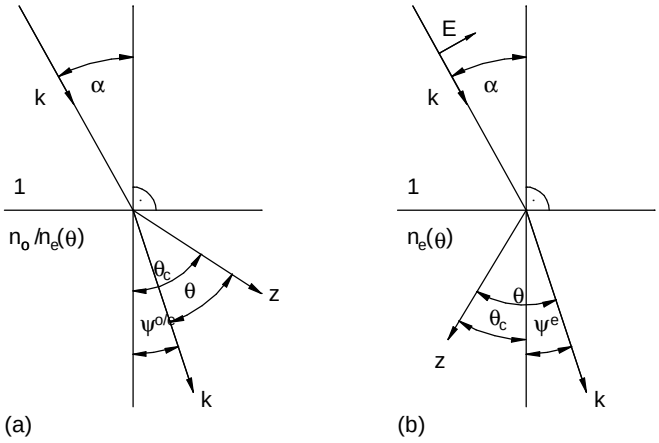


Abbildung 2.5: Brechung von Wellen an der Grenzfläche zu einachsigen Kristallen. Für ordentliche Wellen (a) steht der Feldstärkevektor senkrecht auf der Blattebene, für außerordentliche Wellen (a,b) in der Blattebene, jeweils senkrecht auf $\vec{k}$.

und die für die Phasenanpassung effektiv erzeugte Welle ist durch die Projektion auf $\hat{p}_3$ gegeben:

$$E_{eff}^{\omega_3} \propto \sum_{i,j,k} \hat{p}_{3i} d_{ijk} E_{1j} E_{2k}. \tag{2.57}$$

Definiert man die Feldstärken E_{1j}, E_{2k} nun über Polarisationsrichtungsvektoren gemäß $E_{1j} = \hat{p}_{1j} E_1$, $E_{2j} = \hat{p}_{2j} E_2$, so ergibt sich

$$E_{eff}^{\omega_3} \propto \Big[\sum_{i,j,k} \hat{p}_{3i} d_{ijk} \hat{p}_{2j} \hat{p}_{1k} \Big] E_1 E_2, \tag{2.58}$$

so daß man die effektive Nichtlinearität für den Prozeß als

$$d_{eff} = \sum_{i,j,k} \hat{p}_{3i} d_{ijk} \hat{p}_{2j} \hat{p}_{1k} \tag{2.59}$$

definiert [Dmi91]. Bei vielen einachsigen Kristallen vereinfacht sich Gl. (2.59) durch die Symmetrie des Tensors d_{ijk}. Die Polarisationsvektoren haben in optisch einachsigen Kristallen eine einfache Form. Sei die Kristallachse in z-Richtung orientiert und die Ausbreitungsrichtung $\hat{k}$ durch die zwei Kugelwinkel θ und ϕ gemäß

$$\hat{k} = \begin{pmatrix} \sin(\theta)\cos(\phi) \\ \sin(\theta)\sin(\phi) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} \tag{2.60}$$

definiert. Für ordentliche und außerordentliche Strahlung ergeben sich dann die Polarisationsrichtungsvektoren

$$\vec{P}_o = \begin{pmatrix} -\sin(\phi) \\ \cos(\phi) \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{P}_e = \begin{pmatrix} \cos(\theta)\cos(\phi) \\ \cos(\theta)\sin(\phi) \\ -\sin(\theta) \end{pmatrix} . \tag{2.61}$$

Für $\hat{p}_{1j}, \hat{p}_{2j}, \hat{p}_{3j}$ sind, je nach Polarisationszustand der Welle, $\vec{P}_o$ bzw. $\vec{P}_e$ zu wählen. Aufgrund der Symmetrie $d_{ijk} = d_{ikj}$ verwendet man häufig die Ebenen-Darstellung d_{il} des Tensors, in der die Kombinationen von j und k durch einen Index l gemäß $l = 1..6$ für $jk =$ (XX;YY;ZZ;(YZ=ZY);(XZ=ZX);(XY=YX)) ersetzt werden. Die Polarisation schreibt sich damit als

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x^2 \\ E_y^2 \\ E_z^2 \\ 2E_yE_z \\ 2E_zE_x \\ 2E_xE_y \end{pmatrix} \tag{2.62}$$

Zur Berechnung der effektiven Nichtlinearität muß also der Polarisationszustand der drei beteiligten Wellen und der Suszeptibilitätstensor des Kristalls bekannt sein. Die effektive Nichtlinearität ist dann eine von (θ, ϕ) abhängige Funktion.

2.2.4 Elektrodynamik der nichtlinearen Wechselwirkung

Die Theorie der Elektrodynamik liefert ein System von Differentialgleichungen, die die Ausbreitung und Erzeugung der Signal-, Idler- und Pumpwelle im Kristall beschreiben.

Ausgehend von den Maxwell-Gleichungen [Yar84]

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \tag{2.63}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\mu_0 \vec{H}) \tag{2.64}$$

mit

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_L \vec{E} + \vec{P}_{NL} \tag{2.65}$$

$$(P_{NL})_i = 2d_{ijk}E_jE_k \tag{2.66}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \tag{2.67}$$

folgt durch Einsetzen von (2.65) und (2.67) in (2.63)

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t}\epsilon \vec{E} + \frac{\partial \vec{P}_{NL}}{\partial t}. \tag{2.68}$$

Dabei ist $\epsilon = \epsilon_0(1 + \chi_L)$ und σ der Leitfähigkeitstensor. Damit ergibt sich

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{P}_{NL} \ . \tag{2.69}$$

Diese Wellengleichung ist wegen der nichtlinearen Polarisation jetzt ebenfalls nichtlinear. Seien nun $\vec{E}^{\omega_1}, \vec{E}^{\omega_2}, \vec{E}^{\omega_3}$ drei ebene Wellen, die sich in z-Richtung ausbreiten (d. h. $\frac{\partial}{\partial x}\vec{E}(\omega_i) = \frac{\partial}{\partial y}\vec{E}(\omega_i) = 0$) durch

$$E_i^{(\omega_1)}(z,t) = \frac{1}{2}\Big[E_{1i}(z)e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c.\Big] \tag{2.70}$$

(E^{ω_2}, E^{ω_3} analog) gegeben[3] mit $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$. Einsetzen der Feldstärke als Summe der drei Wellen in Gl. (2.66) ergibt Terme zu verschiedenen Frequenzen. Für $\omega_1 = \omega_3 - \omega_2$ ergibt sich

$$[P_{NL}^{(\omega_1)}(z,t)]_i = d_{ijk}[E_{3j}(z)E_{2k}^*(z)\exp(i(\omega_3-\omega_2)t-(k_3-k_2)z)+c.c.] \ . \tag{2.71}$$

Man beachte hier, daß d_{ijk} bei Wahl eines anderen Koordinatensystems entsprechend des Basiswechsels transformiert werden muß. Unter Verwendung von

$$\nabla^2 \vec{E}_1^{(\omega_1)}(z,t) = \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}[E_{1i}(z)e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c.] \tag{2.72}$$

und der sogenannten Näherung langsam variierender Amplituden für kleine z, d.h. unter der Annahme, daß

$$\frac{dE_{1i}}{dz}k_1 \gg \frac{d^2E_{1i}}{dz^2} \tag{2.73}$$

gilt, ergibt sich

$$\nabla^2 E_i^{(\omega_1)}(z,t) = -\frac{1}{2}\left[k_1^2 E_{1i}(z) + 2ik_1\frac{dE_{li}(z)}{dz}\right]e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c. \ , \tag{2.74}$$

und es ergeben sich analoge Ausdrücke für ω_2, ω_3. Die Ableitung $\frac{\partial}{\partial t}$ in Gl. (2.69) kann durch den Faktor $i\omega_1$ ersetzt werden, da die Zeitabhängigkeit lediglich in einer Oszillation mit ω_1 besteht. Die Wellengleichung (2.69) wird damit zu

$$\left[\frac{k_1^2}{2}E_{1i} + ik_1\frac{dE_{1i}}{dz}\right]e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c. = \tag{2.75}$$

$$\left[(-i\omega_1\mu_0\sigma + \omega_1^2\mu_0\epsilon)\frac{1}{2}E_{1i}e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + c.c.\right] - \mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}[P_{NL}(z,t)]_i \ . \tag{2.76}$$

Substituiert man $\omega_1^2\mu_0\epsilon = k_1^2$ und isoliert das Ergebnis nach $\frac{dE_{1i}}{dz}$, so ergibt sich:

$$\frac{dE_{1i}}{dz} = -\frac{\sigma_1}{2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}}E_{1i} - i\omega_1\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}}d_{ijk}E_{3j}E_{2k}^*e^{-i(k_3-k_2-k_1)z} \tag{2.77}$$

$$\text{und analog: } \frac{dE_{2i}^*}{dz} = -\frac{\sigma_2}{2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}}E_{2i} - i\omega_2\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}}d_{ijk}E_{1j}E_{3k}^*e^{-i(-k_3+k_2+k_1)z} \tag{2.78}$$

$$\frac{dE_{3i}}{dz} = -\frac{\sigma_3}{2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_3}}E_{3i} - i\omega_3\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_3}}d_{ijk}E_{2j}E_{1k}e^{-i(-k_3+k_2+k_1)z}. \tag{2.79}$$

Das Differentialgleichungssystem beschreibt die Entwicklung der Wellen mit den Frequenzen ω_i in Zeit und Raum. Der jeweils erste Term auf der rechten Seite der Gleichungen beschreibt die lineare Absorption. Der zweite Term der Gleichung beschreibt die Kopplung der Welle an die anderen Wellen. Die Interpretation der Gleichungen fällt leichter nach Wahl anderer Feldvariablen. Substituiert man die Feldstärken in Gl. (2.77...2.79) durch

$$A_l = \sqrt{\frac{n_l}{\omega_l}}E_l \qquad l = 1,2,3 \ , \tag{2.80}$$

[3] mit *c.c.* ist das komplex konjugierte des vorherigen Terms gemeint

wobei n_l der Brechungsindex des Kristalls für die Frequenz ω_l ist, so schreiben sich die Differentialgleichungen als

$$\frac{dA_1}{dz} = -\frac{1}{2}\alpha_1 A_1 - i\kappa A_2^* A_3 e^{-i\Delta kz} \tag{2.81}$$
$$\frac{dA_2}{dz} = -\frac{1}{2}\alpha_2 A_2^* + i\kappa A_1 A_3^* e^{i\Delta kz} \tag{2.82}$$
$$\frac{dA_3}{dz} = -\frac{1}{2}\alpha_3 A_3 - i\kappa A_1 A_2 e^{i\Delta kz} \tag{2.83}$$

mit

$$\Delta k = k_3 - (k_1 + k_2) \tag{2.84}$$
$$\kappa = d_{123}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_l}\frac{\omega_1\omega_2\omega_3}{n_1 n_2 n_3}} \tag{2.85}$$
$$\alpha_l = \sigma_l\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}\ , \tag{2.86}$$

wobei d_{123} die effektive Nichtlinearität für die Wechselwirkung der drei Wellen ist. Die Intensität einer elektromagnetischen Welle ist eine zum Photonenfluß und zur Photonenenergie proportionale Größe. Andererseits ergibt sich die Intensität auch aus

$$I_l = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_l |E_l|^2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\omega_l |A_l|^2\ . \tag{2.87}$$

Man sieht in Gl. (2.87), daß die Intensität proportional zur Photonenenergie $\hbar\omega$ und zu $|A_l|^2$ ist. $|A_l|^2$ ist daher proportional zum Photonenfluß, und findet damit eine sehr anschauliche Interpretation.

Ein weiterer Vorteil dieser Substitution ist, daß nur noch eine Kopplungskonstante κ auftritt. Setzt man $\kappa = 0$, so sieht man, daß die Konstanten α_i ein exponentielles Abklingen der Amplituden der Wellen beschreiben. Die α_i sind die Dämpfungskonstanten für Absorption der Strahlung im Medium.

Übliche Näherungen sind die des verlustfreien Mediums: $\alpha_i = 0 \quad \forall \quad i = 1 \ldots 3$ und die Näherung der unwesentlich-veränderten Pumpenergie („non-depleted pump approximation“) $\frac{dA_3}{dz} = 0$, d.h. man befindet sich im Bereich niedriger Konversion. Mit diesen Gleichungen soll im Folgenden der parametrische Prozeß untersucht werden.

2.2.5 Die Parametrische Verstärkung

Die Differentialgleichungen (2.81) - (2.83) beschreiben den optischen parametrischen Prozeß. Man kann die Frequenzen mit den Frequenzen der Wellen im OPA identifizieren. Sei also ω_3 die Pumpwelle, ω_2 die Idlerwelle und ω_1 die Signalwelle. Mit der „non-depleted pump approximation“ $\frac{dA_3}{dz} = 0$, die gilt, sofern der Abbau der Pumpwelle vernachlässigbar ist, reduzieren sich die Gleichungen (2.81) - (2.83) zu

$$\frac{dA_1}{dz} = -\frac{1}{2}\alpha_1 A_1 - \frac{i}{2} g A_2^* e^{-i\Delta kz} \tag{2.88}$$
$$\frac{dA_2^*}{dz} = -\frac{1}{2}\alpha_2 A_2^* + \frac{i}{2} g A_1 e^{i\Delta kz} \tag{2.89}$$

mit

$$\Delta k = k_3 - k_2 - k_1 \tag{2.90}$$

$$\text{und} \quad g = 2\kappa A_3(0) = 2\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}\frac{\omega_1\omega_2}{n_1 n_2}}d' E_3(0) \tag{2.91}$$

(d' ist die effektive Nichtlinearität für den Prozeß). Mit der Näherung des verlustfreien Mediums $\alpha_i = 0 \; \forall \; i = 1 \ldots 3$ vereinfachen sich die Differentialgleichungen weiter, und man erhält als Lösung des Systems [Yar84]

$$A_1(z)e^{i\frac{1}{2}\Delta kz} = A_1(0)\left[\cosh(bz) + i\frac{\Delta k}{2b}\sinh(bz)\right] - i\frac{g}{2b}A_2^*(0)\sinh(bz) \tag{2.92}$$

$$A_2^*(z)e^{-i\frac{1}{2}\Delta kz} = A_2^*(0)\left[\cosh(bz) - i\frac{\Delta k}{2b}\sinh(bz)\right] + i\frac{g}{2b}A_1(0)\sinh(bz) \tag{2.93}$$

mit $b = \frac{1}{2}\sqrt{g^2 - (\Delta k)^2}$.

Im Falle vollständiger Phasenanpassung ($\Delta k = 0$) und unter der Annahme, daß nur die Pumpwelle A_3 und die Signalwelle A_1 eingestrahlt werden ($A_2(0) = 0$), reduzieren sich Gl. (2.92) und (2.93) zu

$$A_1(z) = A_1(0)\cosh\left(\frac{1}{2}bz\right) \tag{2.94}$$

$$A_2(z) = iA_1(0)\sinh\left(\frac{1}{2}bz\right). \tag{2.95}$$

Diese Gleichungen beschreiben die Entwicklung der Signalwelle und der Idlerwelle beim Durchqueren des OPA-Kristalls [Yar84]. Die Zunahme der Signal- und Idlerenergie geht mit einer Abnahme der Pumpwellenenergie einher. Da für die Herleitung $dA_3/dz = 0$ verwendet wurde, gelten die Ergebnisse nur für geringe Konversionseffizienzen im Bereich einiger Prozente.

Die Verstärkung $G(L)$, die eine Welle (z.B $l = 1$ für das Signal) nach Durchqueren der Kristallänge L erfährt, ist durch

$$G(L) = \frac{|A_l(L)|^2}{|A_l(0)|^2} - 1 \tag{2.96}$$

definiert [She77].

Limit großer Verstärkung

Ist das Produkt $\frac{1}{2}gL \gg 1$, so kann der cosh in Gl. (2.94) durch eine Exponentialfunktion approximiert werden. Man erhält für die Amplitude der Signalwelle

$$A_1(z) = A_1(0)\frac{1}{2}\exp\left(\frac{1}{2}bz\right) \tag{2.97}$$

und mit Gl. (2.96) die Verstärkung des Signals

$$G(L) \approx \frac{1}{4}\exp\left(\sqrt{g^2 - \Delta k^2}L\right). \tag{2.98}$$

Die Energie der Signalwelle wächst also exponentiell mit der im Kristall zurückgelegten Strecke.

Limit kleiner Verstärkung

Im Fall $g^2 < \Delta k^2$ werden schon für geringe Fehlanpassungen Δk die Argumente der hyperbolischen Funktionen imaginär und somit zu transzendenten Funktionen. Die Signalwelle entwickelt sich dann gemäß

$$A_1(L) = A_1(0)e^{-\frac{1}{2}i\Delta kz}\left[\cos(b'z) + i\frac{\Delta k}{2b'}\sin(b'z)\right] \tag{2.99}$$

mit $b' = \frac{1}{2}\sqrt{(\Delta k)^2 - g^2}$. Das Betragsquadrat wird damit

$$|A_1(L)|^2 = A_1(0)^2\left[1 + \left(\frac{\Delta k^2}{4b'^2} - 1\right)\sin^2(b'z)\right] \tag{2.100}$$

und die Verstärkung erhält die Form einer sinc-Funktion[4] [She77]

$$G(z) = \frac{|A_1(z)|^2}{|A_1(0)|^2} - 1 = \frac{g^2}{4}z^2\mathrm{sinc}^2(b'z) \quad . \tag{2.101}$$

Bei Verringern der parametrischen Verstärkung g geht die Verstärkung kontinuierlich vom Limit großer Verstärkung in das Limit geringer Verstärkung über [She77].

2.2.6 Verstärkungsbandbreite

Das besondere Problem bei der Konversion von ultrakurzen Pulsen ist die große spektrale Bandbreite (bei τ =100 fs Pulsen etwa $\Delta\lambda_{HW} = 10$ nm) der Pulse. Phasenanpassung kann bei fester (quasi monochromatischer Pumpfrequenz) aber nur für eine Signalfrequenz ν_s erreicht werden, für welche die Verstärkung maximal wird. Wenn die Signalwellenlänge (und damit der Idlerwellenlänge) davon abweicht, sinkt die Verstärkung dieses Signals, so daß darüber eine spektrale Bandbreite definiert werden kann. Ebenso sinkt die Verstärkung bei Änderung des Winkels zur Kristallachse, wodurch sich eine Winkelbandbreite ergibt. Die Halbwertsbreiten ergeben sich aus einer Entwicklung der Fehlanpassung Δk nach $(\Delta\theta, \Delta\nu)$ um die Entwicklungsstelle (θ_0, ν_s). In erster Ordnung ist

$$\Delta k \approx \Delta k(0) + \left.\frac{\partial(\Delta k)}{\partial\theta}\right|_{\theta_0}\Delta\theta + \left.\frac{\partial(\Delta k)}{\partial\nu}\right|_{\nu_s}\Delta\nu \quad . \tag{2.102}$$

Halbwertsfehlanpassung

Eine kleine Abweichung von der Phasenanpassung ($\Delta k = 0$) führt zu einem Absinken der Verstärkung, da g kleiner wird. Durch

$$\frac{1}{2}G(L)^{(\Delta k=0)} = G(L)^{(\Delta k=\frac{1}{2}\Delta k_{HW})} \tag{2.103}$$

ist eine Halbwertsfehlanpassungsbreite Δk_{HW} definiert. Für den Fall großer Verstärkung ergibt sich durch Einsetzen von Gl. (2.98) in Gl. (2.103) für die volle Halbwertsanpassungsbandbreite Δk_{HW}

$$\Delta k_{HW} = 2\sqrt{2\ln(2)}\sqrt{\frac{g}{L}} \ . \tag{2.104}$$

Man beachte, daß dieser Ausdruck die Bandbreite bei Annahme einer monochromatischen Pumpwelle angibt. Ein wichtiges Resultat ist $\Delta k_{HW} \propto \sqrt{g}$.

[4] $\mathrm{sinc}(x) = \sin(x)/x$

Spektrale Bandbreite

Die spektrale Abhängigkeit der Fehlanpassung Δk kann um die Phasenanpassungsstelle entwickelt werden mit

$$\Delta k_{HW} \approx \frac{\partial(\Delta k)}{\partial \omega}\Delta\omega + \frac{1}{2}\frac{\partial^2(\Delta k)}{\partial \omega^2}\Delta\omega^2 = \beta\Delta\omega + \frac{1}{2}\gamma\Delta\omega^2 \quad . \tag{2.105}$$

Die Ableitung der Fehlanpassung ergibt

$$\beta = \frac{\partial}{\partial \omega_s}\Delta k = \frac{\partial}{\partial \omega_s}(-k_p + k_s + k_i) \tag{2.106}$$

$$= \left[\frac{\partial k_s}{\partial \omega_s} + \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i}\frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_s}\right] \tag{2.107}$$

$$\text{d.h.} : \beta = \left[\frac{1}{v_{g,s}} - \frac{1}{v_{g,i}}\right] \tag{2.108}$$

mit $d\omega_i = -d\omega_s$ und analog

$$\gamma = \frac{\partial^2 \Delta k}{\partial \omega_s^2} = g_s + g_i \tag{2.109}$$

mit

$$g_n = \frac{\partial^2 k_n}{\partial \omega_n^2} \quad . \tag{2.110}$$

Isoliert man in Gl. (2.105) $\Delta\omega$, so erhält man

$$\Delta\omega(\Delta k) = -\frac{\beta}{\gamma} + \sqrt{\frac{\beta^2}{\gamma^2} + \frac{2}{\gamma}\Delta k} \ , \tag{2.111}$$

und mit

$$\Delta\omega_{HW} = \Delta\omega\left(\frac{\Delta k_{HW}}{2}\right) - \Delta\omega\left(-\frac{\Delta k_{HW}}{2}\right) \tag{2.112}$$

ergibt sich die spektrale Breite zu [Har77]

$$\Delta\omega_{HW} = \frac{\beta}{\gamma}\left[\sqrt{1 + \frac{\gamma}{\beta^2}\Delta k_{HW}} - \sqrt{1 - \frac{\gamma}{\beta^2}\Delta k_{HW}}\right] \quad . \tag{2.113}$$

Im allgemeinen ist β so groß, daß $\frac{\gamma}{\beta^2}\Delta\, k_{HW} \ll 1$ ist und Gl. (2.113) durch

$$\Delta\omega_{HW} = \frac{1}{\beta}\Delta k_{HW} \tag{2.114}$$

genähert werden kann. Mit Gl. (2.104) und Gl. (2.108) folgt [Dan93]

$$\Delta\nu_{HW} = \frac{2\sqrt{2\ln(2)}}{2\pi}\left(\frac{1}{v_s} - \frac{1}{v_i}\right)^{-1}\sqrt{\frac{g}{L}} \quad . \tag{2.115}$$

Sind die Gruppengeschwindigkeiten der Signal- und Idlerpulse gleich, wie z.B. im Falle der Entartungswellenlänge bei BBO-I, so wird $\beta = 0$, und die Bandbreite ergibt sich durch Umformen von Gl. (2.105) und Einsetzen von Gl. (2.104) zu

$$\Delta\nu_{HW} = \frac{2}{\pi}(2\ln(2))^{1/4}[g_i + g_s]^{-1/2}\left(\frac{g}{L}\right)^{1/4} . \tag{2.116}$$

Winkelbandbreite

Aus der Halbwertsfehlanpassung Δk_{HW} ergibt sich mit Gl. (2.102) eine Winkelbandbreite durch

$$\Delta k_{HW} \approx \left.\frac{\partial(\Delta k)}{\partial\theta}\right|_{\theta_{pm}} \Delta\theta_{HW}. \tag{2.117}$$

Für Type-I Phasenanpassung hängt nur der Betrag des k-Vektors der Pumpwelle vom Winkel θ ab, und es folgt

$$\Delta\theta_{HW} = 2\sqrt{2\ln(2)}\sqrt{\frac{g}{L}}\left(\left.\frac{\partial k_p}{\partial\theta}\right|_{\theta_{pm}}\right)^{-1} = 2\sqrt{2\ln(2)}\sqrt{\frac{g}{L}}\frac{\lambda_p}{2\pi}\left(\left.\frac{\partial n_e(\theta,\lambda_p)}{\partial\theta}\right|_{\theta_{pm}}\right)^{-1}. \tag{2.118}$$

Für Type-II Phasenanpassung ist außerdem der Idler eine außerordentliche Welle, und es ergibt sich

$$\Delta\theta_{HW} = 2\sqrt{2\ln(2)}\sqrt{\frac{g}{L}}\left(\left.\frac{\partial(k_p-k_i)}{\partial\theta}\right|_{\theta_{pm}}\right)^{-1}. \tag{2.119}$$

2.3 Analyse des BBO-OPA

Sowohl Type-I als auch Type-II Phasenanpassung sind für den OPA-Betrieb bei einer Pumpwelle von 400 nm (VIS-OPA) und 800 nm (IR-OPA) möglich. Hier werden alle 4 Varianten untersucht.

2.3.1 Daten zum BBO-Kristall

BBO ist ein optisch einachsiger Kristall der Punktgruppe C_{3v}, negativ doppelbrechend ($n_e < n_o$), und der Transparenzbereich reicht von 198 nm bis 2600 nm [Dmi91]. Die Zerstörschwelle ist für $\lambda = 1064$ nm, $\tau = 1$ ps größer als 50 GW/cm^2 [Dmi91] und für $\lambda = 800$ nm, $\tau =$100 fs größer als 70 GW/cm^2 [Nis94]. Der Brechungsindex ist durch die Sellmeierformel (λ in μm)

$$n_{o/e} = \sqrt{a_{o/e} + \frac{b_{o/e}}{\lambda^2 + c_{o/e}} + d_{o/e}\lambda^2} \tag{2.120}$$

mit den Sellmeierkonstanten

$$a_o = 2.7359 \quad b_o = 0.01878 \quad c_o = -0.01822 \quad d_o = -0.01354 \tag{2.121}$$

$$a_e = 2.3753 \quad b_e = 0.01224 \quad c_e = -0.01667 \quad d_e = -0.01516 \tag{2.122}$$

gegeben [Eim87].

Der Suszeptibilitätstensor ist

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & -d_{22} \\ -d_{22} & d_{22} & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.123}$$

mit $d_{22} =$2.1 pm/V [Dan93] und $d_{31} = (0.12 \pm 0.06)$ pm/V [Dmi91]. Die effektiven Nichtlinearitäten sind [Dmi91]

$$d_{ooe} = d_{31}\sin(\theta) - d_{22}\cos(\theta)\sin(3\phi) \tag{2.124}$$

$$d_{eoe} = d_{22}\cos^2(\theta)\cos(3\phi). \tag{2.125}$$

2.3.2 Brechungsindex

Der Brechungsindex von BBO für eine außerordentliche Welle ist durch (2.43) gegeben. n_o und n_e sind gemäß (2.120) wellenlängenabhängig.

Die Abb. 2.6 zeigt den Brechungsindex außerordentlich polarisierter Strahlung in Abhängigkeit der Wellenlänge für die Winkel $0°, 20°, 40°, 60°$ und $80°$ der Ausbreitungsrichtung der Welle zur optischen Achse. Der Brechungsindex der ordentlichen Welle ist winkelunabhängig und durch die 0° Kurve gegeben. Die Phasengeschwindigkeit ergibt sich aus $v_p = c/n$. Die Sellmeierkonstanten sind für den sichtbaren Bereich optimiert: im IR muß daher mit gewissen Abweichungen gerechnet werden.

