
Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Sommersemester 2018

Präsenzübungsblatt 14

(53) 19 Studierende werden im Fach Algorithmen und Datenstrukturen geprüft. Von diesen beherrschen 13 den Stoff, die übrigen 6 beherrschen ihn nicht. Die Prüfungen erstrecken sich über 2 Tage; an Tag 1 finden 11 Prüfungen statt, an Tag 2 finden 8 Prüfungen statt. Die Prüflinge werden zufällig auf die beiden Tage verteilt. Von den 11 Prüflingen am ersten Tag fällt nur einer durch; von den 8 Prüflingen am zweiten Tag fallen 5 durch. Die Empörung ist groß, und die Behauptung steht im Raum, dass die Prüflinge an den beiden Tagen verschieden schwer geprüft wurden.

- (a) Denken Sie über die Situation erst einmal im Vorfeld nach (bevor die Prüfungen stattfinden). Nehmen Sie an, der Prüfer lässt 6 Personen durchfallen und ist dabei vollkommen gerecht, lässt also an beiden Tagen genau die Studis durchfallen, die den Stoff nicht beherrschen. Welcher Verteilung folgt dann X , die Zahl der Erfolglosen am ersten Tag? Warum? Welche Werte kann X annehmen?

Geben Sie nun die Wahrscheinlichkeiten dafür an, dass von den 6 Erfolglosen

- i. keiner am ersten Tag (und somit alle 6 am zweiten Tag) 'dran' sind
- ii. einer am ersten Tag (und somit 5 am zweiten Tag) 'dran' sind
- iii. alle 6 am ersten Tag (und somit keiner am zweiten Tag) 'dran' sind.

Hinweis: Bedenken Sie, dass die Prüflinge zufällig auf die beiden Tage verteilt werden.

- (b) Testen Sie jetzt für das Ergebnis der Prüfungen die Nullhypothese

H_0 : "Die Erfolglosen sind genau die, die den Stoff nicht beherrschen"

gegen die Alternativhypothese

H_A : "Die Erfolglosen sind *nicht* genau die, die den Stoff nicht beherrschen"

zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$. Als Prüfgröße nehmen Sie X , wie unter (a) diskutiert. Legen Sie die Beobachtung $X = 1$ zugrunde. Zu welcher Entscheidung kommen Sie und warum?

- (54) Zu einer Tagung in Biomathematik werden 8 Personen zu Vorträgen eingeladen. Alle 8 Personen sind Männer. Es erhebt sich ein Sturm der Entrüstung: Es wird unterstellt, dass die Veranstalter Frauen benachteiligt hätten. Wir wollen der Frage nachgehen, ob die Empörung gerechtfertigt ist. Wir legen einen Frauenanteil von 20 % in der Biomathematik zugrunde.
- (a) Denken Sie über die Situation erst einmal im Vorfeld nach (bevor die Einladungen tatsächlich ausgesprochen werden). Nehmen Sie an, es sollen 8 Biomathematiker(innen) zu Vorträgen eingeladen werden. Welcher Verteilung wird die Zahl der eingeladenen Frauen folgen, wenn die Veranstalter vollkommen fair sind, also unabhängig vom Geschlecht einladen? Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden dann genau zwei Frauen eingeladen? Wieviele Frauen werden im Mittel eingeladen?
 - (b) Testen Sie jetzt für den konkret vorliegenden Fall zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Entrüstung gerechtfertigt war, ob die Veranstalter also Männer bevorzugt haben. Stellen Sie das Hypothesenpaar auf, wählen Sie eine geeignete Prüfgröße, geben Sie die Verteilung der Prüfgröße unter H_0 an, finden Sie heraus, ob der beobachtete Wert zu den (unter H_0) $\alpha \cdot 100\%$ unwahrscheinlichsten Werten gehört, entscheiden Sie sich für eine der beiden Hypothesen und interpretieren Sie das Ergebnis.
 - (c) Wie groß ist bei diesem Test der Fehler 2. Art, wenn die Veranstalter tatsächlich (im Mittel) nur 10 % Frauen einladen?
- (55) Ein Marktforschungsinstitut führt jährliche Untersuchungen zu den Lebenshaltungskosten durch. Die Kosten für einen bestimmten Warenkorb beliefen sich in den letzten Jahren auf durchschnittlich 600 €. Im Beispieljahr wurde in einer Stichprobe von 40 zufällig ausgewählten Kaufhäusern jeweils der aktuelle Preis des Warenkorbs bestimmt. Als Schätzer für den aktuellen Preis des Warenkorbs ergab sich ein mittlerer Preis von 595 €. Die Varianz $\sigma^2 = 225$ sei aufgrund langjähriger Erfahrung bekannt. Gehen Sie von einer Normalverteilung des Preises für den Warenkorb aus.
- (a) Hat sich der Preis des Warenkorbs im Vergleich zu den Vorjahren signifikant zum Niveau $\alpha = 0.01$ erniedrigt? Wie lautet das zugehörige statistische Testproblem?
 - (b) Was sagt der Fehler 2. Art hier aus? Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art unter der Annahme, dass 590 € der tatsächliche aktuelle Preis des Warenkorbs ist.

- (56) Herr Martens ist Milchbauer und sorgt sich um das Wohlergehen seiner Kühe. Da der Weidegang aus Sicht der Tierhaltung der Aufzucht im Stall vorzuziehen ist, hat er beschlossen, seine Kühe wieder auf die Weide zu lassen. Nun vermutet er, dass Kühe, die auf der Weide gehalten werden, sogar mehr Milch geben als Kühe, die im Stall leben. Um dies zu prüfen, notiert er an 8 Tagen den Milchertrag seiner Herde Weidekühe. Sein benachbarter Bauer hilft bei der Untersuchung und misst an 8 Tagen die Milchleistung seiner Herde Stallkühe. Die Herden sind gleich groß. Folgende Milcherträge (in Liter) wurden an den jeweiligen Tagen von den jeweiligen Herden gemolken:

Stallkühe	193	192	199	177	205	200	181	169
Weidekühe	202	204	207	215	190	215	208	187

Prüfen Sie daraufhin die Vermutung des Milchbauern zum Signifikanzlevel 5 %. Sie dürfen voraussetzen, dass die Milcherträge normalverteilt sind. Welche weitere(n) Annahme(n) legen Sie zugrunde?