Ellen Baake
Fernando Cordero

Technische Fakultät
Universität Bielefeld

Bielefeld, 13.04.2018

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Sommersemester 2018

Präsenzübungsblatt 1

(1) Wir betrachten den zweifachen Münzwurf, mit fairer Münze.

(a) Was ist der Grundraum hierfür?

(b) Erstellen Sie in Analogie zur Behandlung des einfachen Münzwurfs die vollständige Ereignisraumtabelle für den zweifachen Münzwurf.

(2) Das Gesundheitsamt in Pusemuckel hat 10 Eierkisten mit je 10 Eiern mit Verdacht auf Salmonelleninfektion beschlagnahmt. Es soll die Infektionswahrscheinlichkeit pro Ei geschätzt werden, wobei angenommen wird, dass die beschlagnahmten Eier unabhängig sind und eine repräsentative Stichprobe bilden. Da es zu mühsam ist, jedes Ei einzeln zu untersuchen, wird folgendermaßen vorgegangen: Die Eier aus jeder Kiste werden in ein Sammelgefäß aufgeschlagen und der Inhalt verrührt. Jedes der Gefäße wird dann einzeln auf Salmonellen untersucht. Die Untersuchung fällt positiv aus ("die Kiste ist infiziert"), wenn mindestens ein Ei in der zugehörigen Kiste infiziert war, und das Ergebnis ist unabhängig davon, wieviele Eier infiziert waren. Als Ergebnis erhält der Laborant, dass 4 der 10 Kisten infiziert waren.

(a) Der Laborant schließt aus dem Versuchsergebnis, 40 der Eier seien infiziert. Liegt er richtig oder falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

(b) Die unbekannte Infektionswahrscheinlichkeit pro Ei sei p. Wie lautet dann w, die Infektionswahrscheinlichkeit pro Kiste?

(3) Berechnen Sie folgende Summen:

(a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\binom{n}{k}$

(b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k!(n-k)!}$

(c) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\frac{\binom{n}{k}}{k+1}$

Hinweis: Wiederholen Sie den binomischen Lehrsatz.

(4) Es sei $n > 0$ eine natürliche Zahl. Es werden nacheinander n Kugeln auf n Schachteln zufällig verteilt.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine Schachtel leer bleibt. Geben Sie die exakten Werte an für $1 \leq n \leq 6$. Was ergibt sich für den Grenzwert $n \to \infty$?