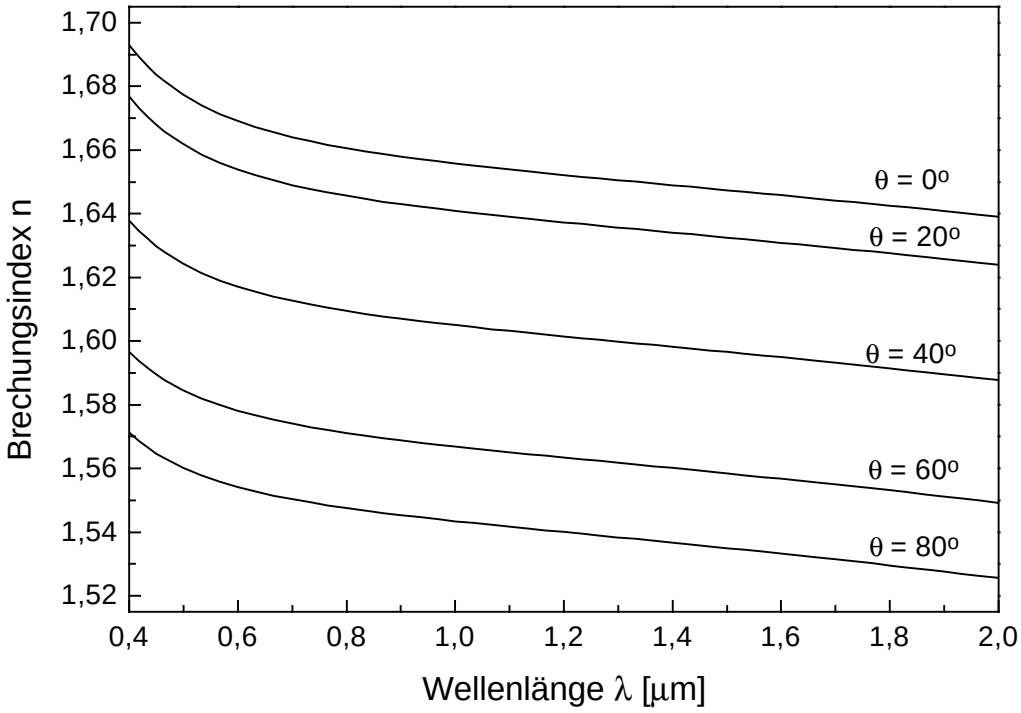


Abbildung 2.6: Brechungsindex von BBO für außerordentlich polarisierte Strahlung der Wellenlänge λ für verschiedene Winkel θ der Ausbreitungsrichtung $\vec{k}$ gegen die Kristallachse

2.3.3 Phasenanpassung Type-I

Es wird im weiteren ausschließlich kolineare Phasenanpassung betrachtet. Bei Type-I Phasenanpassung in BBO ist die Pumpwelle außerordentlich, Signal und Idler sind ordentlich polarisiert ($e \rightarrow o + o$). Die Phasenanpassungskurven ergeben sich aus Gl. (2.51) durch Auflösen der Gleichung nach θ. Die Phasenanpassungskurven für verschiedene Pumpwellenlängen des OPA sind in Abb. 2.7 dargestellt. Die Signalwellenlänge ist aufgrund der Energieerhaltung des OPA-Prozesses immer größer als die Pumpwellenlänge. An der Stelle $\lambda_s = 2\lambda_p$ tritt Entartung auf. In diesem Fall unterscheiden sich Signal und Idler nicht. Für den VIS-BBO-I-OPA variiert der Phasenanpassungswinkel bei Durchstimmung des Signals zwischen λ_p und $2\lambda_p$ zwischen $23°$ und $29°$, für den IR-OPA zwischen $20°$ und $23°$ bei Auswahl der Signalwellenlänge von 1.6 μm bis 1 μm.

Der Vorteil kleiner Winkelbereiche ist, daß der Drehwinkel bei der Durchstimmung klein bleibt und somit der ganze Kristallquerschnitt effektiv genutzt werden kann. Desweiteren bleibt der Strahlversatz beim Durchqueren des Kristalls klein. Der Nachteil ist die empfindlichere Durchstimmung. Mit einer Auflösungsbegrenzung von 30 Bogensekunden, wie sie übliche Feindrehtische liefern, ergibt sich im IR-BBO-I-OPA eine Auflösung von etwa 1.5 nm in der Auswahl der Zentralwellenlänge. Der Durchstimmbereich des BBO-OPA ist für den Idler durch die Absorption in BBO auf $\lambda_{i,max} = 2600$ nm nach oben begrenzt, für das Signal durch die Absorption des zugehörigen Idlers nach unten begrenzt und ergibt sich aus der Energieerhaltungsbedingung mit

$$\lambda_{s,min} = \left(\frac{1}{\lambda_p} - \frac{1}{\lambda_{i,max}} \right)^{-1} \tag{2.126}$$

zu $\lambda_{s,min} = 1156$ nm für den IR-OPA ($\lambda_p = 800$ nm) und $\lambda_{s,min} = 473$ nm für den VIS-OPA ($\lambda_p = 400$ nm).

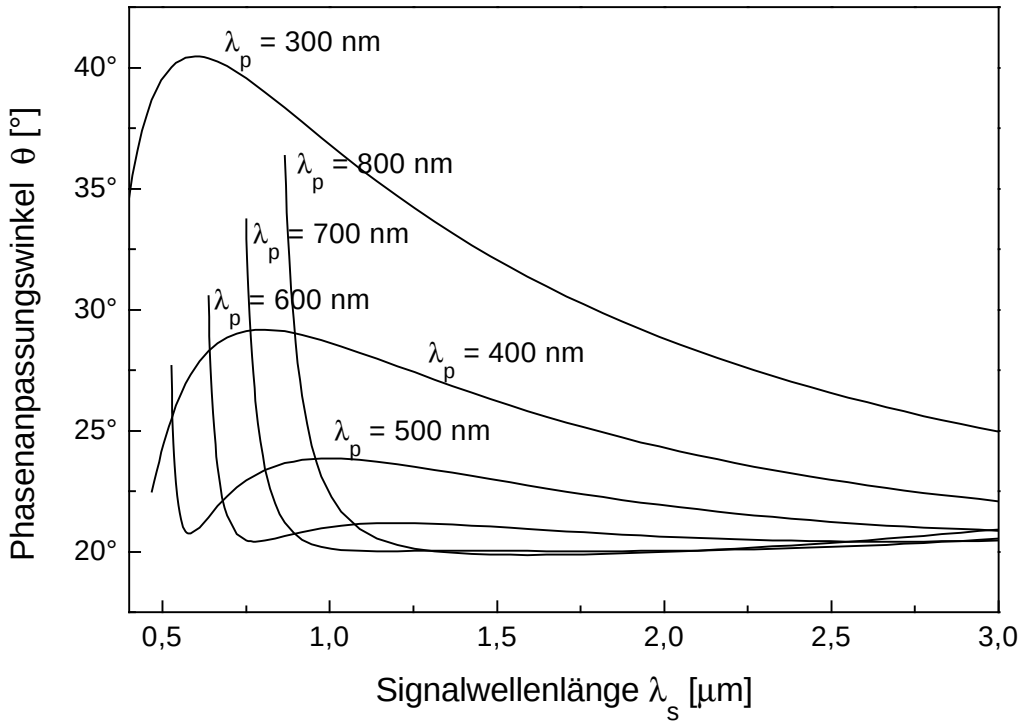


Abbildung 2.7: Phasenanpassungskurven für den Type-I BBO-OPA für verschiedene Pumpwellenlängen λ_p

2.3.4 Phasenanpassung Type-II

Bei Type-II Phasenanpassung wird die Pumpwelle als außerordentliche Welle eingestrahlt, das Signal ist ordentlich, der Idler außerordentlich polarisiert ($e \rightarrow o + e$). Vertauschung der Polarisation von Signal und Idler führt zu einer weiteren Phasenanpassungskurve. Da die Phasenanpassungskurven im Bereich kleinerer Winkel flacher verlaufen und die effektive Nichtlinearität des Prozesses bei kleineren Winkeln größer

ist, beschränkt man sich auf diesen Arbeitsbereich des Kristalls. Kleinere Winkelbereiche reichen dann zur Durchstimmung des gewünschten Wellenlängenbereichs. Die Phasenanpassungsbedingung für kolineare Phasenanpassung ist

$$n_e(\theta, \lambda_p)\omega_p = n_o(\lambda_s)\omega_s + n_e(\lambda_i)\omega_i. \tag{2.127}$$

Die Stelle $\lambda_s = 2\lambda_p$ ist hier keine Entartungsstelle, da sich die Polarisation von Signal und Idler unterscheidet. In Abb. 2.8 sind die Phasenanpassungskurven für den IR-OPA und den VIS-OPA dargestellt. Für den VIS-BBO-II-OPA variiert der Phasenanpassungswinkel bei Durchstimmung des Signals zwischen 500 nm und 800 nm zwischen 26° und 42°. Für den IR-BBO-II-OPA wird volle Durchstimmung im Winkelbereich von 25° bis 29° erreicht. Bzgl. des Durchstimmbereichs gelten die gleichen Begrenzungen wie für Type-I.

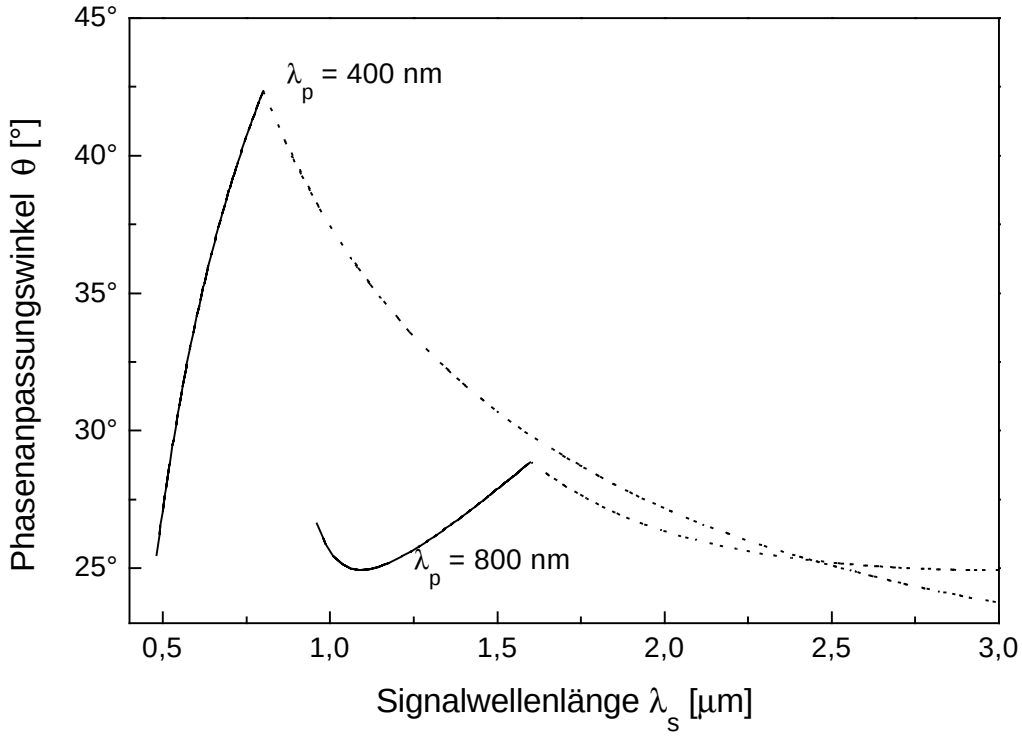


Abbildung 2.8: Phasenanpassungskurven für den Type-II BBO-OPA für die Pumpwellenlängen 400 nm und 800 nm. Die gepunktete Linie gibt die Wellenlänge des zugehörigen Idlers an.

2.3.5 Gruppengeschwindigkeiten

Die Gruppengeschwindigkeit $v_g(\lambda)$ eines Pulses der Zentralwellenlänge λ ergibt sich gemäß Gl. (2.19) zu

$$\frac{c}{v_g(\lambda)} = n(\lambda) - \lambda \frac{\partial}{\partial \lambda} n(\lambda). \tag{2.128}$$

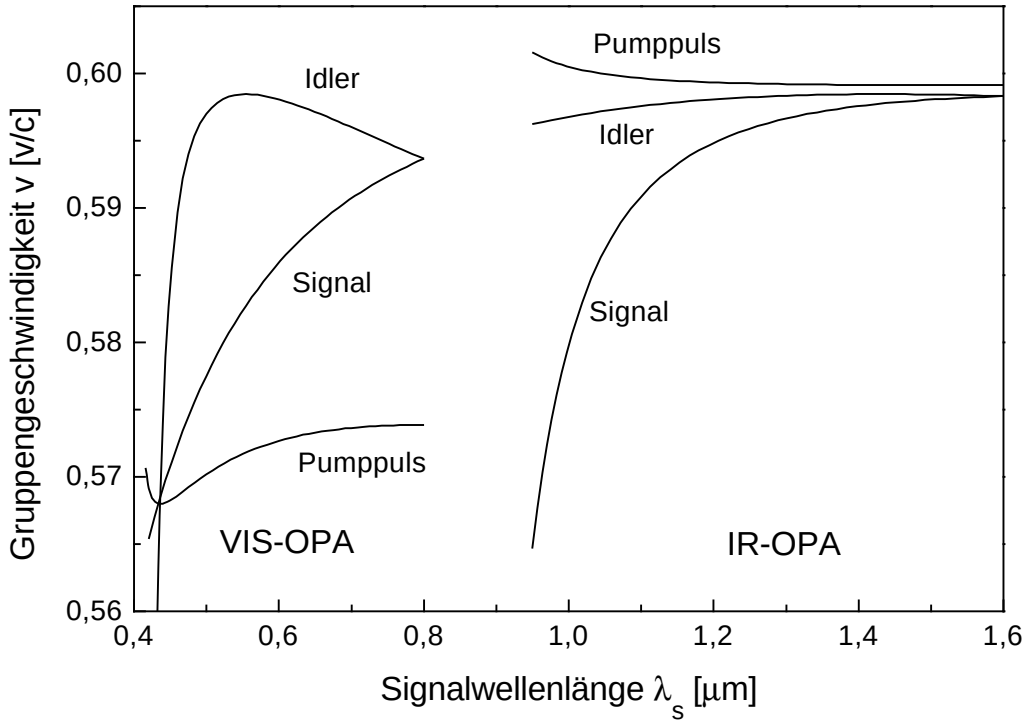
Abb. 2.9 zeigt die Gruppengeschwindigkeiten von Signal-, Idler- und Pumppulsen bei Durchstimmung der Signalwellenlänge. Für den BBO-I-OPA werden die Gruppen-

geschwindigkeiten des Signal- und Idlerpuls am Entartungspunkt gleich. Diese Entartung tritt im BBO-II-OPA nicht auf, da sich die Polarisation von Signal und Idler unterscheidet. Die Gruppengeschwindigkeitsdifferenz (GVM, „group-velocity-mismatch“) zwischen Signalpuls und Pumppuls ist bei den IR-OPA kleiner als bei den VIS-OPA. Im BBO-II-OPA ist die Drift der Signal- und Idlerwelle relativ zur Pumpwelle entgegengesetzt. Das hat Auswirkungen auf die Verstärkung, wie später noch erörtert wird.

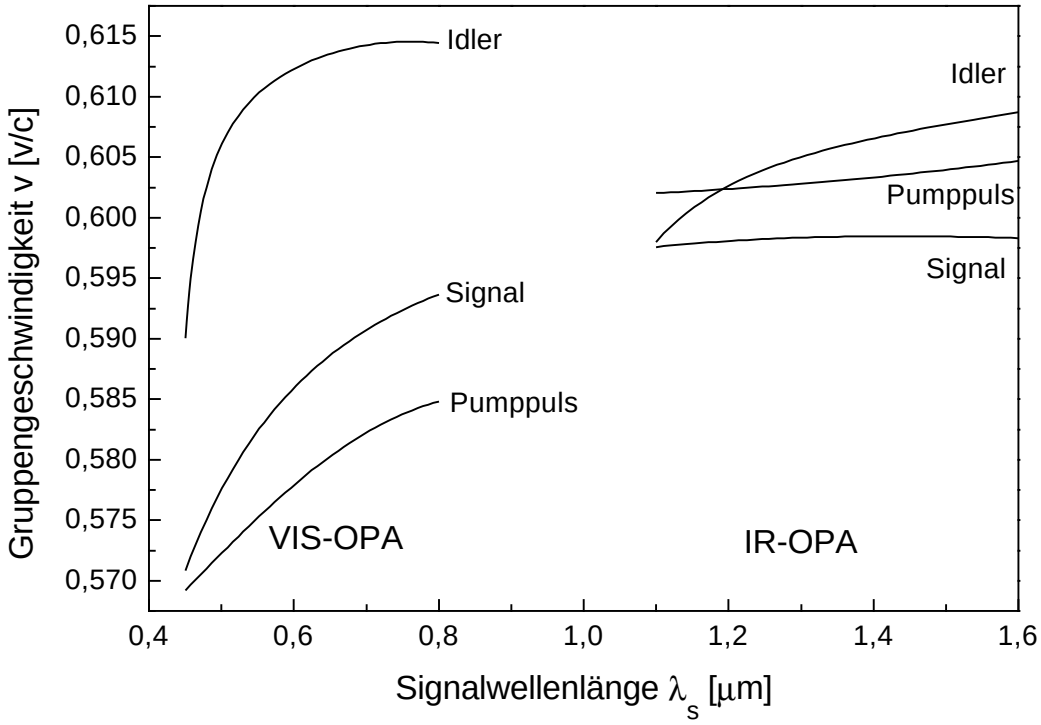
Die unterschiedlichen Gruppengeschwindigkeiten der beteiligten Pulse führen zu einer räumlichen Trennung der Wellenpakete. Die effektive Länge L_{gvm} ist die Kristallänge, nach deren Durchqueren die bei Eintritt in den Kristall zusammenfallenden Maxima des Signal- (bzw. Idler-) und Pumppulses der Pulsdauer τ_{p0} den Abstand $c\tau_{p0}$ haben. Sie ist durch

$$L_{gvm} = \tau \frac{1}{\frac{1}{v_{gp}} - \frac{1}{v_{gs,i}}}. \tag{2.129}$$

gegeben [Yak94]. Die Abb. 2.10 zeigt die effektiven Länge für 70 fs Eingangspulse als Funktion der Signalwellenlänge bei Durchstimmung des OPA.

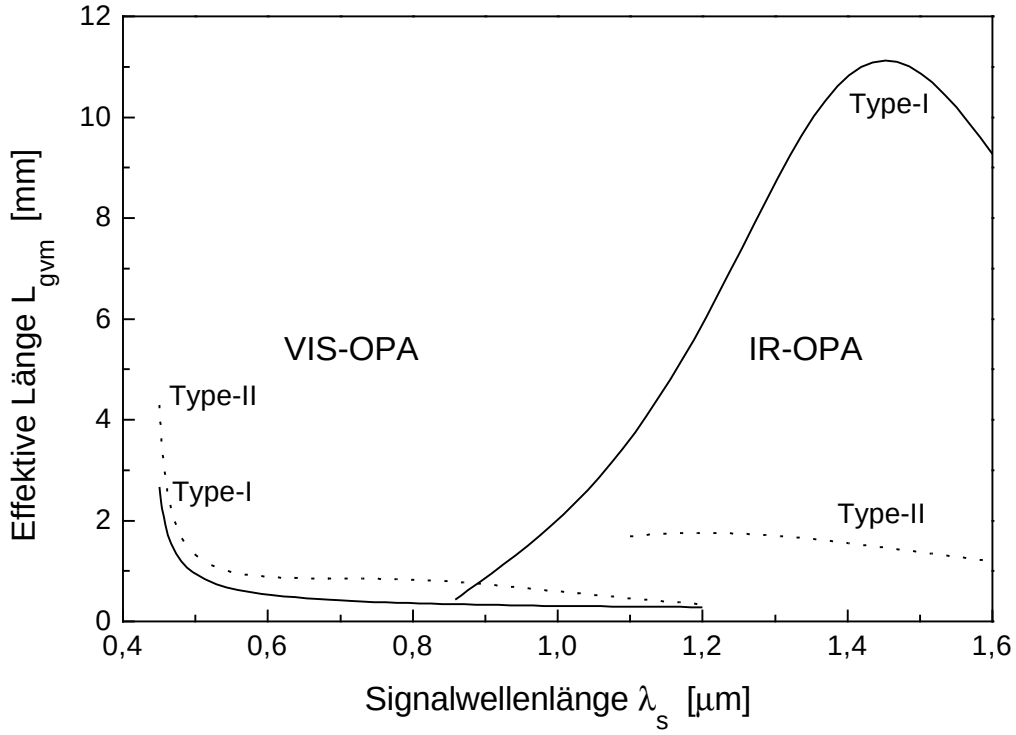


(a)

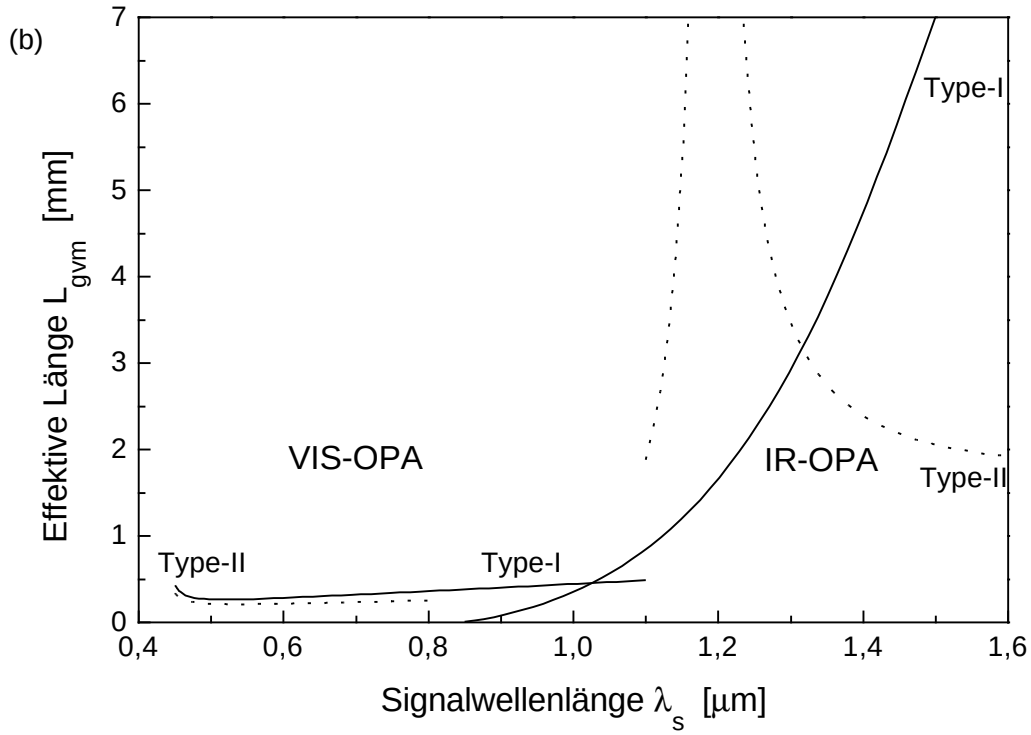


(b)

Abbildung 2.9: Gruppengeschwindigkeiten v_{gp}, v_{gs}, v_{gi} bei Durchstimmung des BBO-OPA als Funktion der Signalwellenlänge λ_s, (a) für Type-I Phasenanpassung (b) für Type-II Phasenanpassung



(a)



(b)

Abbildung 2.10: Effektive Länge L_{gvm} aufgrund des GVM (a) zwischen Signal- und Pumppuls (b) zwischen Idler- und Pumppuls im Type-I/II BBO-OPA bei Durchstimmung der Signalwellenlänge λ_s [μm]. Die Type-II Kurven sind gepunktet.

2.3.6 Gruppengeschwindigkeitsdispersion

Die Gruppengeschwindigkeitsdispersion (GVD, „group-velocity-dispersion“) führt zu einem zeitlichen Verlängerung des Pulses. Dieses vermindert die Intensität des Pumppulses und damit die Effektivität des Prozesses.

Die Pulsdauer $\tau(z)$ ist durch Gl. (2.17) gegeben. Abb. 2.11 zeigt die Entwicklung der zeitlichen Pulsbreite als Funktion der Position z im Kristall für 70 fs Pulse, für die möglichen Pumppulse (800 nm, 400 nm) sowie für zwei typische Signalwellenlängen (1200 nm, 600 nm).

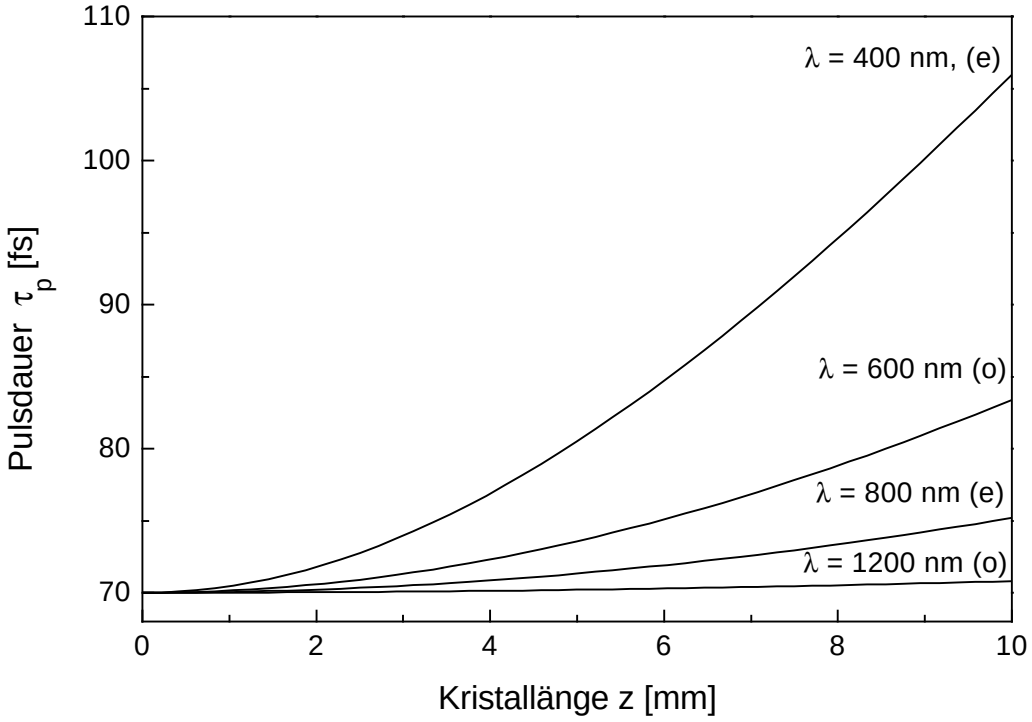


Abbildung 2.11: Entwicklung der Pulsdauer von 70 fs Pulsen aufgrund der GVD im BBO-Kristall, $\theta = 25°$ für die außerordentlichen Pumpwellen sowie 2 typische Signalwellenlängen

Durch

$$L_d = \frac{\tau_p^2}{\beta''(\lambda_p)} \tag{2.130}$$

mit $\beta'' = \partial^2 k/(\partial\omega)^2$ ist die Kristallänge gegeben [Dmi91], nach der (s. Gl. (2.17)) die Intensität des Pulses auf etwa 34 % absinkt. Abb. 2.12 zeigt, daß L_d für 75 fs, 400 nm-Pumppulse größer als 20 mm, bzw. größer als 50 mm bei 800 nm ist. In Hinsicht auf die Auswirkungen der GVD ist der IR-OPA die günstigere Alternative.

