Ellen Baake
Fernando Cordero

Technische Fakultät
Universität Bielefeld

Bielefeld, 08.06.2018

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Sommersemester 2018

Präsenzübungsblatt 9

(33) Gegeben seien zwei unabhängige Zufallsvariablen X und Y, wobei X nach $N(\mu_X, \sigma_X^2)$ und Y nach $N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ verteilt ist. Betrachten Sie nun die Mittelwerte

$$\bar{X} := \frac{1}{n_X} \sum_{i=1}^{n_X} X_i \quad \text{und} \quad \bar{Y} := \frac{1}{n_Y} \sum_{i=1}^{n_Y} Y_i$$

(n_X und n_Y sind jeweils der Stichprobenumfang).

Welcher Verteilung folgt die Differenz der Mittelwerte, $\bar{X} - \bar{Y}$?

(34) Sei $\{X_i\}_{i\geq 1}$ eine Folge von iid Zufallsvariablen, die gemäß $N(\mu, \sigma^2)$ verteilt sind. Wie groß muss n mindestens sein, damit die Standardabweichung von $\bar{X}$ $\left(\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\right)$ höchstens 10 % des Erwartungswertes von $\bar{X}$ beträgt?

(35) Gegeben sei eine Verteilung mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2. Eine Stichprobe $(X_1, \ldots, X_5)$ wird aus dieser Verteilung gezogen. Betrachten Sie folgende Schätzer für μ:

$$\begin{aligned}
T_1 &:= \bar{X} = \tfrac{1}{5}\left(X_1 + X_2 + \cdots + X_5\right) \\
T_2 &:= \tfrac{1}{3}\left(X_1 + X_2 + X_3\right) \\
T_3 &:= \tfrac{1}{8}\left(X_1 + X_2 + X_3 + X_4\right) + \tfrac{1}{2}X_5 \\
T_4 &:= X_1 + X_2 \\
T_5 &:= X_1.
\end{aligned}$$

Welcher Schätzer ist erwartungstreu für μ?
Welcher hat die kleinste Varianz?
Welchen würden Sie bevorzugen und warum?

(36) Zwei Lektoren lesen unabhängig voneinander je eine Kopie desselben Buches. Sie finden f_1 bzw. f_2 Druckfehler; f_{12} Druckfehler wurden von beiden gefunden. Schätzen Sie die unbekannte Anzahl N der Druckfehler.

Hinweis: Man nehme an, dass der erste (zweite) Lektor jeden Druckfehler mit derselben Wahrscheinlichkeit p_1 (p_2) findet.