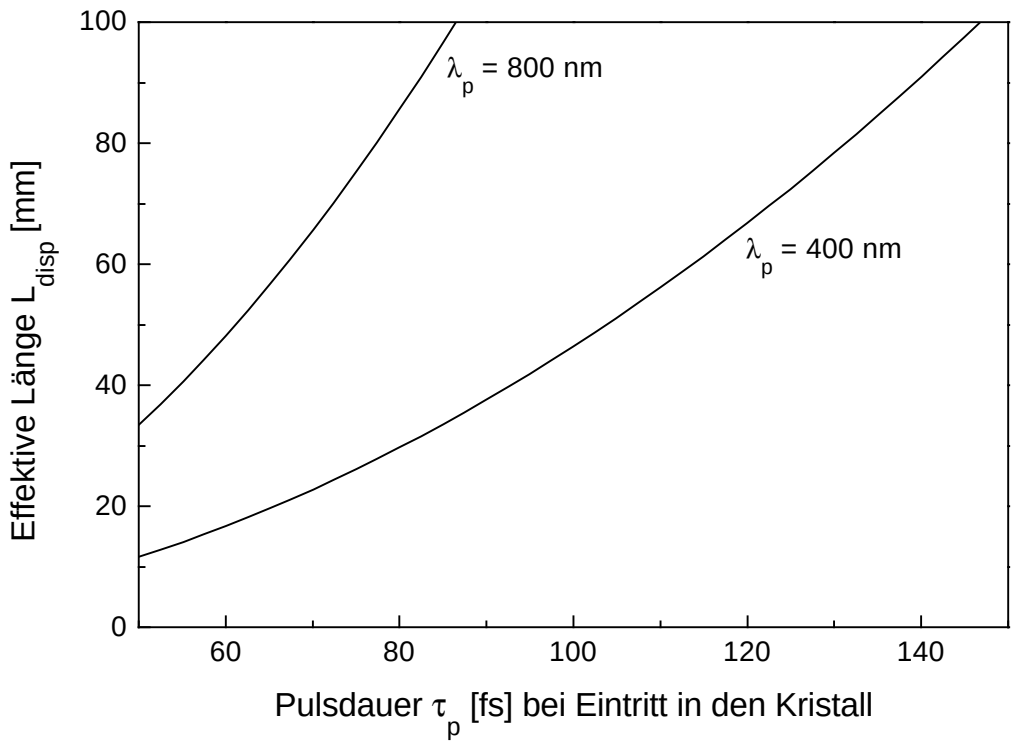


Abbildung 2.12: Effektive Dispersionslänge L_d für Pumppulse (800 nm bzw. 400 nm) als Funktion der Anfangspulsdauer τ_p

2.3.7 Effektive Nichtlinearität

Auf die in Abschnitt 2.2.3 dargestellte Art kann man für die möglichen Phasenanpassungstypen die effektive Nichtlinearität des Prozesses ableiten. Mit dem durch Gl. (2.123) gegebenen Tensor und den in Gl. (2.61) angegeben Polarisationsrichtungsvektoren ergibt sich für Type-I-Phasenanpassung ($e \to o + o$)

$$d_{ooe} = d_{31} \sin(\theta) - d_{22} \cos(\theta) \sin(3\phi) \tag{2.131}$$

und für Type-II ($e \to o + e$)

$$d_{eoe} = d_{22} \cos^2(\theta) \cos(3\phi) \ . \tag{2.132}$$

Abb. 2.13 zeigt die effektive Suszeptibilität 2. Ordnung als Funktion der Ausbreitungskugelkoordinaten (θ, ϕ) der Welle für den Type-I-BBO-OPA. Der Winkel θ ist durch die Phasenanpassungsbedingung vorgegeben, ϕ kann frei gewählt werden, um d_{eff} zu maximieren. Die Betrag der Suszeptibilität wird für den Type-I-OPA für $\phi = 30° + n \cdot 60°$ maximal ($n = 0, 1, 2, 3, \ldots$). Die Periodizität folgt aus der C_3-Symmetrie des BBO-Kristalls. Für die Wahl des mit dem Kristall verbundenen Koordinatensystems gilt, daß die z-Achse in Richtung der Kristallachse zeigt und die x-Achse senkrecht auf der Spiegelebene steht. Wählt man die y-Achse senkrecht auf der Spiegelebene, so ergeben sich alle Winkel ϕ um 30° verschoben.

Abb. 2.14 zeigt die Veränderung der effektiven Nichtlinearität bei Durchstimmung der Signalwellenlänge. Die effektive Nichtlinearität ist wegen des kleinen Winkelbereichs bei den IR-OPA-Varianten nahezu konstant.

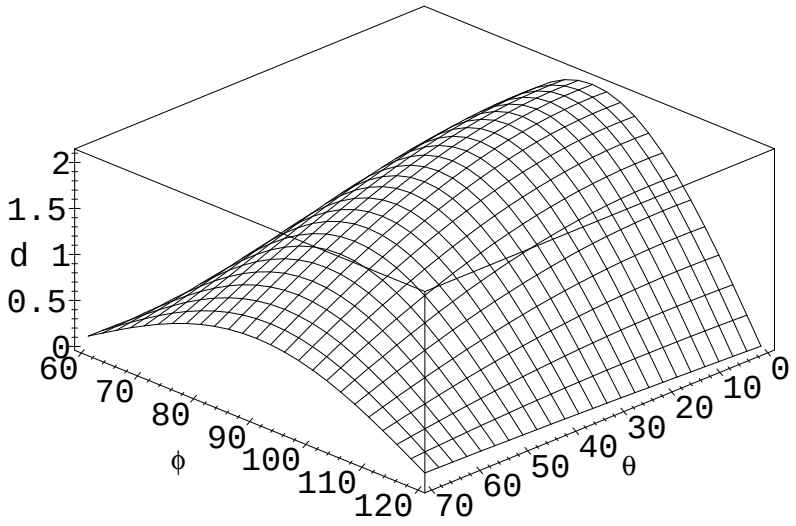


Abbildung 2.13: Effektive Nichtlinearität 2. Ordnung d_{eff} für Type-I-BBO-OPA in pm/V über (θ, ϕ)

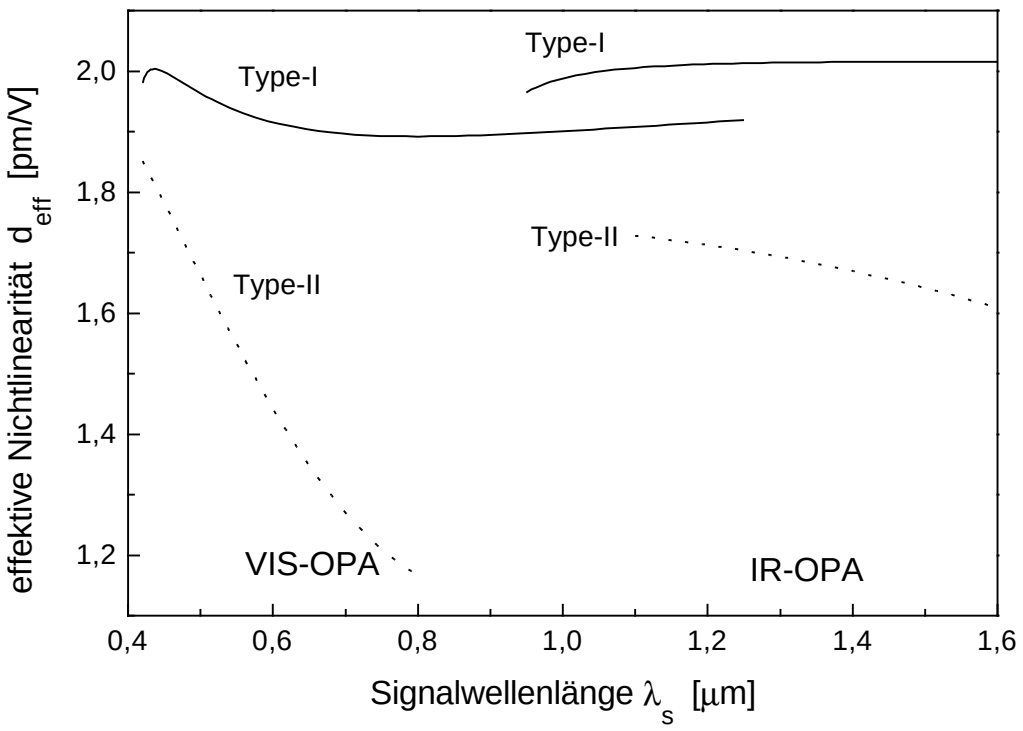


Abbildung 2.14: Effektive Nichtlinearität 2. Ordnung d_{eff} [pm/V] für Type-I/II-BBO-OPA bei Durchstimmung der Signalwellenlänge, rechts für $\lambda_p = 800$ nm , links für $\lambda_p = 400$ nm, die Type-II-Kurven sind gepunktet.

2.3.8 Poynting-Vektor Walk-Off-Verluste

Signal- und Pumppulse werden so in den BBO-Kristall gestrahlt, daß ihre Maxima zusammenfallen und ihre Wellenvektoren den Winkel θ zur Kristallachse bilden. Da die Signalwelle ordentlich polarisiert ist, steht der Poynting-Vektor parallel zum Wellenvektor. Der Poynting-Vektor der außerordentlich polariserten Pumpwellen steht dann im Winkel $\rho(\theta)$ zum Wellenvektor (s. Gl. (2.45)). Da die Poynting-Vektoren also nicht parallel sind, trennt sich der Pumppuls vom Signalpuls durch seitlichen Versatz während der Ausbreitung im Kristall. Nach der Länge

$$L_{pvw} = \frac{2w_s}{\rho(\theta)}. \tag{2.133}$$

ist der seitliche Abstand der Maxima von Pump- und Signalpuls so groß wie der Profildurchmesser $2w_s$ des Pumppulses.

Die Abb. 2.15 zeigt den Driftwinkel bei senkrechtem Einfall der Signal- und Pumpwelle in den BBO-Kristall für den IR-OPA und den VIS-OPA. Der Driftwinkel liegt zwischen 0.4° und 2° und ist bei den IR-OPA kleiner als bei den VIS-OPA. Bei einem 10 mm Kristall kommt es durch $\rho = 1°$ zu einem seitlichen Versatz des Pumppulses von 175 μm. Wenn der Strahldurchmesser größer als 175 μm ist, kann die Poynting-Vektor Drift vernachlässigt werden.

Abb. 2.16 zeigt L_{pvw} bei Durchstimmung des OPA.

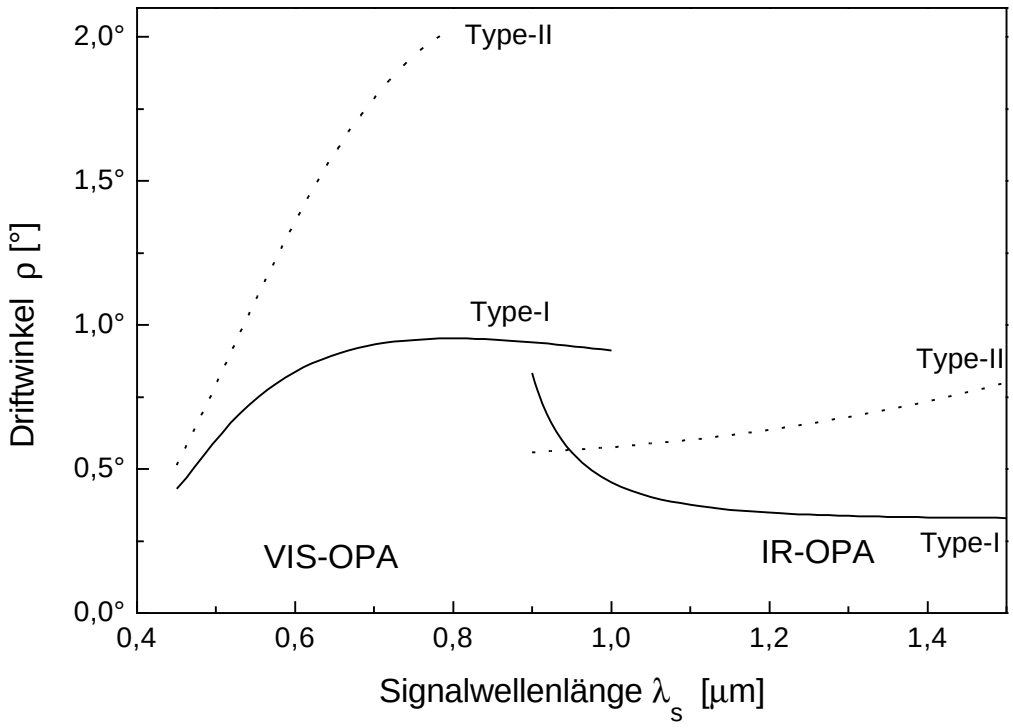


Abbildung 2.15: Driftwinkel als Funktion der Signalwellenlänge für 400 nm, bzw. 800 nm gepumpten OPA(Type-I/II), Type-II Kurven sind gepunktet.

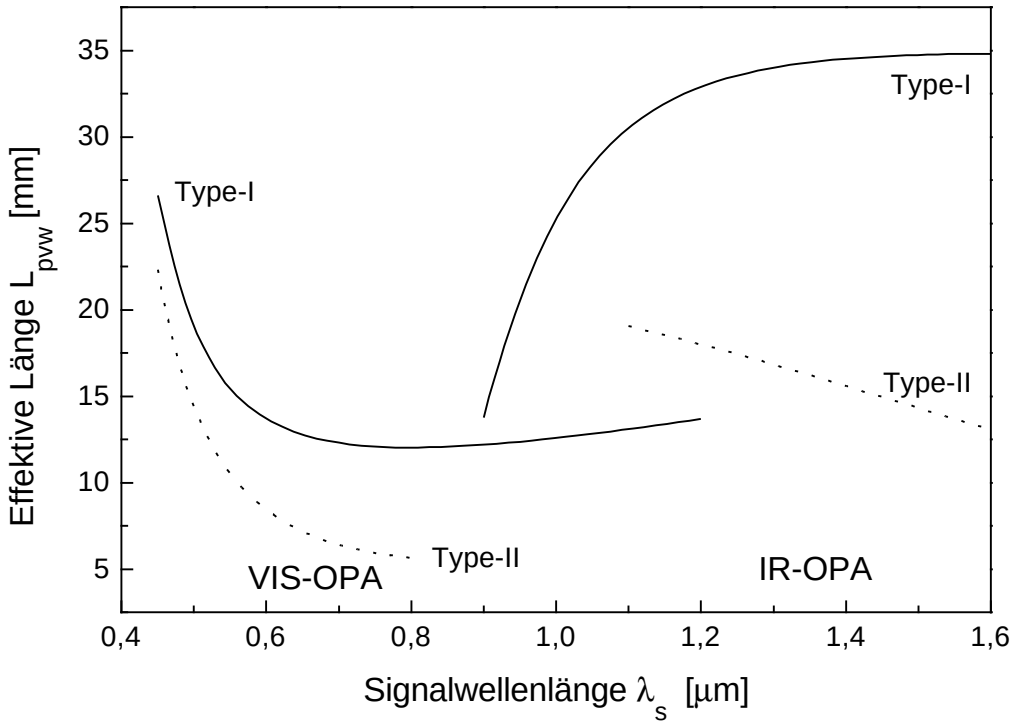


Abbildung 2.16: Effektive Länge [mm] aufgrund der Poynting-Vektor Walk-Off-Verluste bei Annahme eines Strahlradius von 0.1 mm für den IR/VIS-OPA (Type-I: durchgezogene Kurven, Type-II: gepunktet)

2.3.9 Bandbreite

Zur Erzeugung von Pulsen einer Pulsdauer $\Delta t = \tau_p$ ist eine minimale spektrale Bandbreite $\Delta\nu$ nötig. Unter Annahme fourierlimitierter Gauß-Pulse ergibt sich die entsprechende Bandbreite aus [Sie86]

$$\Delta\nu \cdot \Delta t = 0.441 \quad . \tag{2.134}$$

Abb. 2.17 zeigt die zum Erreichen einer Pulsdauer notwendige spektrale Bandbreite. Die Bandbreite $\Delta\lambda$ hängt von der Zentralwellenlänge λ des Pulses ab und ergibt sich

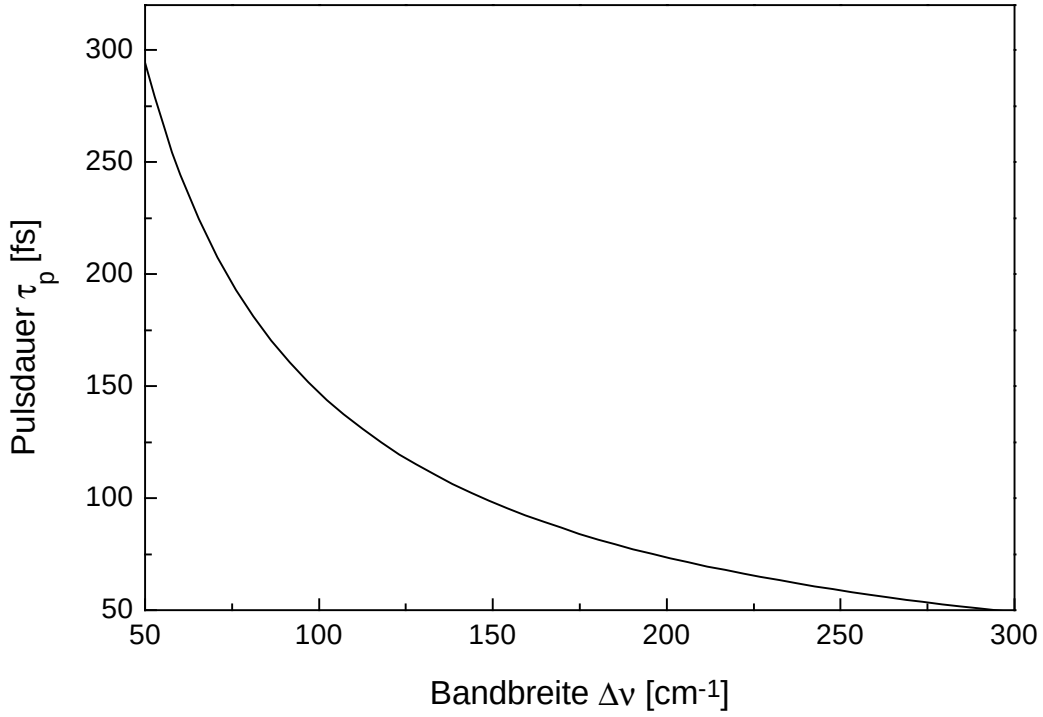


Abbildung 2.17: Minimale Pulsdauer τ eines fourierlimitierten Gauß-Pulses der Bandbreite $\Delta\nu$

aus $\Delta\nu$ mit

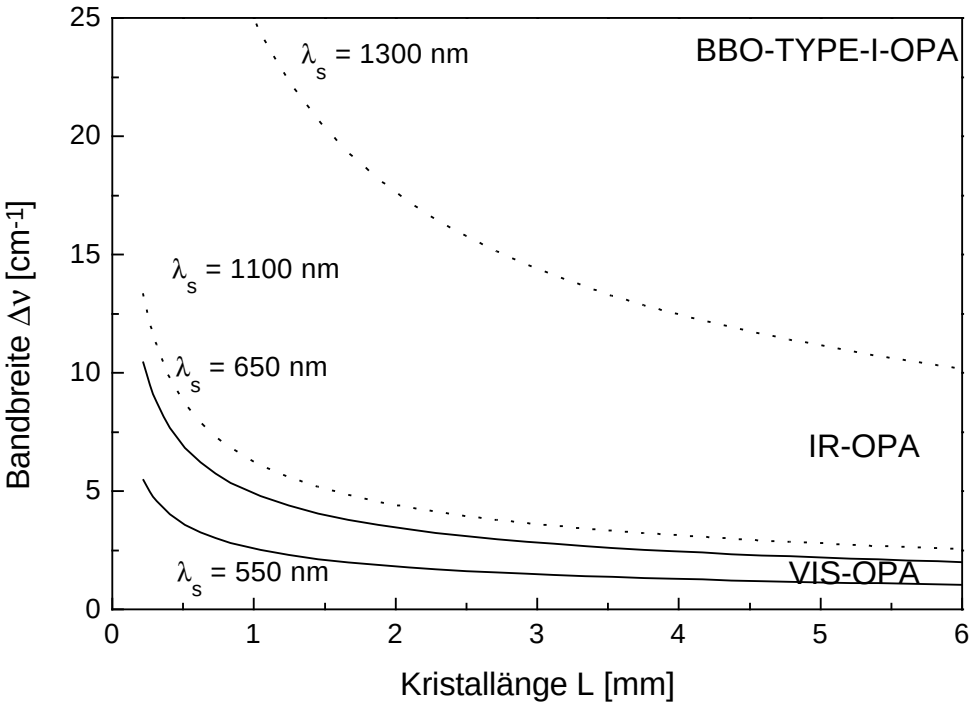
$$\Delta\lambda \approx \frac{\lambda^2}{c}\Delta\nu \ . \tag{2.135}$$

Spektrale Bandbreite

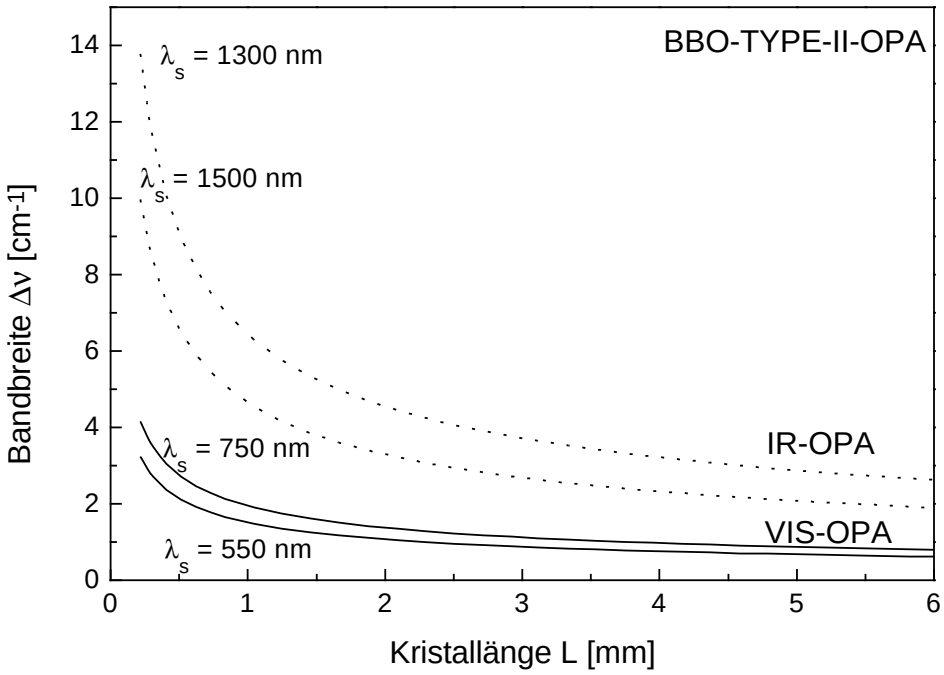
Die spektrale Bandbreite der Signalpulse bei Einstrahlung einer monochromatischen Pumpwelle ergibt sich in erster Näherung gemäß Gl. (2.115) zu

$$\Delta\nu_{HW} = \frac{2\sqrt{2\ln(2)}}{2\pi}\left(\frac{1}{v_s} - \frac{1}{v_i}\right)^{-1}\sqrt{\frac{g}{L}} \quad . \tag{2.136}$$

Abb. 2.18 zeigt die spektrale Bandbreite für $g = 1$ als Funktion der Kristallänge für die IR/VIS-OPA. Die Halbwertsbandbreite bei Betrieb des OPA mit $g \neq 1$ ergibt sich aus $\Delta\nu_{HW}(g) = \Delta\nu_{HW}^{g=1} \cdot \sqrt{g}$.



(a)



(b)

Abbildung 2.18: Spektrale Bandbreite für $g = 1\ \mathrm{m}^{-1}$ als Funktion der Kristallänge L für den IR/VIS-OPA mit (a) BBO-Type-I für $\lambda_s = 1300, 1100, 650, 550$ nm, (b) BBO-Type-II für $\lambda_s = 1300, 1500, 750, 550$ nm

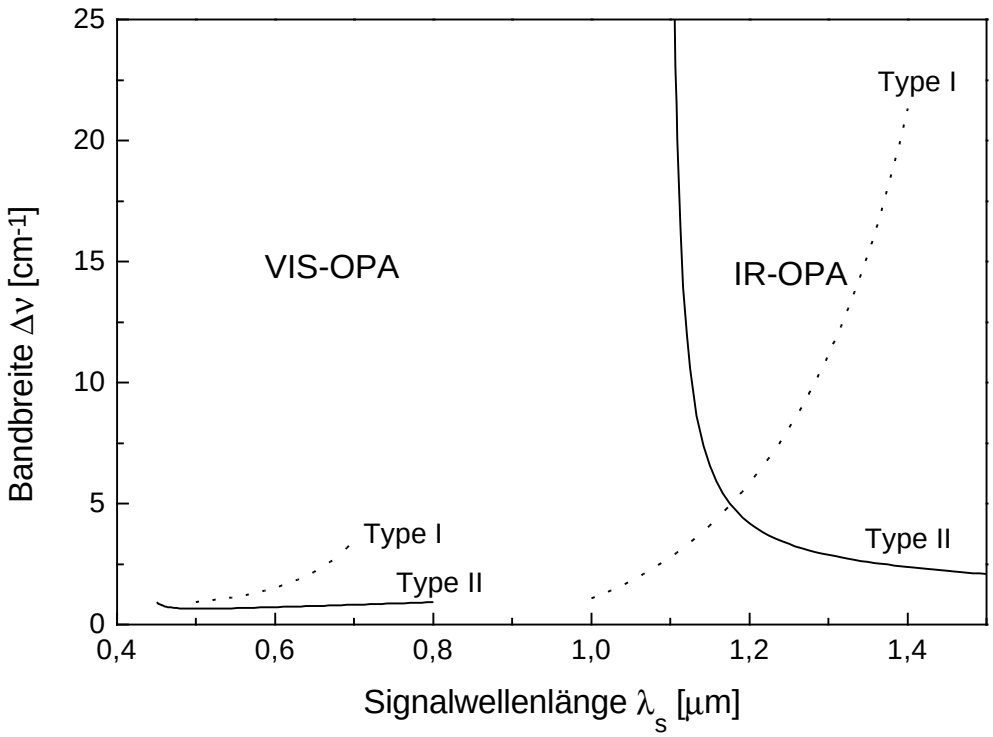


Abbildung 2.19: Spektrale Bandbreite $\Delta\nu$ für $g = 1$ m^{-1} im 5 mm BBO-OPA, als Funktion der Signalwellenlänge λ [μm] für die IR/VIS-OPA, Type-I gepunktet, Type-II durchgezogen.

Da die Pumpwelle nicht monochromatisch ist, sondern aufgrund der kurzen Pulsdauer eine große spektrale Breite aufweist, kommt es zu einer zusätzlichen Verbreiterung des Spektrums des Signals, wenn man annimmt, daß die Frequenzkomponenten der Pumppulses unabhängig voneinander sind. Diese kann wie in [Dan93] mit

$$\Delta\nu_{p-w} = T_s \Delta\nu_p \tag{2.137}$$

beschrieben werden kann. Dabei ist $\Delta\nu_p$ die spektrale Breite des Pumppulses und T_s ein Proportionalitätsfaktor.

Für BBO-II ergibt sich in [Dan93] $T_s \approx 1$ und für BBO-I ein Faktor $T_s > 1$. Zur Erzeugung fourierlimitierter Pulse kann das Kriterium genommen werden, daß T_s nicht größer als 1 und $\Delta\nu$ kleiner gleich der spektralen Breite der Pumppulse sein sollte [Dan93].

Kolineare Winkelbandbreite

Die Phasenanpassungsbedingung zu einem Winkel θ legt bei monochromatischer Pumpwelle die Signal-, bzw. Idlerwellenlänge fest. Bei Abweichen von diesem Winkel sinkt die Intensität dieser Signalwellenlänge, da jetzt Phasenanpassung für eine andere Wellenlänge erfüllt ist. Das Winkelfenster, für das die Signalwellenlänge noch mit halber Intensität, relativ zur optimalen Winkeleinstellung produziert wird, ist durch θ_{HW} gegeben. Abb. 2.20 zeigt die Winkelbandbreite über der Kristallänge bei $g = 1$ m^{-1} für

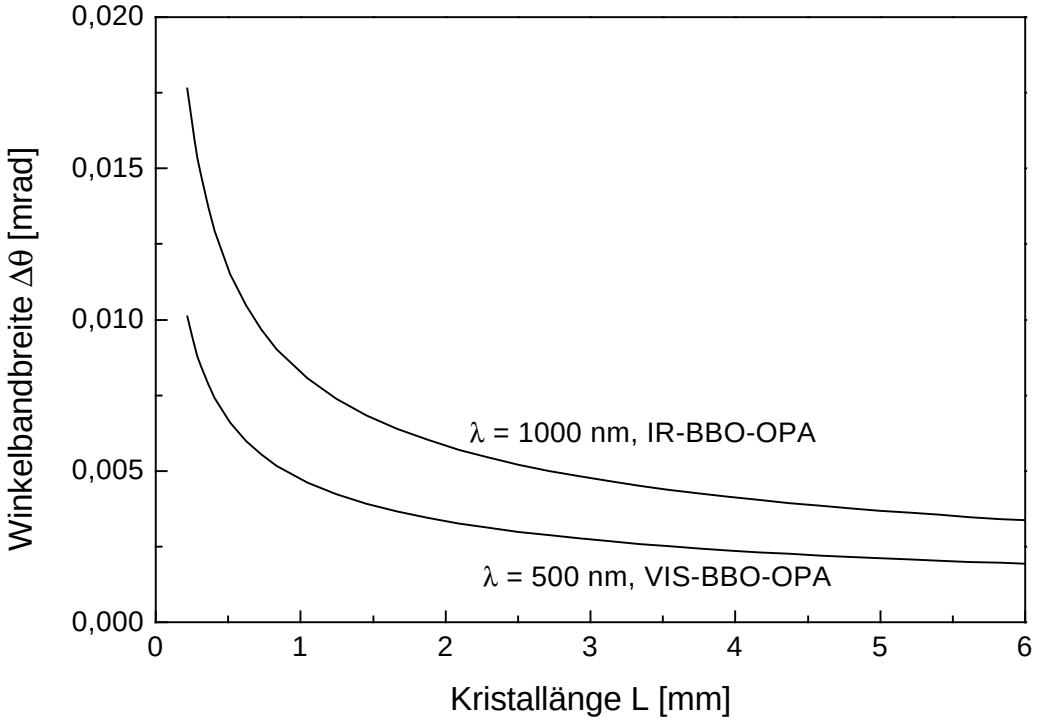


Abbildung 2.20: Winkelbandbreite $\Delta\theta$ [mrad] über der Kristallänge z [mm] bei $g = 1\ \mathrm{m}^{-1}$ für den IR-OPA ($\lambda_s = 1\ \mu$m) und den VIS-OPA ($\lambda_s = 500$ nm).

den IR-OPA ($\lambda_s = 1\ \mu$m) und den VIS-OPA ($\lambda_s = 500$ nm). Bei Durchstimmung des OPA variiert die Winkelbandbreite unwesentlich (s. Abb. 2.21).

Um wieder Winkelbandbreiten für $g \neq 1$ zu erhalten, müssen die $\Delta\theta^{g=1}$ wieder mit $\sqrt{g}$ multipliziert werden. Die Winkelbandbreiten lassen eine Abschätzung der Divergenz des erzeugten Signals zu.

Nichtkolineare Bandbreite

Die Divergenz der Strahlen kann zu einer Verbreiterung des Spektrums führen. Pumpwelle, Signalwelle und Idlerwelle sind allgemein leicht divergente Strahlen. Eine räumliche Komponente der Signalwelle mit $\vec{k}_s$ im Ausbreitungskegel des Signals kann durch eine Komponente der Pumpwelle mit $\vec{k}_p$ im Kegel der Pumpdivergenz erzeugt werden, vorausgesetzt daß die Phasenanpassungsbedingung, welche jetzt leicht nichtkolinear ist, mit einer entsprechenden Idlerkomponente erfüllt werden kann. Die verschiedenen Frequenzen des Signals, und damit die erzeugte Bandbreite $\Delta\nu_{ang}$ kann aus den Dispersionsrelationen errechnet werden. Für Divergenzen des Signals unter 0.7 mrad und des Pumpstrahls unter 0.5 mrad ist $\Delta\nu_{ang}$ kleiner als die spektrale Bandbreite $\Delta\nu_{HW}$ [Dan93], so daß im weiteren der Effekt durch divergente Strahlen vernachlässigt wird.

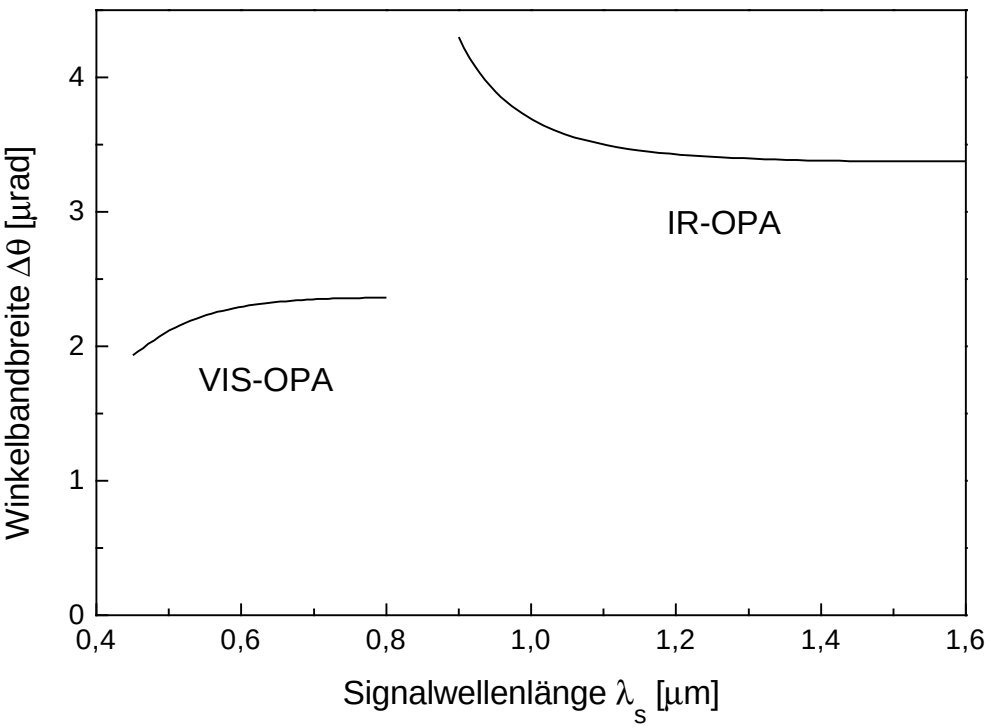


Abbildung 2.21: Winkelbandbreite $\Delta\theta$ in mrad bei $L = 5$ mm, $g = 1$ m^{-1}, BBO-I-OPA, bei Wahl der Signalwellenlänge λ_s

2.3.10 Verstärkung

Die Signalwelle wächst im Kristall der Länge L exponentiell mit der zurückgelegten Strecke gemäß Gl. (2.97):

$$G(L) \approx \frac{1}{4} \exp\left(\sqrt{g^2 - (\Delta k)^2} L\right) \quad . \tag{2.138}$$

Die Stärke des Wachstums wird durch den Faktor $\sqrt{g^2 - (\Delta k)^2}$ bestimmt. Bei Phasenanpassung reduziert dieser sich zu g welches durch

$$g = 2\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}\frac{\omega_1\omega_2}{n_1 n_2}} d_{eff} E_3(0) \tag{2.139}$$

gegeben ist (Gl. (2.91)). Die Verstärkung hängt also wesentlich von der effektiven Nichtlinearität und von der Feldstärke der Pumpwelle ab. Die Feldstärke ergibt sich aus der Intensität [Yar84]

$$I = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n |E|^2 \tag{2.140}$$

zu

$$|E|^2 = 2I\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}\frac{1}{n}. \tag{2.141}$$

Mit Gl. (2.25) und (2.26) sowie den Kenndaten unseres Lasersystems (s. Anhang A.1) ergibt sich eine unfokusierte Scheitelintensität von $\hat{I} = 83$ GW/cm^2. Die maximale Feldstärke ist entsprechend mit (2.141) $|E| = 5.8 \cdot 10^8$ V/m (mit $n \approx 1.6$ für BBO).

In Abb. 2.22 ist die parametrische Verstärkung g als Funktion der Signalwellenlänge λ_s für die OPA-Varianten aufgetragen. Sie ist bei den VIS-OPA-Varianten ca. doppelt so groß, da die Signal- und Idlerfrequenzen doppelt so groß sind. Die parametrische Verstärkung g ist im Fall der IR-OPA-Varianten nahezu konstant, während sie bei den VIS-OPA-Varianten stark von der Wellenlänge abhängt.

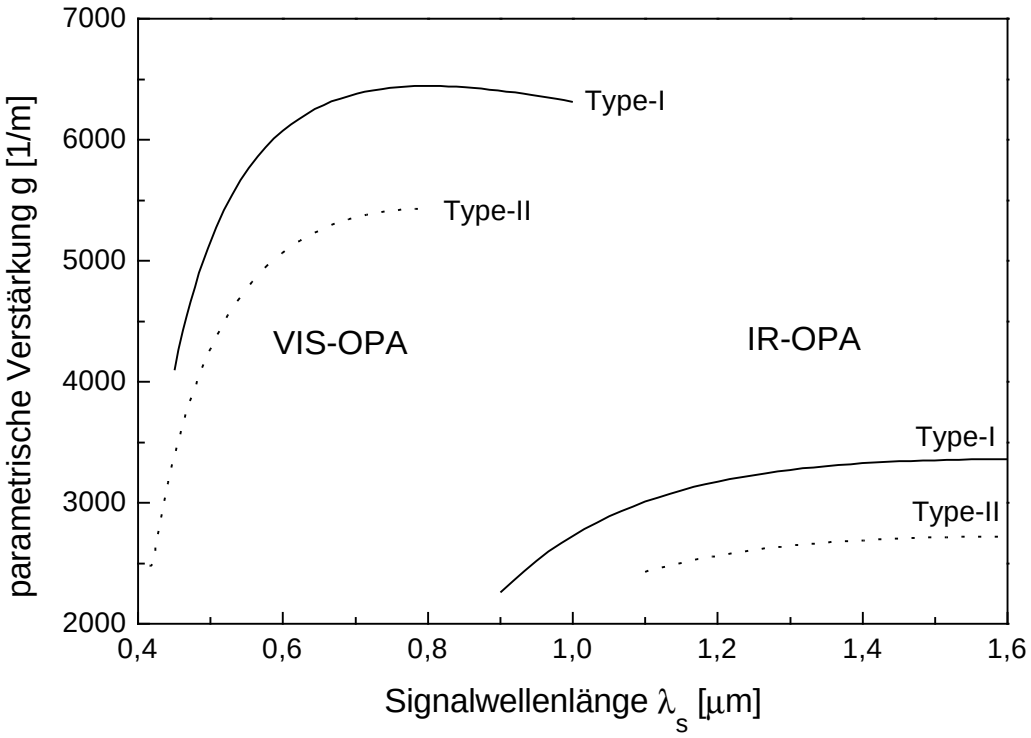


Abbildung 2.22: Parametrische Verstärkung g als Funktion der Signalwellenlänge λ_s für Pumppulse mit 365 μJ/Puls, $\tau = 70$ fs, $r_{1/2} = 2$ mm, im BBO-OPA. Die berechneten Werte sind für 365 μJ nur in der Pulsmitte erreicht. Für eine Pulsenergie von 730 mJ sind sie eine untere Abschätzung. Die Kurven für den Type-II sind gepunktet.

Abb. 2.23 zeigt den Anstieg der Signalenergie $\log(G(L))$ als Funktion der Kristallänge L. Für cw-Strahlung oder bei Vernachlässigung der GVM ergibt sich der in Kurve (a) dargestellte Anstieg. Aufgrund der unterschiedlichen Gruppengeschwindigkeiten trennen sich die beteiligten Pulse (z.B. Signal- und Pumppuls) nach der Länge L_{gvm}. Die Verstärkung g wird dann 0 und das Signal bleibt konstant (Kurve (c)). Ein Sonderfall ist dadurch gegeben, daß die Drift des Signal- und Idlerpulses relativ zum Pumppuls entgegengesetzt ist, also $(v_s - v_p)(v_i - v_p) < 0$ ist [Dan93]. In diesem Fall wächst die Signalwelle kontinuierlich exponentiell an (s. Kurve (b)). Das ist darauf zurückzuführen, daß der Idlerpuls unter dem Pumppuls fortwährend einen Signalpuls erzeugt, der sich relativ zum Pumppuls entgegengesetzt ausbreitet, und daß dadurch immer Signalenergie unter dem Pumppuls vorhanden ist.

Um die Entwicklung der Pulsform genauer zu beschreiben, müssen weitere Effekte berücksichtigt werden: mit zunehmender Signalenergie wird die Näherung der konstanten Pumpwellenamplitude ungültig; es beginnt ein Rekonversionsprozeß, in dem aus Idler- und Signalphotonen ein Pumpphoton erzeugt wird; die spektrale Verteilung des Pumppulses muß berücksichtigt werden. Ergebnisse numerischer Simulationsrechnun-

gen dazu werden in [Nis94] vorgestellt. Es zeigt sich, daß es mit der Verstärkung des Signals zu einer Pulsverkürzung kommt.

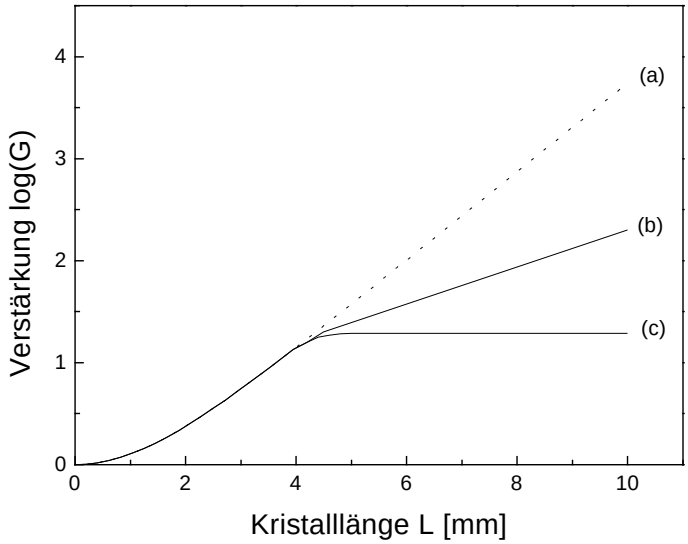


Abbildung 2.23: $\log_{10}(G)$ als Funktion der Kristallänge L [mm], (a) ohne GVM, (b) $(v_p - v_s)(v_p - v_i) < 0$, (c) $(v_p - v_s)(v_p - v_i) > 0$

2.4 Planung des OPA

2.4.1 Vergleich der Varianten

Einige Ergebnisse der Untersuchung des BBO-OPA sind in der Tabelle zusammengefaßt.

Kriterium	IR - Type-I	IR-Type-II	VIS-Type-I	VIS-Type-II
Polarisation p,s,i	$e \rightarrow o + o$	$e \rightarrow o + e$	$e \rightarrow o + o$	$e \rightarrow o + e$
λ_p [nm]	800	800	400	400
λ_s [μm]	1 - 1.6	1 - 1.6	0.4 - 0.8	0.4 - 0.8
λ_i [μm]	1.6 - 2.5	1.6 - 2.5	0.8 - 2.5	0.8 - 2.5
θ_{pm}[°]	24 - 21	25 - 29	23 - 29	26 - 42
$\phi(d_{eff} = max.)$	90°	0°	90°	0°
d_{eff} [pm/V]	2	1.7	1.9	1.4
$\lvert v_g - v_s \rvert(\lambda_s = 1.5 \cdot \lambda_p)$	$5{\cdot}10^{-3}c$	$4{\cdot}10^{-3}c$	$14{\cdot}10^{-3}c$	$8{\cdot}10^{-3}c$
$\lvert v_g - v_s \rvert(\lambda_s = 1.75 \cdot \lambda_p)$	$1.5{\cdot}10^{-3}c$	$4.7{\cdot}10^{-3}c$	$17{\cdot}10^{-3}c$	$9{\cdot}10^{-3}c$
$L_{gvm,s-p}(\lambda_s = 1.5\lambda_p)$	5.8 mm	1.8 mm	0.6 mm	0.9 mm
$L_{gvm,i-p}(\lambda_s = 1.5\lambda_p)$	5.8 mm	1.8 mm	1.7 mm	$\geq$4 mm
$L_{pvw}(\lambda_s = 1.5\lambda_p)$	32 mm	18 mm	14 mm	8 mm
$L_{disp}(\lambda_s = 1.5\lambda_p)$	65 mm	65 mm	20 mm	20 mm
$\Delta\nu_{HW}(\lambda_s = 1.5\lambda_p)$	6 cm^{-1}	4.5 cm^{-1}	1.5 cm^{-1}	0.7 cm^{-1}

Die Bandbreiten sind für eine Kristallänge von 5 mm, $g = 1$ m^{-1} angegeben. Die effektiven Längen wurden für $\tau_p = 70$ fs berechnet.

Pumpwellenlänge

Die Wahl des IR-OPA hat folgende Vorteile:

- Die Bandbreiten $\Delta\nu_{HW}$ sind bei den IR-OPA etwa 4 mal so groß wie bei den VIS-OPA. Für den Seeder wird eine parametrische Verstärkung von $g = 7000$ m^{-1}, für die Verstärkerstufen von etwa $g = 3000$ m^{-1} benötigt (s. u.). Da die Bandbreiten mit $\sqrt{g}$ skalieren, ergeben sich für die IR-OPA Bandbreiten von mehr als 200 cm^{-1}, die genügen, um Signalpulse von 70 fs-Länge zu erzeugen (s. Abb. 2.17). Für den VIS-OPA reicht die Bandbreite von 80 cm^{-1} dafür nicht aus.

- Bei den IR-OPA-Varianten steht eine viel größere Pumpenergie zur Verfügung. Bei den VIS-OPA muß die Pumpwelle durch SHG erst erzeugt werden. Übliche Konversionseffizienzen dafür sind $\eta = 25\%$. Um mit den geringeren Pumpenergien des VIS-OPA die nötigen Intensitäten zu erreichen, ist eine stärkere Kollimierung nötig und die Verwendung kleinerer Strahlquerschnitte. Die Poynting-Vektor-Drift wirkt sich dadurch stärker aus.

- Die effektiven Längen durch Gruppengeschwindigkeitsfehlanpassung sind im IR-OPA wesentlich größer, d.h. es sind längere Kristalle verwendbar und damit höhere Konversionseffizienzen bei gleicher Pumpintensität erreichbar. Zudem ist die Pulsverlängerung durch GVD im IR wesentlich geringer.

- Der zur Durchstimmung des OPA benötigte Winkelbereich ist bei den IR-OPA-Varianten ($\leq 4°$) kleiner als bei den VIS-OPA ($\geq 6°$). Der gesamte Kristallquerschnitt ist daher besser nutzbar. Zudem ist der Poynting-Vektor Driftwinkel, und damit der Querversatz zwischen Pumpwelle und Signalwelle kleiner.

Der Nachteil des IR-OPA ist, daß für eine anschließende Frequenzverdopplung des Signals diese mit dem OPA durchgestimmt werden muß. Im VIS-OPA ist die Frequenzverdopplung dagegen feststehend.

Seedprozeß

Sowohl Weißlichterzeugung als auch Hochverstärkung der parametrischen Fluoreszenz wurden als Seedquelle für den OPA verwendet [Yak94, Nis94].

Ausnutzung der parametrischen Fluoreszenz hat den Vorteil, daß die Pumpenergie fast ausschließlich zur passenden Signal-, bzw. Idlerenergie konvertiert wird, während die Weißlichterzeugung Pulse des gesamten Weißlichtkontinuums erzeugt. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Verbindung der beiden Verfahren. Wird der Pumppuls der Seedstufe dazu verwendet, ein Weißlichtkontinuum zu erzeugen (WLG als Pre-Seeder), so kann das zu einer Stabilisierung des in der Seed-Stufe erzeugten Signals führen. Zudem werden geringere Pumpintensitäten in der Seed-Stufe benötigt. Für die weitere Planung wird in Anlehnung an [Nis94] eine PF-Seedstufe verwendet.

Phasenanpassungsart

Die Vorteile des BBO - Type-II - IR-OPA sind:

- Die Bandbreite der Verstärkung von BBO-II im IR ist kleiner als bei BBO-I, aber ausreichend um 70 fs Pulse zu verstärken. Zur Erzeugung fourierlimitierter Pulse ist Type-II daher die günstigere Wahl [Dan93].

- Im BBO-II-IR-OPA trennen sich Signal und Idler in entgegengesetzte Richtung vom Pumppuls. Daher wird fortwährend ein passendes Signal/Idler erzeugt, das unter der Pumpwelle liegt. Das Signal verstärkt sich exponentiell mit der Länge [Dan93], während bei BBO-I (IR/VIS) und VIS-BBO-II Sättigung der Verstärkung nach der effektiven Länge zu beobachten ist.

- Die Polarisation von Signal und Idler ist im BBO-II-OPA orthogonal. Sie können einfach durch Polarisationsfilter voneinander getrennt werden.

Verstärkerstufen

Eine Aufteilung des Konversionsprozesses in mehrere Stufen ist sinnvoll, da so jede Stufe auf Besonderheiten der Teilaufgabe optimiert werden kann. So kann die Seedstufe auf Erzeugung eines sauberen räumlichen Profils, die weiteren Stufen auf ein sauberes spektrales Profil und maximale Konversionseffizienz optimiert werden.

Üblicherweise ist der Verstärkungsprozeß ein- oder zweistufig. Ein mehrstufiger Prozeß hat den Vorteil, daß zwischen den Stufen die Möglichkeit besteht, durch eine Verzögerungsstrecke für die Pumpwelle eine optimale Überlappung von Pump- und Signalpuls zu gewährleisten.

Jede Stufe kann ihren eigenen Kristall besitzen, es kann aber auch ein Kristall für mehrere Stufen benutzt werden. Da die Durchstimmung des OPA über eine Drehung des Kristalls erfolgt, ist für den endgültigen Betrieb eine Anordnung mit einem Kristall für alle Stufen in Hinsicht auf die Einfachheit der Durchstimmung am günstigsten. Die Verwendung zweier Kristalle bietet dagegen mehr Justagefreiheitsgrade. Verwendung eines separaten Pumppulses für jede Stufe hat den Vorteil, daß die Pumpintensität, Pumpenergie, der Strahlradius sowie der Antreffzeitpunkt der Pulse gewählt werden können.

Somit ist die beste Variante ein 3-Stufen-IR-BBO-II-Aufbau, in dem jede Stufe eine eigene Pumpquelle hat.

3-Stufen-IR-BBO-II-OPA

Im folgenden werden 3 Prinzipskizzen für den Aufbau des OPA diskutiert. In allen Varianten liegt die Kristallachse von BBO parallel zur Tischebene. Die Durchstimmung der Signalwellenlänge erfolgt über eine Rotation der Kristalle um die vertikale Achse. Die Pumpstrahlung und der Idler sind parallel, das Signal senkrecht zur Tischebene polarisiert.

In Variante 1 (s. Abb. 2.24) wird nur ein Kristall für alle Stufen verwendet. Die über den Strahlteiler BS1 ausgekoppelte Pumpenergie P1 wird über das Teleskop T1 kollimiert und über den Spiegel M7 in den BBO-Kristall geführt. Die Pumpwelle für den 2. Stufe wird über BS2 ausgekoppelt, über T2 kollimiert und in DM3 mit dem an M6 reflektierten Signalpuls zusammengebracht. Der Strahlengang geht nun leicht hinauf, durch den BBO-Kristall und über M7 hinweg zum Delayspiegel M. Das dort reflektierte Signal wird in DM1 mit den Pumppulsen P3 für den 3. Durchgang durch den Kristall zusammengeführt. Durch den Höhenversatz verläßt das Signal den OPA oberhalb von M6 und kann z. B. zu einer Frequenzverdopplung verwendet werden.

In Variante 2 (s. Abb. 2.25) sind Seedstufe und Verstärkung getrennt. Die Pumpenergie wird über den Strahlteiler BS in 2 Teile P1, P2 aufgeteilt. Die Intensitäten der

Teile werden durch Galilei-Teleskope angepaßt. P1 wird als Pumpenergie für die Erzeugung des Signals (im 1. BBO Kristall) sowie für die erste Verstärkerstufe (1. Durchgang durch den 2. BBO-Kristall) verwendet. Über die Position des 2. BBO Kristalls kann die Intensität der Pumpwelle im Vorverstärker reguliert werden, wenn mit T1 ein leicht divergenter Strahl erzeugt wird [Nis94]. Das Signal wird über den dichroiden Spiegel IRM (durchlässig für 800 nm, hohe Reflektivität für 1000 bis 1600 nm) und M1 in der Höhe versetzt, und bei IRM so mit der Pumpstrahlung P2 überlagert, daß die Pulse sich optimal überlagern. Nach der Endverstärkung (2. Durchgang durch den 2. BBO-Kristall) verläßt die Strahlung den OPA. Durch den Höhenversatz führt der Strahl über den Spiegel M1 hinweg. Das Signal wird weiter zu einer Frequenzverdopplung in BBO verwendet.

In Variante 3 (s. Abb. 2.26) sind alle Stufen getrennt. Jede Stufe besitzt ihre eigene Pumpwelle, die Strahlradien werden über Teleskope verändert, so daß die erforderliche Intensität der Pumppulse in den Kristallen erreicht wird. Durch die Delays wird eine optimale räumliche Überlappung der Signal- und Pumppulse in den Verstärkerstufen erreicht. Nachteil dieser Variante ist, daß nun zur Durchstimmung der Signalwellenlänge 3 Elemente gedreht werden müssen. Vorteil dieser Variante ist, daß die Kristallänge L für jede Stufe unterschiedlich gewählt werden kann. Die Verstärkerstufen benötigen z.B. geringere parametrische Verstärkungen g. Da die Verstärkungsbandbreite mit $\sqrt{g/L}$ skaliert, kann durch die Wahl kürzerer Kristalle die Bandbreite vergrößert werden.

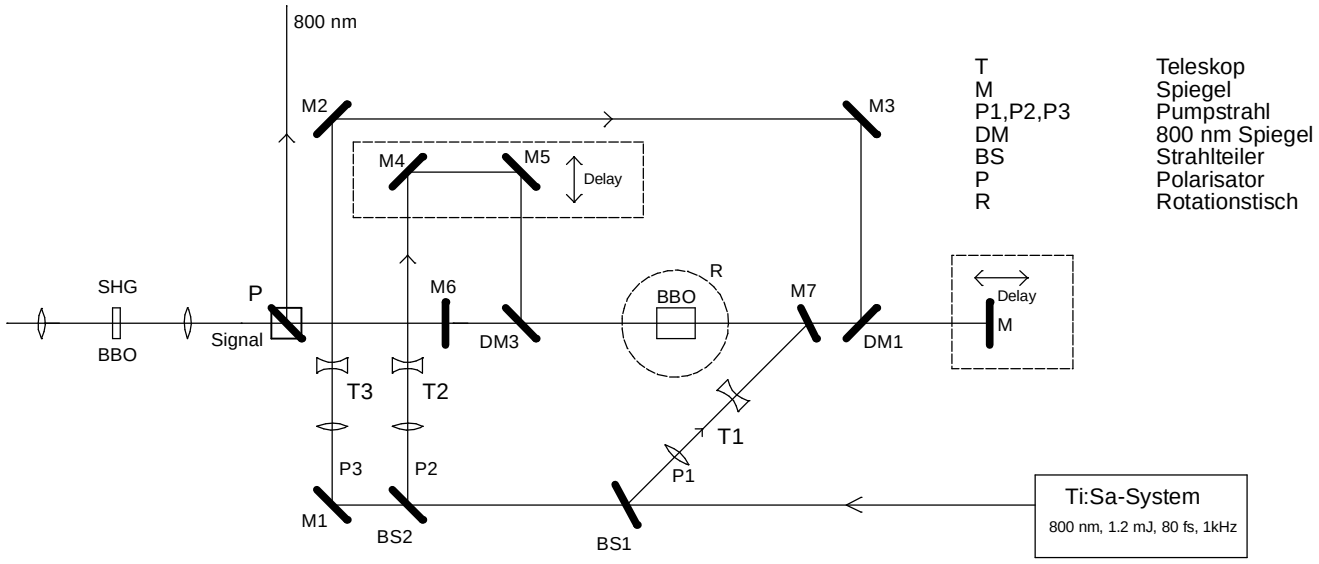


Abbildung 2.24: Prinzipskizze des 3-Stufen-IR-BBO-II-OPA mit nur einem Kristall

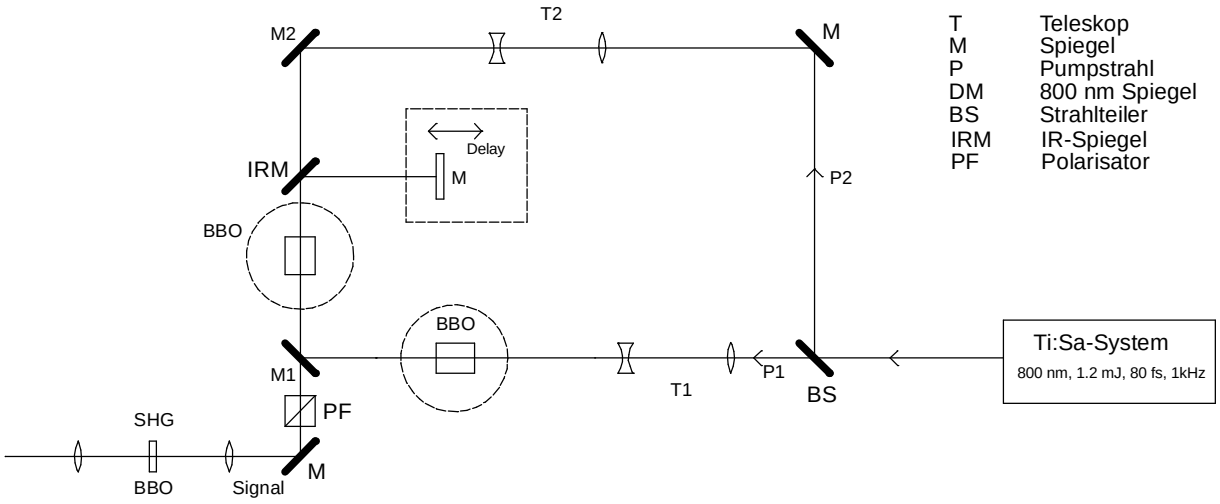


Abbildung 2.25: Prinzipskizze des 3-Stufen-IR-BBO-II-OPA mit 2 Kristallen

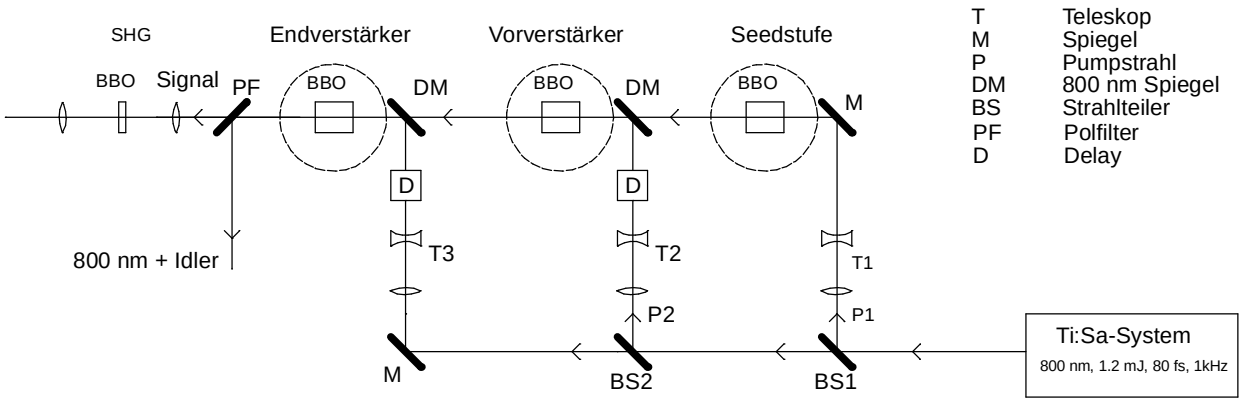


Abbildung 2.26: Prinzipskizze des 3-Stufen-IR-BBO-II-OPA mit 3 Kristallen

2.4.2 Betriebsparameter des OPA

Zur Dimensionierung des 3-Stufen-IR-BBO-II-OPA sind die folgenden freien Parameter zu bestimmen: Kristallänge L, Pumpenergie $P_{1/2/3}$, Intensität $I_{1/2/3}$. Durch die Wahl der Größen sind die Strahlradien r, die parametrische Verstärkung g und die Verstärkung G festgelegt.

Seed-Erzeugung

In der Seed-Stufe wird die parametrische Fluoreszenz (mindestens ein Signalphoton für das die Phasenanpassungsbedingung erfüllt ist) zu einem Puls mit einer Energie von ca. 10 nJ bis 100 nJ verstärkt. Bei typischen Signalwellenlängen von $\lambda = 1.2\ \mu$m ($1.6{\cdot}10^{-19}$J) müssen $6 \cdot 10^{10}$ bis $6 \cdot 10^{11}$ Signalphotonen erzeugt werden. $\log G = 10.8...11.8$ legt damit den nötigen Verstärkungsfaktor G fest. Mit Gl. (2.98) ergibt sich mit $\Delta k = 0$ für den Exponenten $gL = 26.2$ bis 28.5. Je nach gewählter Kristallänge L muß also zum Erreichen der passenden Verstärkung G die geeignete parametrische Verstärkung g gewählt werden. Abb. 2.27 zeigt die notwendige parametrische Verstärkung g als Funktion der Verstärkung G für verschiedene Kristallängen.

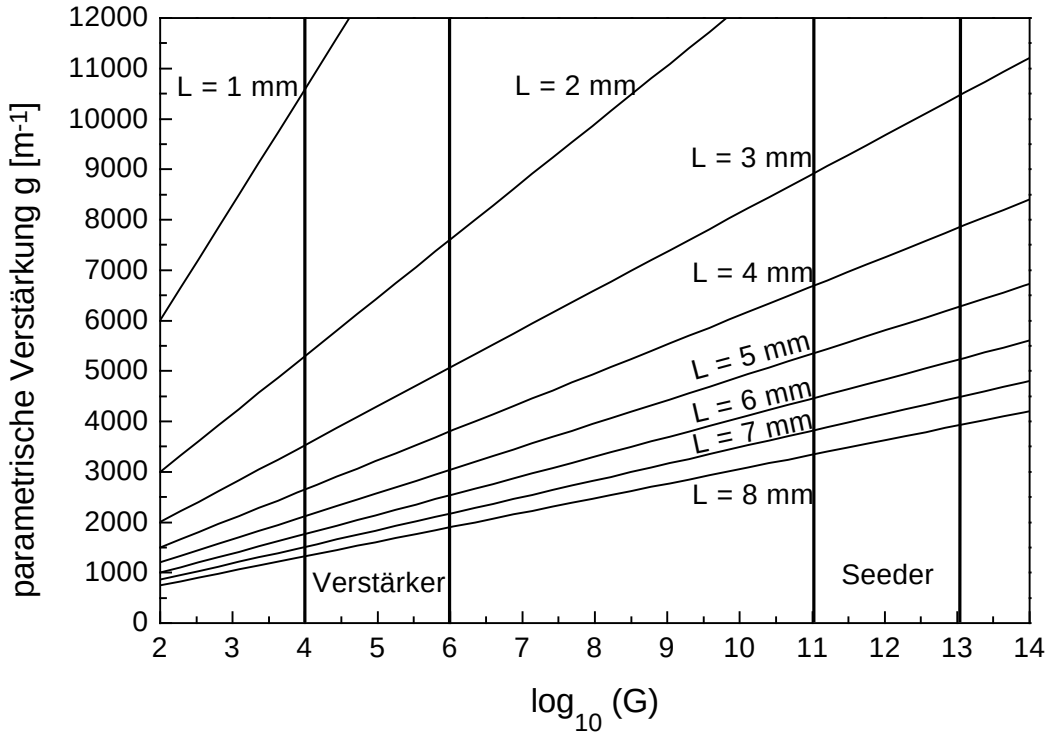


Abbildung 2.27: Parametrische Verstärkung g [m^{-1}] als Funktion der Signalverstärkung G, für Kristallängen von 1 mm bis 8 mm

Die Kristallänge legt nun also g fest, und da $\Delta\nu_{HW} \propto \sqrt{g}$ ist, werden auch die Bandbreiten festgelegt.

Eine numerische Simulation der Veränderung der Signalpuls-Einhüllenden bei der Ausbreitung durch den Kristall für den BBO-II-OPA [Nis94] zeigt, daß neben einem exponentiellen Wachstum der Signalamplitude eine Pulsverkürzung von 20% bis 30% auftritt. Wenn der Rekonversionsprozeß (Summenfrequenzbildung aus Signal und Idler) einsetzt, verläßt der Signalpuls aufgrund seiner Gruppengeschwindigkeit den Pumppuls,

die Verstärkung der Pulsmitte geht in Sättigung, während die Pulsvorderflanke aufgrund des Rekonversionsprozesses steiler wird. Durch diesen Prozeß erreicht man 2-3 mal verkürzte Signalpulse. Für größere Kristallängen entstehen Signal-Satellitenpulse.

In Anlehnung an die Ergebnisse der Pulsformentwicklung des Signals wähle ich die Kristallänge $L = 4.8$ mm. Für die Variante mit einem Kristall ist diese für Seedstufe, Vor- und Endverstärkerstufe gleich.

Damit ergibt sich $g = 5500$ m^{-1} bis 6000 m^{-1}. Die in Abb. 2.19 aufgeführten Bandbreiten sind dann mit $\sqrt{g} \approx 75$ zu multiplizieren. Abb. 2.22 zeigt, daß die parametrische Verstärkung bei Durchstimmung des OPA nahezu konstant bleibt. Ein mittlerer Wert wird bei $\lambda_s = 1.4$ μm erreicht. Die notwendige Intensität ergibt sich nun mit Gl. (2.91) zu 100 bis 120 GW/cm^2. Diese Intensität ist eine obere Abschätzung, da davon ausgegangen wurde, daß die spontane Fluoreszenz mit nur einem Signalphoton startet. In [Nis94] wird ein OPA vorgestellt, der mit einer maximalen Pumpintensität von 70 GW/cm^2 einen stabilen Betrieb des Seeders in BBO-II liefert, so daß zum Schutz des BBO-Kristall vor thermischer Zerstörung diese Intensität gewählt werden sollte.

Die Intensität I_1 wird durch die Wahl der Pulsenergie P_1 und Anpassung des Strahlradius r_{HW} mit einem Teleskop gewählt.

P_1 und r_{HW} sind durch folgende Bedingungen gegeben:

- Die Pumpenergie P_1 soll so klein sein, daß keine großen Verluste für die anderen Verstärkerstufen entstehen (ca. $P_1 < 50$ μJ), aber so groß, daß im Verstärker die „Non-depleted Pump“-Näherung gültig ist, damit das radiale Profil nicht durch Sättigung zerstört wird. ($P_1 > 1$ μJ).

- r_{HW} muß so groß sein, daß die Poyning-Vektor-Drift über die Kristallänge hinweg vernachlässigt werden kann ($r > 100$ μm) und ist nach oben nur durch die Kristallausdehnung begrenzt.

Wählt man z. B. $P_1 = 35$ μJ, so werden 70 GW/cm^2 mit $r_{HW} = 0.37$ mm (r_{1/e^2} = 0.61 mm) und 100 GW/cm^2 mit $r_{HW} = 0.31$ mm ($r_{1/e^2} = 0.51$ mm) erreicht. Der Vergrößerungsfaktor des Teleskops ist dann $f_1/f_2 = 5.4$, bzw. 6.4.

Ein Galilei-Teleskop mit den Brennweiten f_1= 500 mm, f_2 = -90 mm kann zur Anpassung des Strahlradius verwendet werden.

Das Signal ist ein divergenter Strahl, da auch für die leicht nichtkolineare Anordnung von Pump-, Signal- und Idlerpuls Phasenanpassung erzielt werden kann. Die Divergenz des Signals kann ausgenutzt werden, um über den Abstand zwischen Seedstufe und Vorverstärkerstufe die Strahlgröße anzupassen [Dan93]. Sollte die Divergenz nicht ausreichen, so kann der Strahlradius des Signals über ein Teleskop aufgeweitet werden.

Vorverstärkerstufe

Im Vorverstärker wird das Signal auf Energien von 10 bis 50 μJ verstärkt. Die Verstärkung sollte also in dieser Verstärkerstufe $\log_{10}(G) = 4...6$ sein. Legt man $G = 10^5$ fest, so ergibt sich für die oben ausgewählte Kristallänge $L = 4.8$ mm die parametrische Verstärkung g zu $g = 2690$ m^{-1}. Die Bandbreite $\Delta\nu_{HW}$ ergibt sich aus Abb. 2.19 und Multiplikation mit $\sqrt{g} \approx 50$. Um eine parametrische Verstärkung von 2700 m^{-1} zu erhalten, muß die Intensität des Pumppulses $I_2 = 26$ GW/cm^2 sein. Die Pumpenergie P_2 wird so gewählt, daß der Großteil der Pulsenergie für die Endverstärkerstufe übrig bleibt ($P_2 < 400$ μJ). Wenn $P_2 = 376$ μJ gewählt wird, so ist keine Anpassung des

Strahlradius erforderlich, da die Spitzenintensität für 75 fs Pulse mit $r_{HW} = 2$ mm gerade 26 GW/cm^2 beträgt.

Endverstärkung

In der letzen Verstärkungsstufe soll das Signal endverstärkt werden, so daß die Konversionseffizienz maximal wird. Die gesamte Restenergie ($P_3 \approx 790$ μJ) des Systems kann für die Endverstärkung verwendet werden. In [Nis94] wird für die Verstärkerstufen 40 GW/cm^2 als obere Grenze angegeben, da für höhere Intensitäten spontane Fluoreszenz im Zentrum des Strahls verstärkt wird und dadurch die räumliche und zeitliche Kohärenz des Signals beeinträchtigt wird. Um die maximale Intensität mit dieser Pulsenergie zu erreichen, ist eine Aufweitung des Strahls auf $r_{HW} = 2.33$ mm notwendig.

Abb. 2.28 zeigt, daß die Signalenergie für in Sättigung betriebene Verstärkerstufen unabhängig vom Eingangssignal ist. Dadurch werden die Amplitudenfluktuationen des Signals verringert, und die Amplitudenstabilität des Signals wird weitestgehend durch die der Pumpquelle bestimmt.

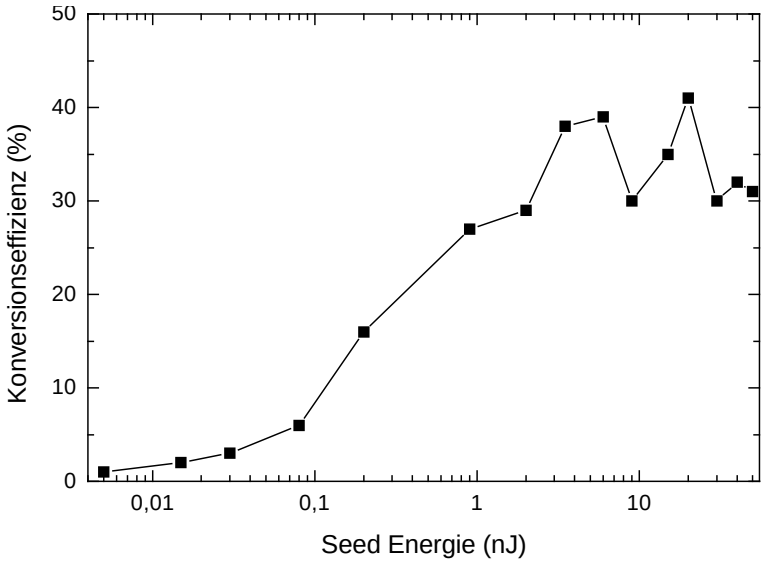


Abbildung 2.28: Konversionseffizienz einer Verstärkerstufe als Funktion der Seedenergie bei konstanter Pumpenergie, hier für $I = 1$ GW/cm^2, 530 nm, 30 ps Pulse in 1 mm BBO-I, aus [Dan93]

In der folgenden Tabelle sind die für die Stufen gewählten Eingangsparameter zusammengestellt.

Stufe	Intensität [GW/cm^2]	Pumpenergie [μJ]	Strahlradius [mm]
Seed-Erzeugung	70 - 130	35	0.31 mm
Vorverstärker	26 - 40	375	2.0 mm
Endverstärker	40	790	2.34 mm

2.4.3 Bestimmung der Elemente des BBO-OPA

BBO-Kristall

Als Kristallänge wurde 4.8 mm gewählt, der Schnittwinkel ergibt sich für Type-II-Phasenanpassungsart zu 27°. Bei Verwendung der in Abschnitt 2.4 gewählten Strahlradien reicht ein Kristallquerschnitt von 6×8 mm^2 aus. Die Kristalle werden quaderförmig gefertigt, da sich die effektive Kristallbreite durch die Drehung des Kristalls bei der Durchstimmung verkleinert.

Da BBO hygroskopisch ist, sollte er mit einer Schutzbeschichtung versehen werden, sofern sie den Betrieb des Kristalls mit den notwendigen Intensitäten gestattet und über den gesamten Wellenlängenbereich von 800 nm bis 2600 nm transparent ist. Zum weiteren Schutz des Kristalls vor einer Eintrübung kann der Kristall auf eine konstante Temperatur von 40° C gebracht werden [Qua96].

Parameter	Wert
Länge	4.8 mm
Schnittwinkel θ	27°
Schnittwinkel ϕ	0°
Größe	6×8 mm^2
Beschichtung	keine
Durchstimmbereich $\Delta\theta$	5°

Der Kristall muß auf einem Rotationstisch aufgebaut werden. Typische Rotationstische bieten eine Winkelauflösung von 30 Bogensekunden. Da der gesamte Durchstimmbereich von 700 nm 4° ist, kann damit die Zentralwellenlänge des Signals auf 1.5 nm genau eingestellt werden.

Teleskope

Zur Vermeidung von Abbildungsfehlern wie Astigmatismus und Koma sollten keine Spiegelteleskope sondern Linsenteleskope verwendet werden. Für jedes Teleskop wird eine plankonvexe sowie eine plankonkave Linse verwendet. Der Abstand der Hauptebenen ist gleich der Differenz ihrer Brennweiten, die Vergrößerung der Quotient ihrer Brennweiten [Ber87]. Für die Endverstärkung wird der Strahl leicht aufgeweitet.

Stufe	Konvexlinse	Konkavlinse	Abstand	Abbildungsfaktor
Seederzeugung	$f = 500$ mm	$f = -90$ mm	410 mm	5.56
Vorverstärkung	kein Teleskop			
Endverstärkung	$f = 600$ mm	$f = -700$mm	100 mm	1.17

Strahlführung

Als Umlenkspiegel können Silberspiegel verwendet werden, Um den Strahlversatz beim Durchstimmen der Wellenlänge zu kompensieren, kann eine planparallele Glasplatte entgegen der Kristalldrehrichtung mitgedreht werden [Qua96].

2.5 Konversion in den VIS/UV-Bereich

Zur Konversion des mit dem OPA erzeugten Signals in den sichtbaren und ultravioletten Frequenzbereich gibt es verschiedene Möglichkeiten: Frequenzverdopplung [Kry95] in nichtlinearen Kristallen liefert Pulse im sichtbaren Bereich, durch weitere Frequenzmischungsmethoden wie z. B. der Summenfrequenzerzeugung mit den Pumppulsen des OPA oder weiterer Frequenzverdopplung kann der Durchstimmbereich bis etwa 260 nm erweitert werden. Abb. 2.1 zeigt die Energien als Funktion der Wellenlänge bei Durchstimmung eines vergleichbaren OPA-Systems. Die verschiedenen Kurven zeigen die erhaltenen Energien bei weiterer Konversion über Frequenzverdopplung, Summenfrequenzerzeugung der Fundamentalen mit dem Signal und weiterer Frequenzmischung.

2.6 Zusammenfassung

Zur Erzeugung ultrakurzer Pulse im UV wurde ein OPA geplant, der die Pulse unseres Systems zunächst in das IR konvertiert, um über mehrere 100 nm durchstimmbare Pulse zu erhalten. Über weitere Frequenzvervielfachung können die Pulse dann durchstimmbar in das UV konvertiert werden. Der Betrieb des OPA im IR ist aufgrund der größeren Verstärkungsbandbreite für das Signal, der geringeren Gruppengeschwindigkeitsdispersion und der kleineren Gruppengeschwindigkeitsdifferenzen der beteiligten Pulse für die gegebenen Pulsdauern unseres Lasers günstiger.

Die Rechnungen orientieren sich an einem einfachen Modell, so daß keine quantitativen Aussagen über die zu erwartende Konversionseffizienz gemacht werden können. Dieses einfache Modell reicht aber aus, um die Kristallparameter zu bestimmen und die für die Verstärkerstufen notwendigen Intensitätsbereiche festzulegen. Wie in vergleichbaren Systemen wie dem TOPAS sollte eine Konversion in das IR mit einer Effizienz von etwa 20 % möglich sein.

Kapitel 3

Optischer Vielkanalanalysator

3.1 Einleitung

Zur Diagnostik von kurzen Laserpulsen gibt es zwei Standardverfahren: Untersuchung des Spektrums sowie der Analyse des zeitlichen Verlaufs mittels Autokorrelation.

Das Spektrum ist die Fouriertransformierte des zeitlichen Feldstärkeverlaufs der Pulse und hat für Gaußsche Pulse ein gaußförmiges spektrales Intensitätsprofil, dessen Maximum die Mittenfrequenz des Pulses definiert.

Die Anforderungen an den Spektrographen sind durch die Eigenschaften der zu untersuchenden Laserpulse gegeben. Die Zentralwellenlänge liegt im Bereich von 750 nm bis 850 nm [Bor96], die spektrale Breite des Profils ist etwa 10 bis 30 nm [Hey96], so daß ein Meßbereich von 50 nm ausreicht, um das gesamte Spektrum aufzuzeichnen. Da das spektrale Profil glatt ist, genügt eine spektrale Auflösung von $\Delta\lambda = 0.25$ nm.

Übliche Spektrometeraufbauten [Dem93, Ber87] bestehen aus einem Eintrittsspalt, einer Kollimierlinse, einem dispersiven Element (z.B. Gitter oder Prisma), einer Sammellinse und einem Detektor (z.B. eine Photodiode hinter dem Austrittsspalt des Spektrometers). Wird anstatt eines Austrittsspaltes in der Fokusebene der zweiten Linse ein Vielkanaldetektor (z.B. eine CCD-Zeilenkamera) verwendet, so kann ein ganzer Bereich des Spektrums aufgenommen werden, und man nennt das Gerät OMA („optical multichannel analyser“) [Dem93].

Ziel der vorliegenden Arbeit war es, zu dem bestehenden Autokorrelator [Bor96] ein OMA-System aufzubauen und eine Software zu entwickeln, so daß die Steuerung beider Geräte und die Datenaufnahme mit nur einem Computer erfolgen kann. Der Vorteil der Integration in einer Software ist, daß Ergebnisse von OMA und Autokorrelator sofort verbunden werden können (z. B. Berechnung des Zeit-Bandbreite-Produktes).

Der Aufbau des OMA erfolgt in Anlehnung an einen bestehenden OMA-Aufbau [Bor96], in dem das Spektrum mit einem Gitter erzeugt, mit einer Sammellinse auf eine Diodenzeile (EG&G, Reticon, RL1024 SAQ-011) fokussiert wird. Die Daten werden mit einer Steuereinheit ausgelesen und einem Atari-Computer verarbeitet.

3.2 Aufbau des Systems

Abb. 3.1 zeigt den schematischen Aufbau, Abb. 3.2 ein Foto des Systems zur Pulsdiagnostik. Abb. 3.3 zeigt den Strahlengang im OMA für einen monochromatischen Strahl.

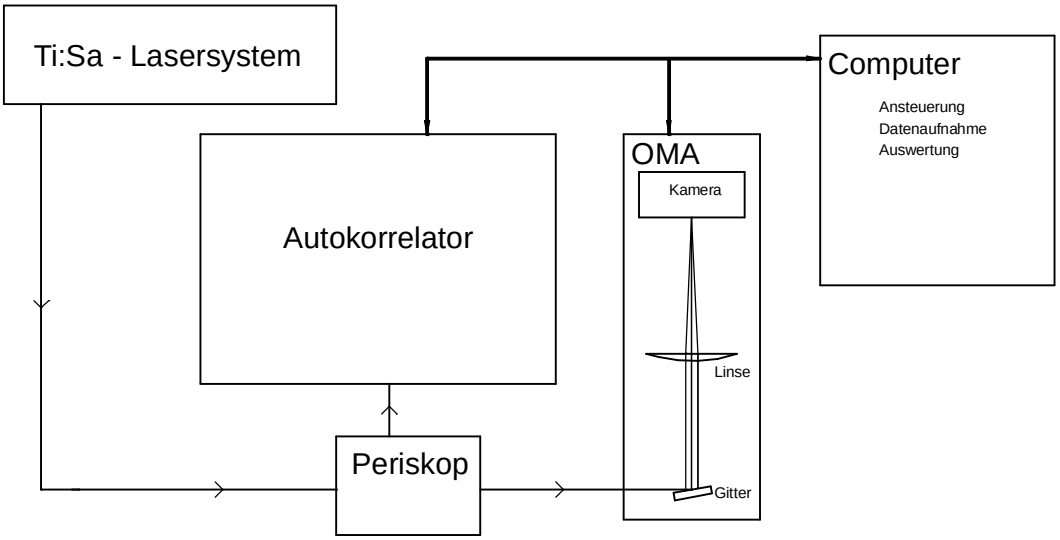


Abbildung 3.1: Prinzipskizze des Systemaufbaus

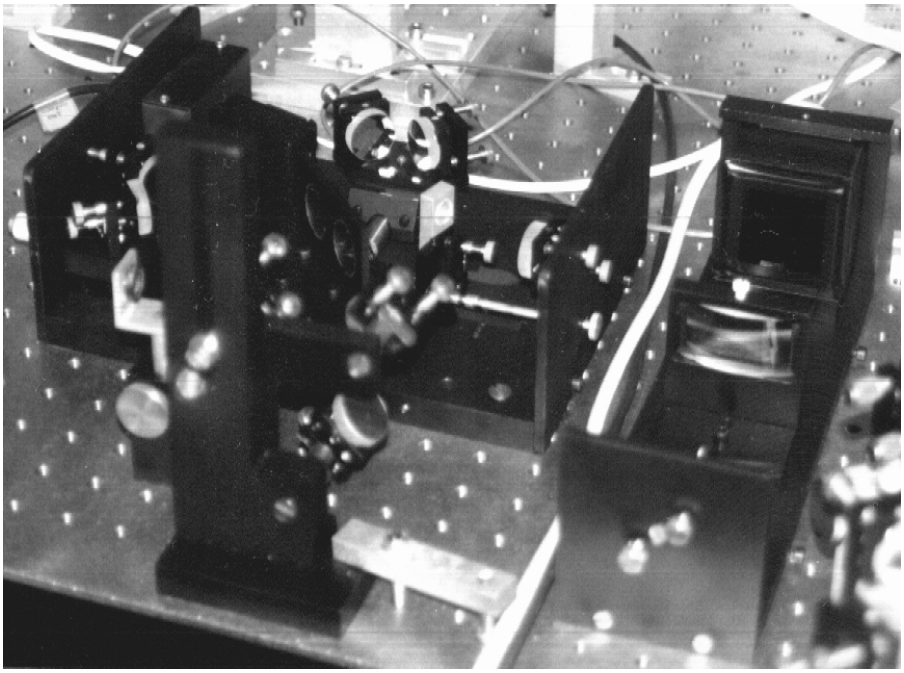


Abbildung 3.2: Das Foto zeigt den Autokorrelator (hinten links), den OMA (rechts) und die Einkoppeleinheit (vorne).

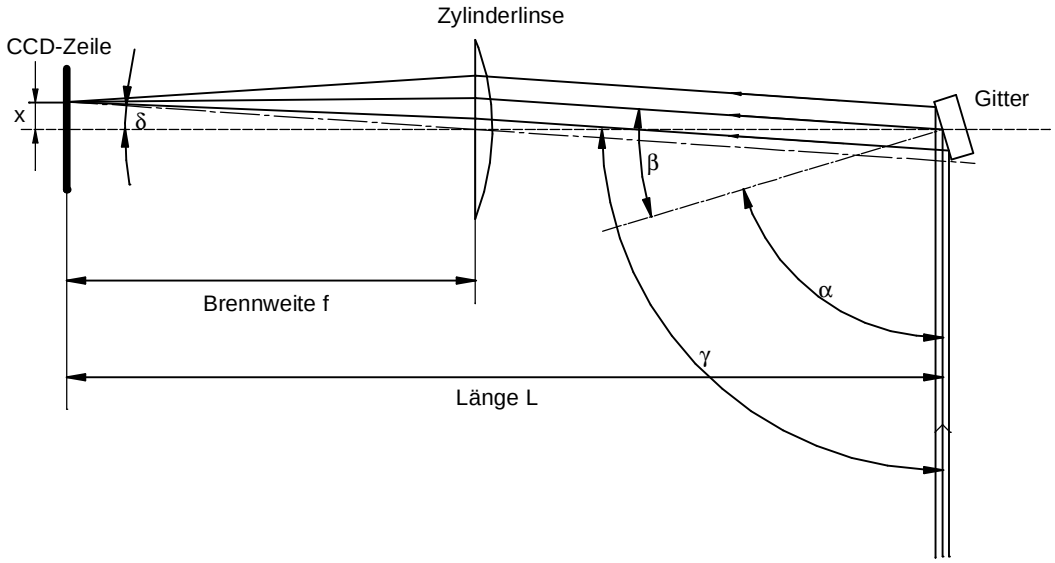


Abbildung 3.3: Strahlengang im OMA für monochromatische Strahlung

Die folgende Tabelle stellt die Kenngrößen des OMA zusammen:

Länge des Spektrometer L	208 mm
γ	90°
α	$\approx 86°$
Gitter	
Gitterkonstante	1200 mm^{-1}
Strichlänge	12.5 mm
Breite	25 mm
Substratdicke	10 mm
Zylinderlinse	
Brennweite f	100 mm
Breite	50 mm
Höhe	30 mm
max. Dicke	6 mm
Kamera	2048 CCD-Elemente, linear
Pixelgröße	14×14 μm^2
Zeilenlänge	28.6 mm

3.3 Elemente des OMA

Auf eine Kollimierung des Einfallsstrahls wird verzichtet, da die Divergenz der zu untersuchenden Laserstrahlen kleiner als 0.5 mrad [Hey96] ist. Somit werden für den OMA 3 Elemente benötigt: Reflexionsgitter, Linse und Zeilenkamera.

3.3.1 Gitter

In einem Gitterspektrographen wird ein Reflexionsgitter unter einem Winkel α zur Gitternormalen mit einem parallelen Lichtbündel bestrahlt (vergl. Abb. 3.4). Die Gitterfurchen können als kohärente Lichtquellen angesehen werden. Die reflektierten Anteile führen je nach Wellenlänge und Reflexionswinkel zu konstruktiver oder destruktiver Interferenz.

Die Bedingung für konstruktive Interferenz ergibt sich direkt aus dem Gangunterschied für die auf benachbarte Furchen eintreffende Wellen und wird durch die Gittergleichung

$$m\lambda = d(\sin(\alpha) + \sin(\beta)), \tag{3.1}$$

angegeben, wobei m die Beugungsordnung, d der Gitterfurchenabstand, β der Reflexionswinkel gegen die Gitternormale ist (s. Abb. 3.4). β ist positiv, wenn der ausfallende Strahl auf der gleichen Seite wie der einfallende Strahl liegt.

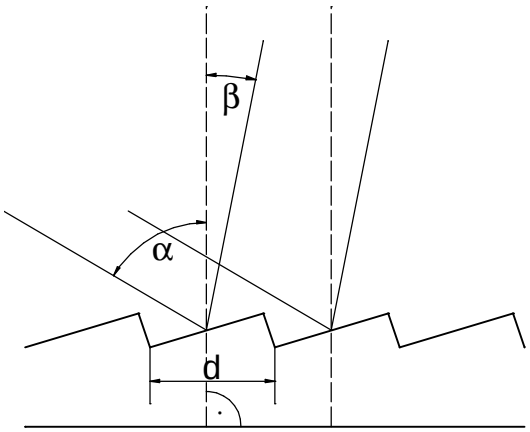


Abbildung 3.4: Zur Illustration der Gittergleichung

Bei festen α, m, d ergibt sich der wellenlängenabhängige Ausfallswinkel β aus Gl. (3.1) zu

$$\beta(\lambda) = \arcsin\left(\frac{m\lambda}{d} - \sin(\alpha)\right), \tag{3.2}$$

die Winkeldispersion nach Differenzieren von (3.2) zu

$$\frac{\partial\beta}{\partial\lambda} = \frac{m}{d\cos(\beta)} \quad . \tag{3.3}$$

Die Amplitude $I(\beta)$ ergibt sich durch Summation der reflektierten Teilwellen jeder Furche [Dem93]. Sie wird maximal, wenn β die Gl. (3.1) erfüllt. Die halbe Fußpunktsbreite des Maximums ist $\Delta\beta = \lambda / Nd$. Die Maxima werden um so schmaler, je mehr

Furchen interferieren. Das Auflösungsvermögen des Gitters ist durch

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN \tag{3.4}$$

gegeben [Dem93], wobei N die Zahl der beleuchteten Gitterfurchen ist.

Bei der Anordnung des Gitters ist zu beachten, daß die Polarisation des Lichts senkrecht zu den Gitterfurchen stehen muß, damit das Licht spektral aufgefächert wird.

In Anlehnung an den bestehenden OMA-Aufbau wurde ein Gitter mit der Strichdichte $n = 1200$ mm^{-1}, der Strichlänge 12.5 mm , der Gitterbreite 25 mm, der Substratdicke 10 mm gewählt und die 1. Beugungsordnung ($m = 1$) verwendet. Das Gitter wird unter einen Einfallswinkel von etwa $\alpha = 87°$ verwendet, wodurch gewährleistet wird, daß das Gitter durch die räumliche Ausdehnung des Laserstrahls auf der gesamten Fläche ausgeleuchtet wird. Aus der Gittergleichung (3.1) und $\alpha + \beta = \gamma = 90°$ ergeben sich die Winkel $\alpha = 87.75°$, $\beta = 2.25°$, damit Strahlung der Wellenlänge $\lambda = 800$ nm parallel zur Achse des OMA gebeugt wird. Die Winkeldispersion ist 1.2 mrad/nm.

3.3.2 Linse

Zur Fokussierung des vom Gitter gebeugten Spektrums auf die Detektorzeile wird eine Zylinderlinse verwendet. Das in der Fokalebene entstehende Bild ist für monochromatische Strahlung der Wellenlänge λ mit gaußförmigem radialem Profil eine senkrecht zur Dispersionsebene stehende Bande, deren Intensitätsprofil in der Dispersionsebene sowie senkrecht dazu gaußformig ist. Die Länge der Bande ist durch den Durchmesser des Einfallsstrahls, die Breite durch

$$2w_0 = \frac{2f\lambda}{\pi w_s} \tag{3.5}$$

gegeben, wobei $2w_s$ die Breite des Strahls auf der Linse ist.

Für den hier aufgebauten OMA wurde eine Zylinderlinse mit einer Brennweite $f = 100$ mm ($\lambda = 800$ nm) und einer Größe von $30 \times 50 \times 6$ mm^3 aus BK7-Glas verwendet. Um den Abbildungsfehler durch die sphärische Längsaberation gering zu halten, wird die plane Seite der Linse zum Fokus gerichtet [Ber87].

Die zur Wölbungsrichtung senkrecht stehende Achse Z der Zylinderlinse muß senkrecht auf der Dispersionsebene stehen.

Der geometrische Abstand der Fokusstrische zweier Wellenlängen mit $\Delta\lambda = 1$ nm in der Fokalebene der Linse ergibt sich mit

$$\Delta x \approx f\frac{\partial\beta}{\partial\lambda}\Delta\lambda \tag{3.6}$$

zu $\Delta x = 120$ μm.

3.3.3 Kamera

Zur Aufnahme des Spektrums wird eine CCD-Zeilenkamera (Model ETO-CSC-2048, Eta-Optik, Vertrieb über Fa. Laser 2000 GmbH) verwendet, weil sie preisgünstiger als vergleichbare Diodenzeilen ist und bzgl. der Anforderungen an das System angemessen

ist. 2048 Detektorelemente der Größe $14 \times 14\ \mu m^2$ sind linear angeordnet. Die Länge der CCD-Zeile ist somit 28.67 mm. Die spektrale Empfindlichkeit ist im Bereich von 300 nm bis 1000 nm größer als 10 %. Die Wandlungsdynamik beträgt 12 Bit (36 dB). Durch die Pixelbreite von 14 μm ist die spektrale Auflösung (14 μm/Pixel)/(120 μm/nm) = 0.1167 nm/Pixel gegeben. Durch die Zahl der Pixel kann ein Wellenlängenbereich von 239 nm dargestellt werden. Eine Kühlung des Detektors ist nicht notwendig. Die Integrationszeit läßt sich von 35 ms bis 1000 ms wählen. Die Verbindung der Kamera mit dem Computer erfolgt über eine PC-Interface-Karte (ISA-Slot).

Die Detektorelemente einer CCD-Zeile (charge-coupled-devices) sind Halbleiter-pn-Übergänge. Die durch Belichtung in der Verarmungszone entstandenen Ladungsträger werden gesammelt. Nach Ablauf der Integrationszeit werden die Ladungen durch Anlegen geeigneter Potentiale an die Enden den CCD-Zeile von einer Kapazität zur nächsten taktweise verschoben, bis sie an einer Ausgangsdiode in Form eines Strompulses als Meßsignal erscheinen [Dem93]. Die spektrale Empfindlichkeit der Detektoren ist einerseits durch die Absorption im Beschichtungsmaterial (z.B. Glas) der sensitiven Elemente, andrerseits durch den elementaren Prozeß der Messung begrenzt, überdeckt jedoch den gesamten sichtbaren Bereich, meist von 300 nm bis 1000 nm. Zur Speicherung und Verarbeitung wird das Signal mittels eines ADC („Analog Digital Converter“) digitalisiert und in einen internen Speicher gesichert. Über eine Rechnerschnittstelle kann die Integrationszeit programmiert werden. Die Meßdaten werden an den Computer übertragen und dort ausgewertet. Das Meßergebnis ist eine zum Meßwert proportionale Zahl, die zwischen 0 und $N_{max} = 2^d - 1$ liegt, wobei d die Wandlungsgenauigkeit des ADCs in Bit ist und in counts angegeben wird.

Der Vorteil von CCD-Zeilen gegenüber anderen Detektoren besteht in einem sehr geringen Dunkelstrom von 10^{-2} Elektronen pro Sekunde und einem sehr geringen Ausleserauschen, so daß ein dynamischer Bereich von 50 dB gegeben ist. Bei einer Wandlungsgenauigkeit von 12 Bit wird eine Dynamik von 36 dB erreicht.

3.3.4 Justage des OMA-Systems

Das Gitter wird so eingebaut, daß die Beugung in erster Ordnung maximal ist und die Gitterfurchen entsprechend der Blazerichtung stehen. Die Gitterfurchen stehen senkrecht zur Tischebene. Die Hauptebene der Zylinderlinse steht senkrecht zur Hauptachse des OMA. Die Achse Z der Zylinderlinse steht parallel zu den Gitterfurchen. Die CCD-Zeile liegt in der Dispersionsebene und steht senkrecht auf der Hauptachse des OMA. Der durch eine leichte Verkippung der CCD-Zeile relativ zu dieser Lage bewirkte Meßfehler (es wird dann die Überlagerung des räumlichen Pulsprofils und des spektralen Intensitätsprofils gemessen) wird im Anhang A.4 untersucht und kann in Hinsicht auf die Anforderungen an den OMA vernachlässigt werden. Die Feinjustage des OMA erfolgt über das Signal, welches auf Maximum justiert wird. Um eine hochaufgelöste scharfe Abbildung im Spektrometer zu erreichen, erfolgt die Justage der Linse im cw-Betrieb des Oszillators [Bor96]. Die Breite der abgebildeten cw-Linie ist minimal, wenn die CCD-Zeile in der Fokusebene der Linse liegt.

Zur Filterung des Umgebungslichts und des Streulichts wird ein Neutralglasfilter von Schott mit einer Transmission von 10^{-4} direkt vor der Öffnung des Kamerakopfes angebracht.

3.3.5 Einkoppeleinheit

Der Strahl wird über ein Periskop in den Autokorrelator sowie in den OMA eingeführt (Abb. 3.5).

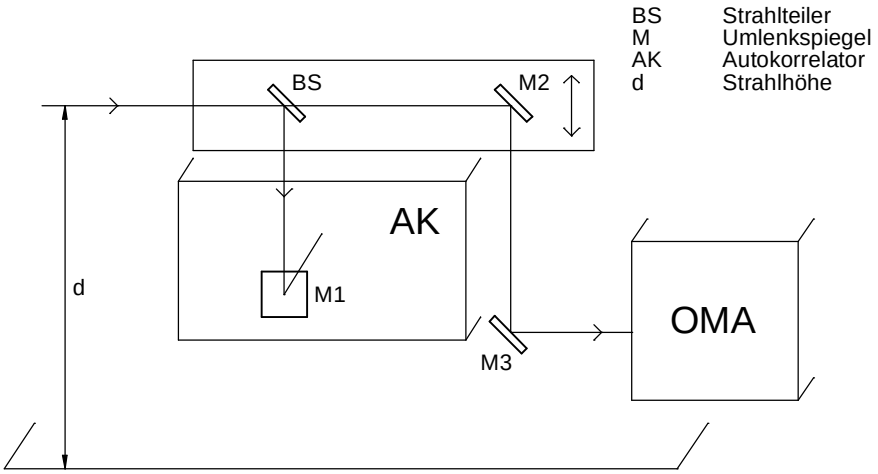


Abbildung 3.5: Strahlengang in der Einkopplungseinheit

Zur Umlenkung der Strahlen werden Silberspiegel verwendet, da sie über den gesamten Wellenlängenbereich eine konstante Reflektivität aufweisen. Durch die Anordnung des Spiegels M1 wird die Polarisation um 90° gedreht und so die erforderliche Polarisation für den Autokorrelator erreicht. Der Strahlteiler (30×25 mm^2, Dicke 1.5 mm) reflektiert 90 % in S-Polarisation (senkrecht zur Einfallsebene) für 800 nm und ist an der Rückseite Anti-Reflex beschichtet.

3.4 Ansteuerung der Meßelektronik

Die Steuerung des OMA und des Autokorrelators erfolgt über einen IBM-kompatiblen PC (Intel 80486 CPU, 40 MHz, 4 MB RAM, 2 ISA-Bus-Slots, MS Windows 3.11 - Betriebssystem). Zur Programmierung der Software wurde Borland Pascal 7.0 verwendet.

Die Ansteuerung der CCD-Zeilenkamera erfolgt über die Unit CCDIO.PAS. Sie definiert ein Objekt TCCD, mit dessen Methoden auf die Meßdaten zugegriffen werden kann:

Methode	Funktion
CCDInit:	Initialisierung der CCD-Zeile
SetIntegrationszeit(t):	Setzen der Integrationszeit
GetData:	Auslesen der CCD-Zeile
get(nr):	liefert das Signal des Detektorpixels nr
put(nr, wert):	schreibt wert in das Array an Position nr

Der Kamerakopf verfügt über einen eigenen Zeittakt. Er startet die Meßperiode selbständig und sichert die Meßdaten nach der Integrationszeit, die ein Vielfaches der Taktperiode ist. Da der Takt auch die Geschwindigkeit bestimmt, mit der die Daten

an den PC übertragen werden, ergibt sich eine minimale Integrationszeit, bei der alle Pixel übertragen werden können. Diese beträgt 35 ms. Die maximale Integrationszeit ist durch die Bitbreite des Zählerregisters gegeben und beträgt 950 ms. Wird die Routine GetData aufgerufen, so wartet das Programm auf ein Signal der Kamera, daß eine Integrationsperiode abgelaufen ist. Dann werden die Daten übertragen. Ein wichtiger Punkt ist das Verbieten und Erlauben der Interrupts durch den Inline-Assembler-Code der Routinen Disable und Enable, welche von der Methode GetData aufgerufen werden. Ohne dieses Verfahren kommt es zu Timing-Problemen, und die Daten des Pixels i werden nicht in die Arrayposition CCD$[i]$, sondern in CCD$[i-d]$ geschrieben, wobei d eine von der Länge der Störung abhängige Größe ist.

Zum Einbau in das UFA-Programm wurden die der CCD-Kamera beigelegten Treiberroutinen von C++ nach Borland Pascal 7.0 konvertiert (s. Anhang A.2). Die Treiberroutinen des Autokorrelators wurden von J. Borkowski geschrieben [Bor96] und als Methoden des Objekts AKD gekapselt.

3.4.1 Das Autokorrelatorprogramm

Zur Steuerung des Autokorrelators und des OMA wurde das Programm UFA (Ultra-Fast-Autocorrelator) mit Borland Pascal 7.0 für MS Windows entwickelt.

Nach Start des Programms „ufa.exe“ öffnet sich je ein Fenster für die Autokorrelation, das Spektrum und die Auswertungsergebnisse. Die Auswahl der Funktionen erfolgt per Maus oder Tastatur über die Menüzeile. Abb. 3.6 zeigt ein Bild der Benutzeroberfläche.

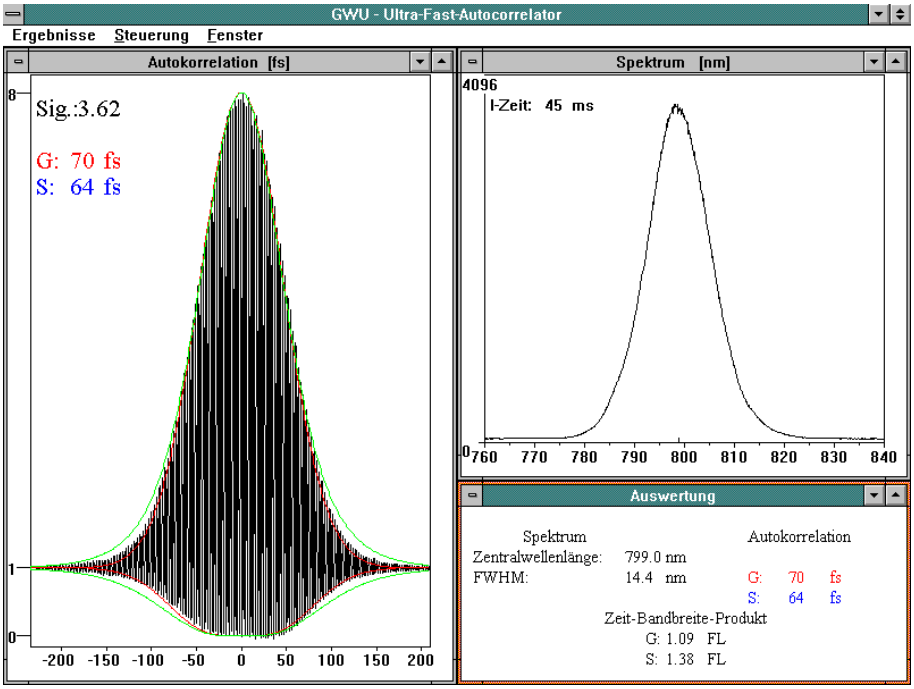


Abbildung 3.6: Benutzeroberfläche des UFA-Programms

Installation und Inbetriebnahme der Software

- UFA.EXE und UFA.PAR müssen von der Diskette in ein beliebiges Verzeichnis

der Festplatte kopiert werden.

- Unter Windows 3.11 kann durch „Programm hinzufügen“ ein Icon für UFA.EXE angelegt werden.
- Der Start des Programms erfolgt durch Doppelklick auf UFA.EXE im Dateimanager oder auf das UFA-Icon.
- Auswahl des Menüpunkts „Steuerung/Echtzeit“ startet die Meßwertaufnahme im jeweiligen Fenster.

Funktionen des Autokorrelators

Im Menü Steuerung hat man die Wahl zwischen interferometrischer und intensiometrischer Autokorrelation. Die Modi unterscheiden sich in der Auswertung der Daten. Es können sowohl Fitkurven zur Annahme einer Gauß-Pulsform als auch einer sech^2-Pulsform angezeigt werden. Durch Auswahl des Menüpunktes Steuerung/Echtzeit oder durch Druck einer Taste bei aktiviertem Autokorrelatorfenster wird die Aufnahme einer Autokorrelation gestartet.

Für die Autokorrelation wird aus den Meßdaten die absolute Halbwertsbreite der Autokorrelation in fs, sowie die maximale Amplitude bestimmt. Die Nullposition des Delays wird über die Flanken des Autokorrelationssignals ermittelt. Weiter wird die Pulsdauer bei Annahme einer Gauß- und einer sech^2-Pulsform berechnet. Im Menü „Parameter/Parameter editieren“ können die Endposition des Piezos, die Genauigkeit (oder Schrittweite des Piezos) und das Wandlerdelay gewählt werden. Je mehr Zeit dem AD-Wandler der Autokorrelatorkarte pro Wandlungsvorgang zur Verfügung steht, desto genauer ist der produzierte Spannungswert, der an den Piezotreiber des Autokorrelators gegeben wird. Für den hier verwendeten Laborrechner genügen Delay-Werte von 100. Dieser Endwert einer Warteschleife ist in schnelleren Rechnern entsprechend höher zu wählen. Die Endposition E des Piezos kann zwischen 1 und 16383 gewählt werden. Die Genauigkeit G bestimmt die Anzahl der Piezo-Schritte S gemäß $S = E/(5 \cdot (G-1))$. Für die Genauigkeit 1 werden E Schritte durchgeführt. Zur Justage des Autokorrelators kann mit dem Menüpunkt „Eichung/Sägezahn“ ein Sägezahnsignal an den Piezo gesendet werden. Mit dem Menüpunkt „Eichung/Piezo“ kann der Hub des Piezos analog zu [Bor96] geeicht werden: es wird eine interferometrische Autokorrelation für eine cw-Linie bekannter Wellenlänge aufgenommen. Über den Abstand der Maxima wird auf die Delaystrecke geschlossen.

Funktionen des OMA

Für das Spektrum wird aus den Meßdaten die Zentralwellenlänge des Pulses und die spektrale Halbwertsbreite ermittelt. Eine Gaußanpassung kann über das Menü Steuerung aktiviert werden. Bei Anwahl des Menüpunkts „Gain-Abgleich“ wird die Integrationszeit automatisch so angepaßt, daß die Dynamik der Kamera voll ausgenutzt wird.

Die mit dem Menüpunkt „Parameter“ einstellbare Genauigkeit G bezieht sich nur auf die Zahl der dargestellten Punkte. Werte zwischen 1 und 6 sind erlaubt. Es werden, bei Auswahl des vollen Darstellungsfensters $2048/G$ Punkte gezeigt. Das Darstellungsfenster kann kleiner sein als der gesamte Wellenlängenbereich, der die CCD-Zeile trifft.

Über die Parameter Startwellenlänge und Endwellenlänge kann der dargestellte Bereich gewählt werden. Weiterhin kann hier die Integrationszeit eingegeben werden. Mit dem Menüpunkt „Schnelljustage“ wird die Analyse der Spektren sowie die Aktualisierung des Auswertungsfensters unterbunden. Bei Integrationszeiten von 35 ms können mit dem verwendeten Rechner etwa 8 Spektren pro Sekunden aufgenommen werden.

Zur Eichung des OMA stehen 2 Methoden zur Verfügung:

- Zwei-Wellenlängeneichung: Es werden 2 cw-Linien bekannter Wellenlänge aufgenommen. Das Programm ermittelt die Pixelpositionen der Maxima und berechnet daraus den (nm/Pixel)-Wert, sowie den Eichungs-Offset.

- Relativ-Eichung: Es wird eine bekannte cw-Linie aufgenommen. Mit dem durch die Geometrie vorgegebenen (nm/Pixel)-Wert wird die neue Eichformel generiert.

Im Auswertungsfenster werden die Ergebnisse der Autokorrelationsmessung und des Spektrums sowie die aus den Ergebnissen berechneten Zeit-Bandbreite-Produkte bei Annahme einer Gauß- oder sech^2-Pulsform dargestellt.

Jedes Fenster verfügt über die Möglichkeit, die Daten zu speichern. Bei der Autokorrelation werden die Meßdaten als Text-Datei im Format (Delay in fs, relatives Signal) gespeichert, bzw. für den OMA im Format (Wellenlänge in nm, Signal [0 bis 4095]).

Der Quellcode des Autokorrelatorprogramms sowie eine Demo-Version finden sich auf der Diskette im Anhang A.2.

3.5 Messungen

3.5.1 Funktion des OMA

Linearität

Zum Test des OMA wurde die Linearität des Detektor-Ausgangssignals zum eingestrahlten Photonenfluß untersucht. Bei konstanter Beleuchtung der CCD-Zeile mit einer Taschenlampe wurde über die Veränderung der Integrationszeit die Lichtenergie variiert. Die Aufnahme der Daten wurde mit dem im Anhang A.3 aufgeführten Testprogramm ETAITST.PAS gesteuert. Es werden Belichtungszeiten von 30 ms bis 900 ms eingestellt und je ein Kamerabild aufgenommen. Abb. 3.7 zeigt die Ergebnisse.

Die verschiedenen Kurven stellen die Meßwerte verschiedener Pixel dar. Die unterschiedlichen Steigungen der Kurven zeigen, daß die Bestrahlungsstärke bei den ausgewählten Pixel unterschiedlich war. Übersteigt das Signal den Maximalwert 4095 des AD-Wandlers, so ist die Grenze des Meßbereichs der CCD-Kamera erreicht.

Eine lineare Regression der Kurven im linearen Abschnitt unterhalb der Sättigung bestätigt, daß bis auf ein überlagertes Rauschen die CCD-Zeile linear auf das Produkt von Integrationszeit und Bestrahlungsstärke reagiert. Aus der Bestimmung des Schnittpunktes der Geraden mit der Zählraten-Achse ergibt sich ein Offset des Signals von ca. 60 counts.

Zur Überprüfung der Linearität wurde ein Spektrum der Oszillatorpulse aufgenommen und mit den Ergebnissen des mit dem bestehenden OMA-Aufbau („Atari-OMA“) [Bor96] verglichen. Dabei zeigte sich, daß beide Kurven sehr gut übereinstimmen (s. Abb. 3.8).

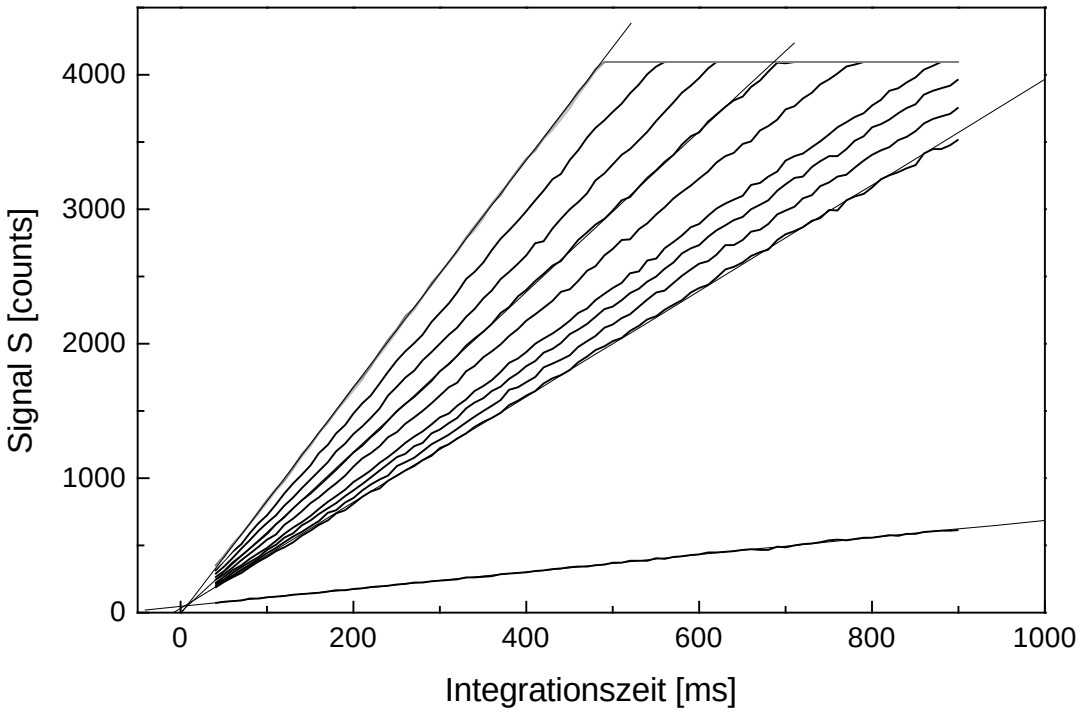


Abbildung 3.7: Detektorsignal als Funktion der Integrationszeit bei zeitlich konstanter Bestrahlung der CCD-Zeile, Kurven für verschiedene Beleuchtungsstärken

Eichung des OMA

Die Wellenlänge, die zu einem Signal des $n$ten Detektorelements führt, ist durch

$$\lambda(n) = m \cdot (n - n_0) + \lambda(n_0) \tag{3.7}$$

$$m = \left.\frac{d\lambda}{dn}\right|_{n_0} \tag{3.8}$$

gegeben. Bei der Eichung des OMA sind die Konstanten m, sowie die Wellenlänge $\lambda(n_0)$ für ein Pixel n_0 zu bestimmen. Zur Eichung des OMA werden 2 cw-Linien bekannter Wellenlänge λ_1, λ_2 aufgenommen. Das Spektrum der Strahlung zeigt ein scharfes Maximum auf der CCD-Zeile an der Position $n(\lambda_1)$ (bzw. $n(\lambda_2)$). Damit lassen sich die Eichungskonstanten berechnen.

Durch Einengung und Translation des Spaltes vor dem Endspiegel des Laser-Oszillators kann eine cw-Linie ausgewählt werden [Bor96]. Die Wellenlänge der cw-Linie wird mit einem Referenzspektrometer (SPEX, mit Diodenarray von EG&G, Modell 1420, sowie EG&G System Prozessor Model 1215) ermittelt. Für die Eichung wurde $\lambda_1 = 780$ nm, $\lambda_2 = 820$ nm gewählt. Die Pixelpositionen der Maxima wurden zu $n(\lambda_1) = 895$ und $n(\lambda_2) = 1240$ bestimmt.

Damit ergibt sich

$$m = \frac{d\lambda}{dn} \approx \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{n(\lambda_2) - n(\lambda_1)} = 0.1159 \text{ nm} . \tag{3.9}$$

Der gesamte auf die CCD-Zeile abgebildete Wellenlängenbereich ist

$$\Delta\lambda_{max} = m \cdot 2048 = 237.45 \text{ nm} . \tag{3.10}$$

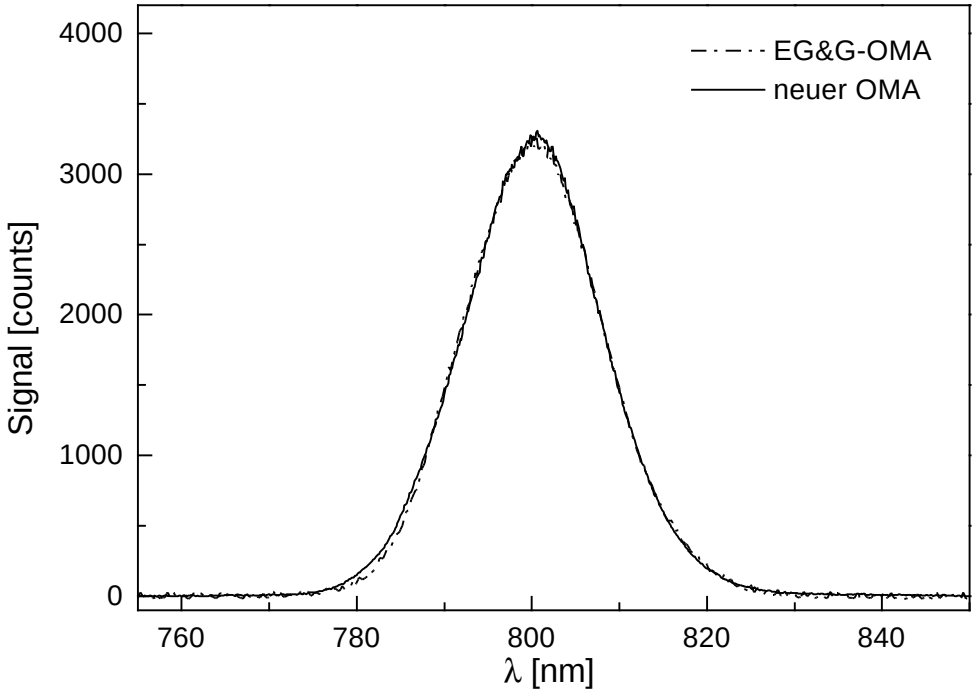


Abbildung 3.8: Vergleich der Meßergebnisse des PC-OMA mit denen des Atari-OMA am Beipiel der Oszillatorpulse

Licht der Wellenlänge 800 nm wird auf das Pixel

$$n(800\text{nm}) = 895 + 20\ \text{nm} \cdot \frac{2048}{237.45\ \text{nm}} = 1067 \tag{3.11}$$

abgebildet. Mit $\lambda_0 = 800$ nm , $n_0 = 1067$ und $m = 0.1159$ nm kann nun mit Gl. (3.7) die zu einem Detektorindex zugehörige Wellenlänge berechnet werden.

Die Eichung ergibt sich alternativ aus der Geometrie des Aufbaus. Mit den in der Abb. 3.3 verwendeten Größen ergibt sich

$$\beta = \gamma - \alpha + \delta \tag{3.12}$$

$$x = f \tan(\delta)\ . \tag{3.13}$$

Einsetzen von Gl. (3.12) in die Gittergleichung (3.1) ergibt

$$\lambda(x) = -\frac{d}{m}[\sin(\arctan(\frac{x}{f}) - \alpha + \gamma) - \sin(\alpha)]\ . \tag{3.14}$$

Abb. 3.9 zeigt die Funktion $\lambda(x)$ sowie einen linearen Fit für $\alpha = 84°$, $\gamma = \gamma(\alpha)$, $f = 100$ mm, $d = 0.833$ μm, $m = 1$. Der Fehler ist am Rand der CCD-Zeile kleiner als 0.65 nm. Damit ist die Annahme (3.7) der linearen Abhängigkeit zwischen Pixelindex und Wellenlänge gerechtfertigt.

f, α und γ sind nicht exakt bekannt. Es sollte $\gamma = 90°$ sein und α wird durch die Justage des Gitters so gewählt, daß der Fokus einer 800 nm cw-Linie auf der Hauptachse des OMA liegt.

Wählt man für α Werte zwischen 84° und 88°, so ergibt sich ein dazugehöriges γ, so daß $\lambda(0) = 800$ nm ist.

Ein Plot der verschiedenen $\lambda(x, \alpha, \gamma(\alpha))$ ergibt jedoch, daß die Differenz $\lambda(x, \alpha_1, \gamma(\alpha_1)) - \lambda(x, \alpha_2, \gamma(\alpha_2))$ für $\alpha_1 = 84°$, $\alpha_2 = 88°$ selbst am Rand ($x = 0$ bzw. $x = L$) kleiner als 0.064 nm, und damit im Vergleich zur durch die Pixelgröße gegebenen Auflösung vernachlässigbar ist.

Gemäß Gl. (3.14) hängt der insgesamt auf die CCD-Zeile fokussierte Wellenlängenbereich stark von f ab. Mit $f = 99.27$ mm stimmt der berechnete Wellenlängenbereich mit dem oben aus der Eichungsmessung extrapolierten Wellenlängenbereich $\Delta\lambda = 237.45$ nm überein. Die Brennweite weicht offentsichtlich von dem mit $f = 100$ mm angegebenen Wert ab. Der relative Fehler ist 0.73 %.

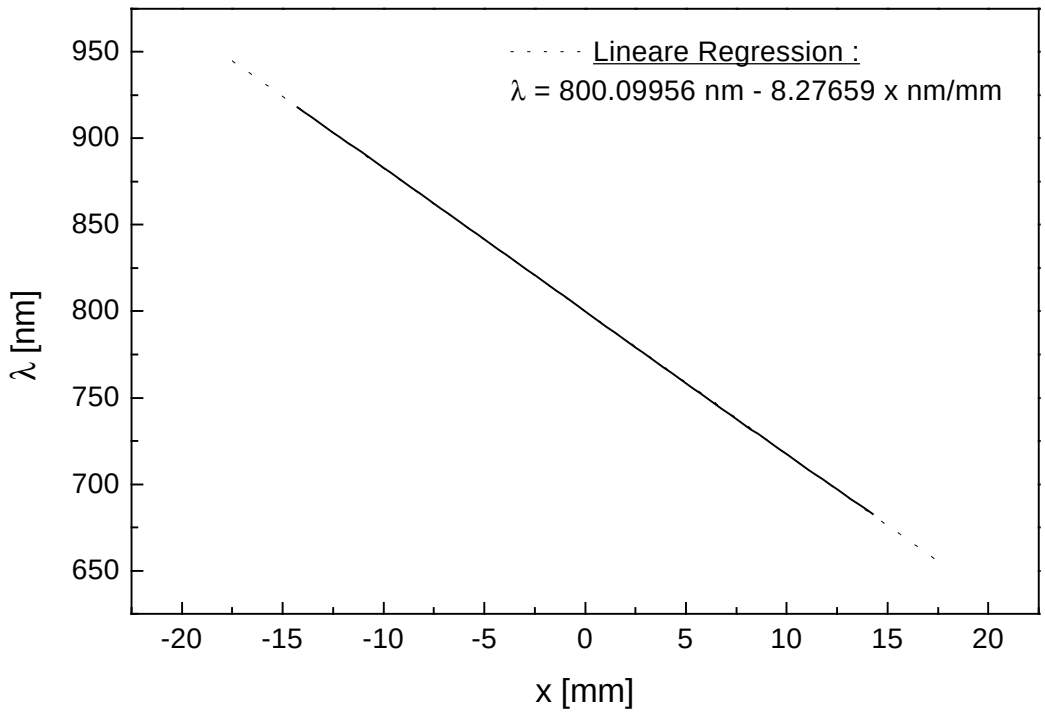


Abbildung 3.9: Wellenlänge als Funktion der Position x auf der CCD-Zeile. Die Regressionsgerade ist gepunktet gezeichnet.

Auflösungsvermögen

Die Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda$, die bei Einstrahlung zweier monochromatischer Wellen mit λ und $\lambda + \Delta\lambda$ nötig ist, um zwei getrennte Maxima zu erkennen, bestimmt das Auflösungsvermögen, das als

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \tag{3.15}$$

definiert ist.

Das Auflösungsvermögen des OMA ist durch den Einfallswinkelfehler, das Auflösungsvermögen des Gitters, die endliche Größe der Fokuslinien und durch die endliche Pixelgröße begrenzt.

Das in den OMA eingekoppelte Lichtbündel ist nicht parallel, sondern besitzt ein Winkelfenster $\Delta\alpha$. Der dadurch bedingte Winkelfehler $\Delta\beta$ ergibt sich durch Auflösen

der Gittergleichung nach β und Differenzieren nach α zu

$$\Delta\beta(\alpha,\lambda,d,m) = -\frac{\cos(\alpha)}{\sqrt{1-\frac{(m\lambda-d\sin(\alpha))^2}{d^2}}}\Delta\alpha \ . \tag{3.16}$$

Die Breite dx einer cw-Linie auf dem Detektor ist mit $f = 99.2$ mm, $\alpha = 85°$ durch

$$dx = f\tan(\Delta\beta) \approx 8.66\cdot 10^{-3}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{rad}}\Delta\alpha \tag{3.17}$$

gegeben. Die Divergenz der verstärkten Strahlung ist kleiner als 0.5 mrad [Hey96]. Der Strahl wird zudem noch mit einem Aufweitungsteloskop kollimiert. Eine obere Abschätzung für die Breite einer cw-Linie auf dem Detektor ist deshalb 4.33 μm. Dem entspricht mit Gl. (3.9) eine spektrale Auflösung von $\Delta\lambda = 35.9$ pm.

Das Auflösungsvermögen des Gitters ist $A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN$. Mit $m = 1$ und

$$N = 1200\ \mathrm{mm}^{-1}\cdot\ 25\ \mathrm{mm}\ =\ 30000\ , \tag{3.18}$$

und somit ergibt sich für $\lambda = 800$ nm eine Auflösung von $\Delta\lambda = 26.7$ pm.

Die Breite des Fokusstriches ergibt sich aus Gl. (3.5) mit $2w_s = 25$ mm, $f = 100$ mm, $\lambda = 800$ nm zu $2w_0 = 4$ μm. Mit der durch Gl. (3.9) gegebenen Eichung entspricht das einer Auflösung von $\Delta\lambda = 34$ pm.

Damit zwei getrennte Maxima erkannt werden, muß ein Pixel zwischen den Maxima der durch die Strahlen erzeugten Fokusse liegen. Der Abstand der Fokusse muß also 2 p_x sein (p_x ist die Breite eines Detektorelements in der Dispersionsebene). Der Abstand der Maxima auf dem Detektor ist durch

$$x = f\cdot(\tan(\delta(\lambda)) - \tan(\delta(\lambda+\Delta\lambda))) \tag{3.19}$$

gegeben, wobei δ der Winkel zwischen der optischen Achse des OMA und dem Wellenvektor des Lichts ist. Für kleine Winkel $\delta < 2°$ ergibt sich

$$\frac{x}{f} = \Delta\delta = \frac{\partial\beta}{\partial\lambda}\Delta\lambda = \frac{m}{d\cos(\beta)}\Delta\lambda. \tag{3.20}$$

Daraus folgt

$$\Delta\lambda = \frac{2p_x d\cos(\beta)}{mf} = 0.232\ \mathrm{nm}\ . \tag{3.21}$$

Insgesamt begrenzt die Pixelgröße die Auflösung am stärksten.

Zur Bestimmung des Auflösungsvermögens wird die spektrale Breite einer cw-Linie vermessen und eine Vergleichsmessung mit dem Referenzspektrometer (SPEX, mit Diodenarray von EG&G, Modell 1420, sowie EG&G System Prozessor Model 1215) durchgeführt. Abb. 3.10 zeigt die Meßergebnisse. Das Spektrum zeigt eine Breite von etwa 0.28 nm. Der Fokus des Strahls trifft hauptsächlich 2 Detektorelemente der CCD-Zeile. Berücksichtigt man die Halbwertsbreite $\Delta\lambda = 0.15$ nm der Strahlung, so steht das Ergebnis mit der oben durchgeführten Abschätzung des Auflösungsvermögens in Einklang und erfüllt die Auflösungsanforderung an den OMA.

Das Auflösungsvermögen kann durch Wahl einer Linse größerer Brennweite ohne bauliche Modifikation des OMA vergrößert werden.

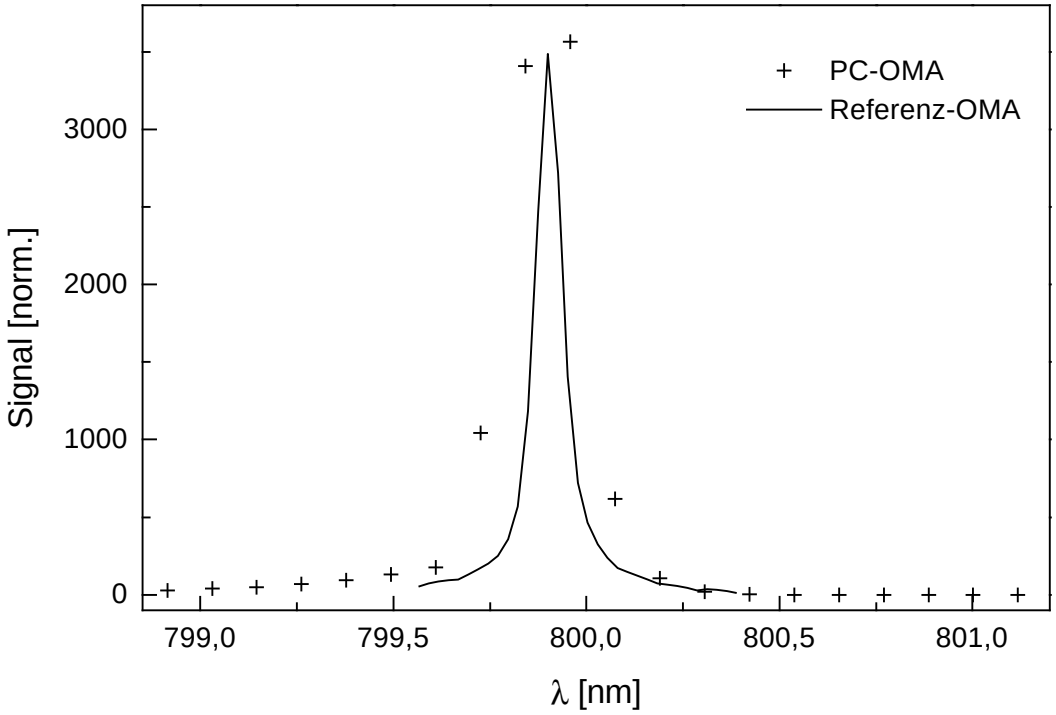


Abbildung 3.10: Überprüfung des Auflösungsvermögen des OMA anhand der Messung des Spektrums einer cw-Linie. Die Referenzmessung wurde mit dem Spektrometer SPEX durchgeführt.

3.5.2 Beispiele der Anwendung

Fourierlimitierte Oszillatorpulse

Durch die Echtzeitkontrolle sowohl der Pulsform als auch des Zeitbandbreiteproduktes können gezielt fourierlimitierte Oszillatorpulse eingestellt werden. Das Zeitbandbreiteprodukt ist unter Annahme eines gaußförmigen fourierlimitierten Pulses der Pulsbreite τ_p und der Bandbreite $\Delta\nu_{HW}$

$$\tau_p \Delta\nu_{HW} = 0.44 \ . \tag{3.22}$$

Die Abbildung 3.11 zeigt die Autokorrelation und das Spektrum eines so optimierten Oszillatorpuls einer Pulsbreite von 77.4 fs.

Verstärkte Pulse

Das Spektrum verstärkter Pulse kann mit dem OMA aufgenommen werden. Die Repetitionsrate verstärkter Pulse beträgt 1 kHz. Da die Zahl der Pulse, die den Detektor während der Integrationszeit trifft, je nach Beginn des Meßzeitintervalls um eins schwankt, wird eine gegen die Repetitionsperiode 1 ms große Integrationszeit I_T gewählt. Durch die Wahl $I_T > 50$ ms wird diese statistische Fluktuation auf weniger als 2 % gesenkt.

Mit diesem zusätzlichen OMA ist es erstmals möglich, das Spektrum der Oszillatorpulse und der verstärkten Pulse gleichzeitig zu beobachten. Die Abb. 3.12 zeigt Spektrum und Autokorrelation eines verstärkten Pulses. Das Zeitbandbreiteprodukt ist 0.566.

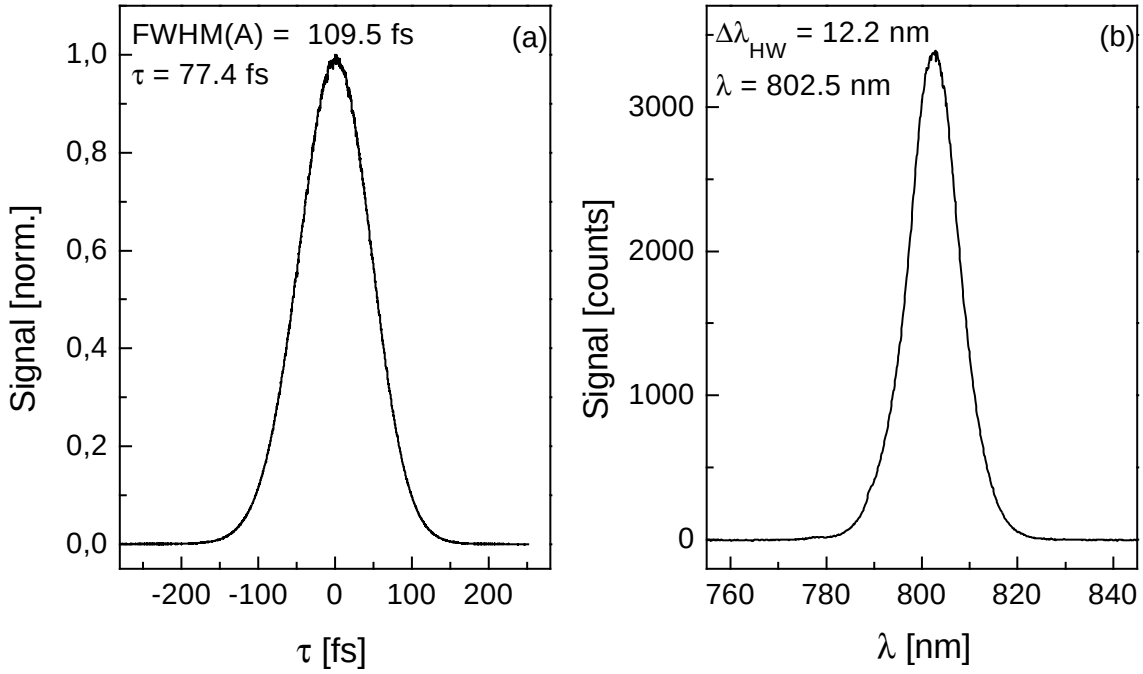


Abbildung 3.11: Autokorrelation (a) und Spektrum (b) fourierlimitierter Oszillatorpulse als Beispiel eines kombinierten Ergebnisses des Systems zur Pulsanalytik

Pulsformung

Mit der Möglichkeit, das Spektrum verstärkter Pulse zu betrachten, kann man jetzt den Einfluß von Blenden im Kompressor und die dadurch bedingte Pulsformung untersuchen. Die Abb. 3.13 zeigt einen Doppelpuls, der durch Ausblenden von Teilen des Spektrums mittels einer harten Blende im Kompressor entstanden ist. Der Abstand der Nebenmaxima ist 290 fs.

3.6 Fazit

Mit dem Aufbau des OMA-Systems und der Entwicklung des Steuerungsprogramms für den Autokorrelator und den OMA wurde die Diagnostik der Laserpulse erweitert und vereinfacht. Autokorrelation und Spektrum werden synchron aufgenommen und ausgewertet. Da mehrere Meßkurven pro Sekunde angezeigt werden, ist eine intuitive Kontrolle des Lasers möglich. Mit diesem OMA können erstmals die verstärkten Pulse untersucht werden, dadurch kann man z. B. eine Pulsformung durch Eingriffe in das Spektrum verstärkter Pulse untersuchen und kontrollieren.

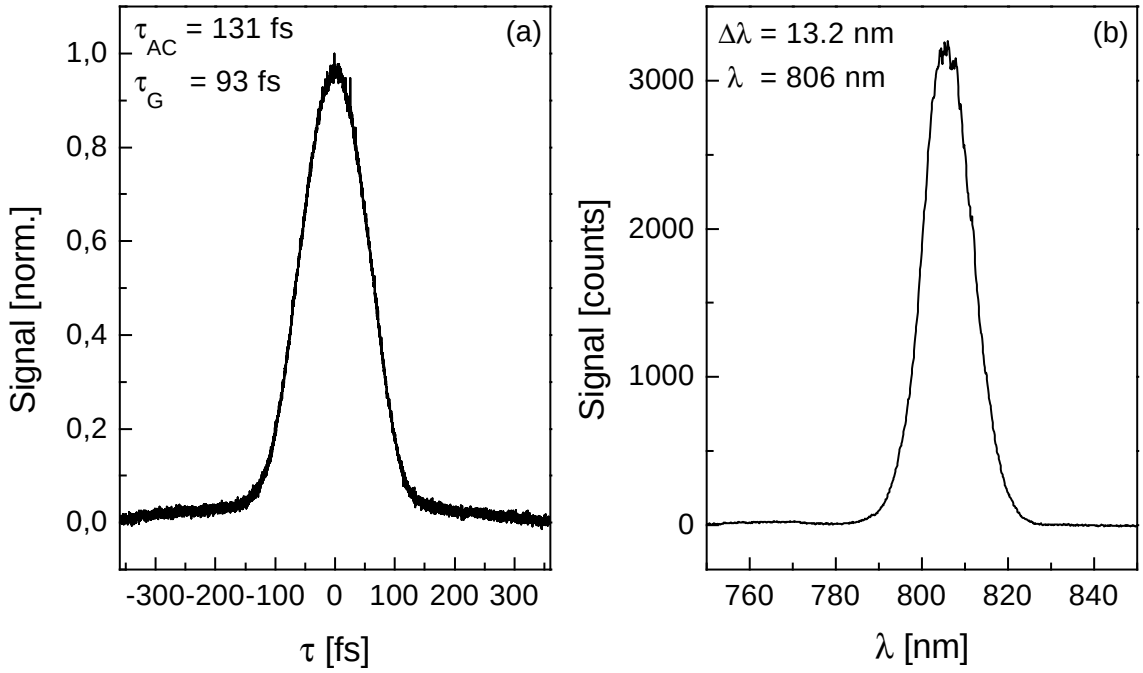


Abbildung 3.12: Autokorrelation (a) und Spektrum (b) verstärkter Pulse

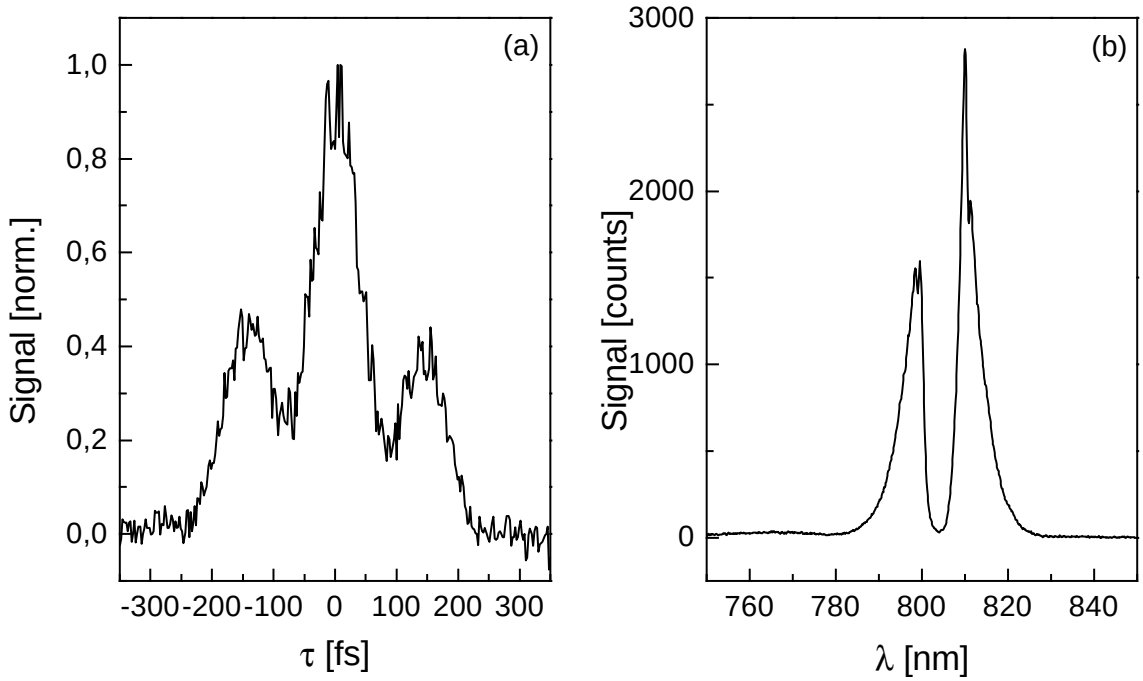


Abbildung 3.13: Beispiel einer Pulsformung durch eine harte Blende im Spektrum des Kompressors: (a) zeigt die Autokorrelation (b) das Spektrum der auf dieser Weise erzeugten Doppelpulse.

Zusammenfassung

Zur Frequenzkonversion der Strahlung unseres Lasersystems in das VUV oder XUV wurde eine Machbarkeitsstudie zur Erzeugung hoher Harmonischer angefertigt. Ergebnis dieser Untersuchung ist, daß die Erzeugung hoher Harmonischer möglich ist: es sind 10^2 bis 10^5 Photonen pro Puls bei Wellenlängen zwischen 40 nm und 25 nm zu erwarten. Da die Pulsenergie 1.2 mJ des Lasersystems im Vergleich zu üblichen zur Erzeugung hoher Harmonischer verwendeten Pulsenergien (etwa 30 mJ) sehr gering ist, ist die Zahl der zu erwartenden Photonen in den Harmonischen um mehrere Größenordnungen kleiner. Die Repetionsrate der in den Vergleichsystemen verwendeten Laser ist jedoch mit 10 Hz (oder weniger) deutlich kleiner als die hier zur Verfügung stehenden 1 bis 2 kHz, so daß der zu erwartende Photonenstrom pro Sekunde in die gleiche Größenordnung wie in den Vergleichssystemen gelangt.

Der Aufbau einer Erzeugungszelle sowie verschiedene Varianten für einen Vakuumspektrometer wurden dargestellt. Mit dem zur Untersuchung der Abbildungseigenschaften von Spektrometeranordnungen entwickelten Raytracing-Programm können die Abbildungseigenschaften planer, konkaver oder toroidaler Gitter und Spiegel-Anordnungen analysiert werden.

Zur Konversion in den sichtbaren, infraroten und nahen UV Frequenzbereich wurde der optische parametrische Prozeß untersucht und ein auf die Kenndaten unseres Lasersystems abgestimmtes OPA-System geplant. Die Verwendung eines dreistufigen Verstärkungsprozesses erlaubt die optimale Anpassung der Intensitäten und Strahlradien in jeder Stufe. Zudem ist die Überlappung der Signal- und Pumppulse durch die Verzögerungseinheiten optimierbar. Durch die Verwendung nur eines Kristalls für alle Verstärkerstufen muß zur Durchstimmung nur ein Element gedreht werden.

Mit dem hier geplanten OPA kann die Frequenz von 1156 nm bis 2600 nm durchgestimmt werden. Mit einer weiteren Frequenzverdopplung und/oder einer Summenfrequenzerzeugung kann der Wellenlängenbereich bis 266 nm bei Pulsenergien von etwa 5 μJ erweitert werden.

Zur Verbesserung und Vereinfachung der Analytik der Laserpulse des Ti:Saphir-Lasersystems wurde ein Spektrometer aufgebaut sowie eine Software entwickelt, mit der das Spektrometer sowie der Autokorrelator gesteuert werden. Die Meßergebnisse beider Geräte werden synchron ausgewertet und dargestellt.

Anhang A

Anhang

A.1 Beschreibung des Ti:Saphir-Lasersystems

Ein Argon-Ionen Laser gepumpter Ti:Saphir-Oszillator [Bor96] erzeugt 50 fs Pulse ($W = 4$ nJ/Puls, Zentralwellenlänge $\lambda = 800$ nm), die in einem auf der CPA-Technik [Rud93] basierenden regenerativen Verstärker [Hey96] verstärkt werden. Die Oszillatorpulse werden im Stretcher auf eine Pulsdauer von ca. 120 ps verlängert und über einen optischen Schalter in den Nd:YLF-gepumpten regenerativen Verstärker eingekoppelt, der die Energie auf 1.7 mJ/Puls verstärkt. Im Kompressor werden die Pulse wieder auf bis zu 75 fs zeitlich komprimiert [Hey96]. Die Pulsenergie der verstärkten Pulse beträgt 1.2 mJ. Zur Pulsanalyse steht ein in dieser Arbeit beschriebenes Spektrometer (OMA), ein Autokorrelator [Bor96] sowie ein FROG-Gerät [Tsi97] zur Verfügung. Der Autokorrelator arbeitet nach dem SHG-Verfahren und liefert die interferometrische und intensiometrische Autokorrelation 2. Ordnung [Die85]. Die verstärkten Pulse sind durch folgende Parameter charakterisiert: [Hey96, Bor96]

Pulsbreite:	τ_p = 75 fs - $\Delta\nu_{HW} = 12.6$ nm
Pulsenergie:	$W_P = 1.2$ mJ
Repetionsrate:	$N = 1 - 2$ kHz
Zentralwellenlänge:	$\lambda = 800$ nm
Durchstimmbereich:	$\lambda = 780$ nm bis 815 nm
Mode:	TEM_{00}
Strahlradius:	$r_{1/2} = 2.0$ mm, $r_{1/e^2} = 3.31$ mm
Pulsform:	gaußförmig, 1.3 $\times$ Fourierlimit
Energiestabilität:	3 % Puls-zu-Puls-Schwankung

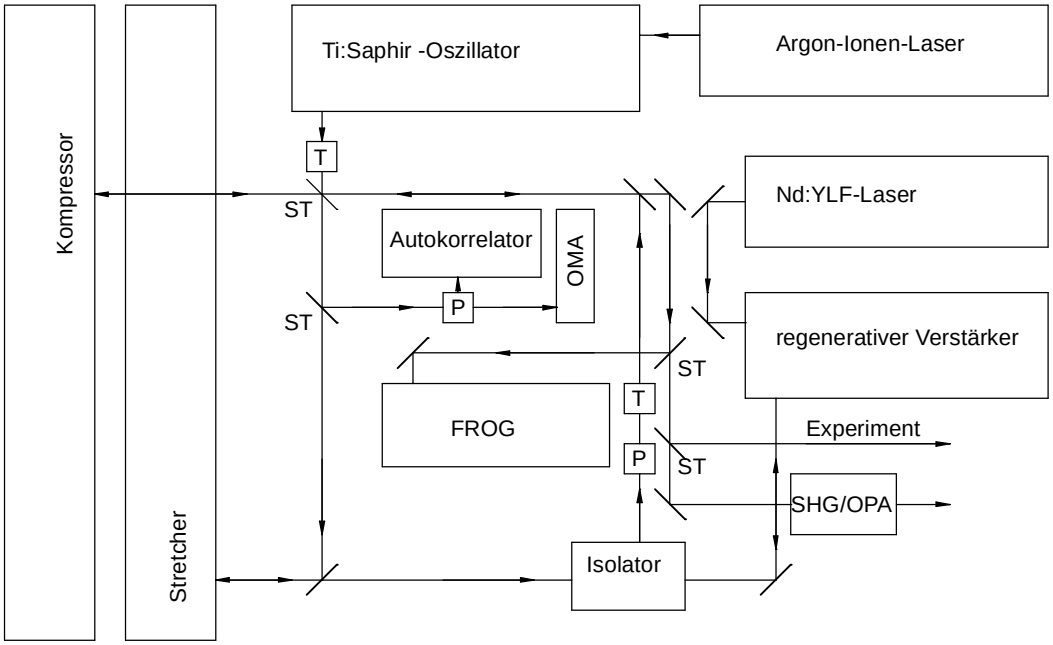


Abbildung A.1: Schematische Anordnung des gesamten modular aufgebauten Lasersystems zur Erzeugung, Messung, Verstärkung, Steuerung und Durchstimmung von fs-Pulsen. Der Laserstrahl verläuft teilweise auf gleichem Weg in verschiedenen Höhen (P: Periskop, ST: Strahlteiler).

A.2 Inhalt der Diskette

Die Diskette enthält die ihm Rahmen dieser Arbeit entwickelte Software incl. Quelltexte. Im Verzeichnis OMA der Diskette befindet sich das zur Steuerung des Autokorrelators und des Spektrographen entwickelte Programm. Weitere Informationen befinden sich in der Datei „Readme.txt“ in diesem Ordner.

Das zur Untersuchung der XUV-Spektrographen entwickelte Raytracing-Programm befindet sich im Ordner HHG der Diskette. Die Textdatei „Readme.txt“ in diesem Ordner liefert weitere Informationen über das Programm.

A.3 Meßprogramm zur Linearität

Das Meßprogramm zur Linearität demonstriert den Einbau der Treiberroutine in ein Pascalprogramm. Die Meßdaten stehen nach Aufruf von getdata im CCD-Objekt zur Verfügung, Zugriff erfolgt mit der Methode TCCD.Get.

```
program integrationstest;
{Es werden Scans aufgenommen für verschiedene Integrationszeiten, das
 Maximum bestimmt und das Tupel (Integrationszeit, Pixelwert) in die Datei
 IEtaTest.Dat gespeichert, um die Linearität der CCD-Zeile bei konstanter
 Lichteinwirkung mit der Integrationszeit zu testen.}

uses wincrt,ccdio;              {Treiberroutine für die CCD-Zeile}
const StartTime   = 30;
      EndTime     = 900;
      Schrittzahl = 87;

var i,j,k     : integer;
    help      : real;
    expo_time : integer;
    outfile   : text;
    FileName  : string;

begin
  CCD.ccdinit;                  {CCD-Kamera initialisieren}
  FileName := 'IEtaTest.DAT';
  assign(outfile,FileName);
  rewrite(outfile);

  help := Schrittzahl;
  for i := 1 to Schrittzahl do
    begin
    expo_time := StartTime+trunc((EndTime-StartTime)/help*i);
    CCD.SetIntegrationszeit(expo_time);
    CCD.getdata;
    CCD.getdata;
        {zweimal Daten einlesen, um Timing-Fehler zu vermeiden}

    write(outfile,expo_time:4,'  ');
    for k := 0 to 20 do
      begin
      write(outfile,CCD.Get(100*k):4,'  ');
    end;                {Die Werte von Pixel 100,200,300,...}
                        {werden in die Datei geschrieben}
    writeln(outfile);
    writeln(i);

  end;
  close(outfile);
end.
```

A.4 Justagefehler des OMA

Die CCD-Zeile soll exakt in der Dispersionsebene liegen. Eine Verkippung der CCD-Zeile führt dazu, daß sich das räumliche Gauß-Profil der Fokusstriche dem spektralen Profil überlagert (s. Abb A.4). Der dadurch entstehende Fehler bei der Bestimmung der spektralen Halbwertsbreite wird hier untersucht. Das relative Signal auf einem senkrecht zur Strahlachse und zur Dispersionsebene orientierten Schirm wird durch

$$I(x,y) = \exp\left(-\ln(2)\frac{x^2}{x_b^2} - \frac{y^2}{r_s^2}\right) \tag{A.1}$$

beschrieben. r_s ist der $1/e^2$-Radius des Einfallsstrahls, x_b die halbe spektrale Halbwertsbreite auf dem Schirm, welche sich mit der Eichkonstante $c = 8.63$ Pixel/nm und der Pixellänge $P_x = 14\ \mu$m aus

$$x_b = \frac{1}{2}\Delta\lambda\, c\, P_x \tag{A.2}$$

ergibt.

Steht die CCD-Zeile im Winkel α zur x-Achse, so daß die Mitte der Zeile im Ursprung liegt, so ist das Detektorsignal durch

$$I(\cos(\alpha)l, \sin(\alpha)l) = \exp\left(-\ln(2)\frac{\cos^2(\alpha)l^2}{x_b^2} - \frac{\sin^2(\alpha)l^2}{r_s^2}\right) \tag{A.3}$$

gegeben. Die gemessene spektrale Breite wird damit

$$x_b' = \left(\frac{\cos^2(\alpha)}{x_b^2} + \frac{\sin^2(\alpha)}{\ln(2)r_s^2}\right)^{-1/2} \tag{A.4}$$

und geht mit $\alpha \to 0$ gegen x_b.

Für $\alpha = 2°$, $r_s = 1.5$ mm, $x_b = 1$ mm ($\Delta\lambda = 16.6$ nm) ergibt sich $x_b' = 1.00022$ mm, also ein relativer Fehler von 0.022 %, welcher im Vergleich zum Fehler von 0.7 % durch die Pixelgröße vernachlässigbar ist.

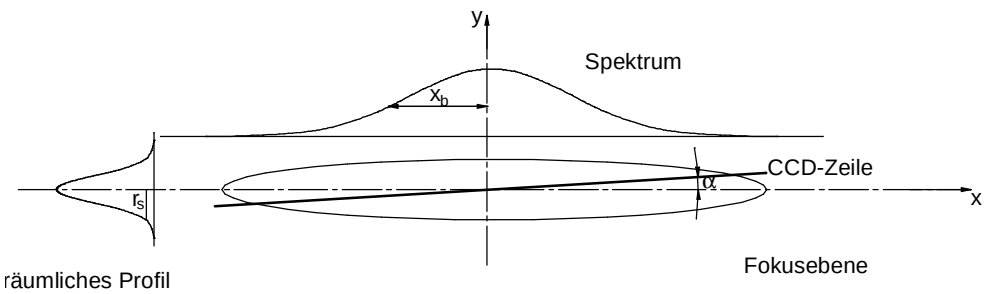


Abbildung A.2: Zur Illustration des Justagefehlers durch eine Verkippung der CCD-Zeile

Literaturverzeichnis

[Arm62] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing und P. S. Pershan, „Interaction between Light Waves in a Nonlinear Dielectric“, Phys. Rev. **127**, 1918, 1962

[Bal92] Ph. Balcou, C. Cornaggia A. S. L. Gomes, L. A. Lompré und Anne L'Huillier, „Optimizing high-order harmonic generation in strong fields“, J. Phys B Mol Opt. Phys. **25**, 4467, 1992

[Bal95] Ph. Balcou, P. Salières, K. S. Budil, T. Ditmire, M. D. Perry, A. L'Huillier, „High-order harmonic generation in rare gases: a new source in photoionization spectroscopy“, Z. Phys. D **34**, 107, 1995

[Ber87] Bergmann, Schäfer, *Lehrbuch der Experimentalphysik*, Bd. 3. Optik, de Gruyter, Berlin New York, 8. Auflage, 1987

[Bor87] M. Bormann, *Experimentalphysik Bd. 1/b, Mechanik deformierbarer Medien*, Studienverlag Dr. N. Brockmeyer, Bochum, 1987

[Bor96] J. Borkowski, „Aufbau eines Femtosekunden-Lasers mit Anwendung zur Multiphotonen-Ionisation von Edelgasen“, Dissertation, Universität Bielefeld, 1996

[Boy66] G. A. Boyd, A. Ashkin, „Theory of Parametric Oscillator Threshold with Single-Mode Optical Masers and Observation of Amplification in $LiNbO_3$“, Phys. Rev. **146**, 187, 1966

[Bri93] O'Brian & Nameroff, *Turbo Pascal 7 - the complete reference*, Osbourne McGraw-Hill, 1993

[Bud93] K. S. Budil, P. Salières, A. L'Huillier, T. Ditmire und M. D. Perry, „Influence of ellipticity on harmonic generation“, Phys. Rev. A **48**, R3437, 1993

[Bur95] N. H. Burnet C. Kan und P. B. Corkum, „Ellipticity and polarization effects in harmonic generation in ionizing neon“, Phys. Rev. A **51**, R3418, 1995

[Cle94] T. S. Clement, C. Tóth, J. Wu, und J. F. Young, „A Reasonable practical XUV-Laser for Applications“, IEEE Journal of quant. Electr., **30**, 2368, 1994

[Coh96] Produktinformation zu „OPA 9400“, Firma COHERENT, 1996

[Cor93] P. B. Corkum, „Plasma Perspective on Strong-Field Multiphoton Ionization“, Phys. Rev. Lett. **71**, 1995, 1993

[CRC86] Robert C. Weast, Ph. D., *Handbook of CHEMISTRY and PHYSICS*, 67TH Edition, CRC Press, Inc. Boca Raton, Florida, 1986-1987

[Dan93] R. Danielius, A. Piskarskas, und A. Stabinis, G. P. Banfi, P. Di Trapani, R. Righini, „Traveling-wave parametric generation of widely tunable, highly coherent femtosecond light pulses“, J. Opt. Soc. Am. B **10**, 2222, 1993

[Dem93] W. Demtröder, *Laserspektroskopie*, Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York, 1993.

[Die85] J.-C. M. Diels, J. J. Fontaine, I. C. McMichael und F. Simoni, „Control and Measurement of ultrashort pulse shapes (in amplitude and phase) with femtosecond accuracy“, Appl. Opt. **24**, 1270, 1985

[Die94] P. Dietrich, N. H. Burnett M. Ivanov und P. B. Corkum, „High-harmonic generation and correlated two-electron multiphoton ionization with elliptically polarized light“, Phys. Rev. A **50**, R3585, 1994

[Dmi91] V. G. Dmitriev, G. G. Gurzadyan, D. N. Nikogosyan, *Handbook of Nonlinear Optical Crystals*, Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York,1991

[Eim87] D. Eimerl, L. Davis, S. Welsko, E. K. Graham, and A. Zalkin, „Optical, mechanical, and thermal properties of bariumborate“, J. Appl. Phys. **62**, 1968, 1987

[EGG95] EG&G RETICON, Image Sensing and Solid State Camera Products, Sunnyvale, 1995/96

[Fär91] G. Färber M. Pauly, *Das große Buch zu Turbo Pascal für Windows*, Data Becker, 1991

[Ger89] Gerthsen, Kneser, Vogel, *Physik*, Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York, 1989

[Har77] P. G. Harper und B. S. Wherrett, *Nonlinear Optics*, Academic press, London, New York, San Fransisco, 1977

[Hel83] R. W. Hellwarth, „Third-order optical susceptibilities of liquids and solids“, Proc. Quant. Electr. 5, Pergamon Press, New York, 1983

[Hey96] E. Heybrock, „Aufbau eines Ti:Saphir Femtosekunden-Lasersystems und Multiphotonen-Ionisation mit gechirpten Pulsen“, Dissertation, Universität Bielefeld, 1996

[Hui92] A. L'Huillier, Ph. Balcou und L. A. Lompré, „Coherence and Resonance Effects in High-order Harmonic Generation“, Phys. Rev. Lett. **68**, 166, 1992

[Hui92b] Anne L'Huillier, Ph. Balcou, S. Candel, K. J. Schafer und K. C. Kulander, „Calculations of high-order harmonic-generation processes in Xe at 1064 nm“, Phys. Rev. A **46**, 2778, 1992

[Hui93] A. L'Huillier, Ph. Balcou, „High-Order Harmonic Generation in Rare Gases with a 1-ps 1053-nm Laser“, Phys. Rev. Lett. **70**, 774, 1993

[Hui93b] A. L'Huillier, M. Lewenstein, P. Salieres, M. Yu. Ivanov, J. Larsson und C. G. Wahlström, „ High-order harmonic-generation cutoff“, Phys. Rev A **48**, R3433, 1993

[Hut82] M. C. Hutley, *Diffraction Gratings*, Academic Press, London, New York, 1982

[Joh83] Handbook on Synchrotron Radiation, Vol. 1, Herausgeber E. E. Koch, North-Holland Publishing Company, 1983, Kap. 3, „Grating monochromators and Optics for the VUV and soft X-Ray Region“, von R. L. Johnson

[Kit83] T. Kita, Tatsuo Harada, N. Nakano, and H. Kuroda, „Mechanically ruled aberration-corrected concave gratings for a flat-field grazing-incidence spectrograph“, Appl. Opt. **22**, 512, 1983

[Kit96] O. Kittelmann, J. Ringling, G. Korn, A. Nazarkin, and I. V. Hertel, „Generation of broadly tunable femtosecond vacuum-ultraviolet pulses“, Opt. Lett. **21**, 1159, 1996

[Kod94] R. Kodama, D. Nealy, et al., „Generation of Small-Divergence Soft X-Ray Laser by Plasma Waveguiding with a Curved Target“, Phys. Rev. Lett. **73**, 3215, 1994

[Kra92] J. L. Krause, K. J. Schafer, K. C. Kulander, „High-Order Harmonic Generation from Atoms and Ions in the High Intensity Regime“, Phys. Rev. Lett. **68**, 3535, 1992

[Kme92] J. D. Kmetec, C. L. Gordon, III, J. J. Macklin, B. E. Lemoff, G. S. Brown, und S. E. Harris, „MeV X-Ray Generation with a Femtosecond Laser“, Phys. Rev. Lett. **68**, 1527, 1992

[Kry95] V. Krylov, A. Rebane, A. G. Kalintsev, H. Schwoerer, und U. P. Wild, „Second-harmonic generation of amplified femtosecond Ti:sapphire laser pulses“, Opt. Lett. **20**, 198, 1995

[Lew94] M. Lewenstein, Ph. Balcou, M. Yu. Ivanov, A. L' Huillier und P. B. Corkum, „Theory of high-harmonic generation by low-frequency laser fields“, Phys. Rev. A **49**, 2117, 1994

[Lew95b] M. Lewenstein, P. Salières, A. L'Huillier, „Phase of the atomic polarization in high-order harmonic generation“, Phys. Rev A **52**, 4747, 1995

[Li89] X. F. Li, A. L'Huillier, M. Ferray, L. A. Lompré, und G. Mainfray, „Multiple-harmonic generation in rare gases at high laser intensity“, Phys. Rev A **39**, 5751, 1989

[Mac93] J.J. Macklin, J.D. Kmetec,J.D., Gordon III, C. L., „High-order Harmonic Generation using intense femtosecond pulses“, Phys. Rev. Lett. **70**, 766, 1993

[Mol92] L. F. Mollenauer, J. C. White und C. R. Pollock (Hrsg.) · *Tunable Lasers (Topics in Applied Physics)* · Springer-Verlag, 1992

[Neb91] A. Nebel, R. Beigang, „External frequency conversion of cw-mode-locked Ti:Al_2O_3 laser radiation“, Opt. Lett. **16**, 1729, 1991

[Nis94] M. Nisoli, S. De Silvestri, V. Magni, und O. Svelto, R. Danielius, A. Piskarskas, G. Valiulis, A. Varanavicius, „Highly efficient parametric conversion of femtosecond Ti:sapphire laser pulses at 1 kHz“, Opt. Lett. **19**, 1973, 1994

[Pea94] J. Peatross, J.L. Chaloupka und D. D. Meyerhofer, „High-order harmonic generation with an annular laser beam“, Opt. Lett. **19**, 942, 1994

[Pea95] J. Peatross, D.D. Meyerhofer, „Angular distribution of high-order harmonics emitted from rare gases at low density“, Phys. Rev. A **51**, R906, 1995

[Pet95] V. Petrov and F. Noack, „Frequency upconversion of tunable femtosecond pulses by parametric amplification and sum-frequency generation in a single nonlinear crystal“, Opt. Lett. **20**, 2171, 1995

[Qua96] Produktinformation zu „TOPAS“, Firma QUANTRONIX, 1996

[Ree94] Murray K. Reed, M. K. Steiner-Shepard und D. K. Negus, „Widely tunable femtosecond optical parametric amplifier at 250 kHz with a Ti:sapphire regenerative amplifier“, Opt. Lett. **19**, 1855, 1994

[Ree95] Murray K. Reed, M. S. Armas, M. K. Steiner-Stepard, and Daniel K. Negus, „30-fs pulses tunable across the visible with a 100-kHz Ti:sapphire regenerative amplifier“, Opt. Lett. **20**, 605, 1995

[Rin93] J. Ringling, O. Kittelmann, und F. Noack, „Tunable femtosecond pulses in the near vacuum ultraviolet generation by frequency conversion of amplified Ti:sapphire laser pulses“, Opt. Lett. **18**, 2035, 1993

[Rud93] J. V. Rudd, G. Korn, S. Kane, J. Squier, G. Mourou und P. Bado, „Chirped-pulse amplification of 55-fs pulses at 1 kHz repetition rate in a Ti:Al_2O_3 regenerative amplifier“, Opt. Lett. **18**, 2044, 1993

[Sak95] H. Sakai, K. Miyazaki, „High-order harmonic generation in nitrogen molecules with subpicosecond visible dye-laser pulses“, Appl. Phys. B **61**, 493, 1995

[Sal95] P. Salières, A. L'Huillier, M. Lewenstein, „Coherence Control of High-Order Harmonics“, Phys. Rev. Lett. **74**, 3776, 1995

[Sei94] F. Seifert, V. Petrov, und F. Noack, „Sub-100-fs optical parametric generator pumped by a high-repetition-rate Ti:sapphire regenerative amplifier system“, Opt. Lett. **19**, 837, 1994

[She77] Y. R. Shen · *Nonlinear Infrared Generation* · Springer-Verlag, 1977, insb. Kapitel 3., R.L. Byer, „Parametric Oscillation and Mixing“

[Sie86] A. E. Siegmann, *Lasers*, University Science Books Mill Valley, California, 1986.

[Sos96] Thomas S. Sosnowski, Paul B. Stephens, und Theodore B. Norris, „Production of 30-fs pulses tunable throughout the visible spectral region by a new technique in optical parametric amplification“, Opt. Lett. **21**, 140, 1996

[Spe91] D. E. Spence, P. N. Kean und W. Sibbitt, „60-fs pulse generation from a self-mode-locked Ti:sapphire laser“, Opt. Lett. **16**, 42, 1993

[Sti95] A. Stingl, C. Spielmann, F. Krausz, R. Szipöcs, „Sub-10-fs-mirror-dispersion-controlled Ti:sapphire laser“, Opt. Lett. **20**, 602, 1995

[Tan93] C. L. Tang, P. E. Powers, R. J. Ellingson, „Optical Parametric Processes and Broadly Tunable Femtosecond Sources“, Appl. Phys. B **58**, 243, 1994

[Tre93] R. Trebino, D. J. Kane, „Using phase retrieval to measure the intensity and phase of ultrashort pulses: frequency-resolved optical gating“, Journ. Opt. Soc. Am. A **10**, 1101, 1993

[Tsi97] G. Tsilimis, „Entwicklung eines FROG-Systems“, Diplomarbeit, Universität Bielefeld, 1997

[Wah93] C. G. Wahlström, J. Larson, A. Persson, T. Starczewski, S. Svanberg, P. Salières, Ph. Balcou und A. L'Huillier, „High-order harmonic generation in rare gases with an intense short-pulse laser“, Phys. Rev A **48**, 4709, 1993

[Wal96] I. A. Walmsley und V. Wong, „Characterization of the electric field of ultrashort optical pulses“, J. Opt. Soc. Am. B **13**, 2453, 1996

[Wan65] C. C. Wang, G. W. Racette, „Measurement of parametric gain accompanying optical difference frequency generation“, Appl. Phys. Lett. **6**, 169, 1965

[Wei95] F. A. Weihe, S. K. Dutta, G. Korn und D. Du, P. H. Bucksbaum und P.L. Shkolnikov, „Polarization of high-intensity high-harmonic generation“, Phys. Rev. A **51**, R3433, 1995

[Yak94] Vladislav V. Yakolev, Bernd Kohler, und Kent R. Wilson, „Broadly tunable 30-fs pulses produced by optical parametric amplification“, Opt. Lett. **19**, 2000, 1994

[Yar84] A. Yariv, P. Yeh, *Optical Waves in Crystals: propagation and control of laser radiation*, John Wiley & Sons, Pochi Yeh, New York, 1984

Diese Diplomarbeit entstand an der Fakultät für Physik der Universität Bielefeld unter der Leitung von Herrn Prof. Dr. K. H. Welge, dem ich für Anregungen und Diskussionen, sowie sein Interesse an dieser Arbeit danken möchte.

Bedanken möchte ich mich bei den Herren Dr. J. Borkowski, Dr. E. Heybrock, und besonders Herrn Dipl. Phys. G. Tsilimis für die vielen Anregungen und die freundschaftliche Zusammenarbeit.

Herrn Dr. C. Neumann, Herrn Dipl. Phys. S. M. Freund, Frau S. Kirmes sowie Frau H. Knerich danke ich für die Unterstützung bei der Durchsicht und Korrektur der Arbeit.

Allen technischen Angestellten der Fakultät möchte ich für die sorgfältige Erledigung aller angefallenen Arbeiten meinen Dank aussprechen.

Ich versichere hiermit, diese Arbeit selbständig und nur mit den zitierten Hilfsmitteln angefertigt zu haben.