
Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Sommersemester 2018

Übungsblatt 3

- (9) Ein Stab der Länge 1 wird zufällig in zwei Hälften gebrochen, so dass die Länge der linken Hälfte gleichverteilt auf dem Intervall $[0, 1]$ ist. Y sei die Länge des kürzeren Teilstücks.
- (a) Zeigen Sie, dass $\mathbb{P}(Y > y) = 1 - 2y$ für $y \in (0, 1/2)$ und $\mathbb{P}(Y > y) = 0$ für $y \in [1/2, 1]$.
 - (b) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion und die Dichte von Y . Welche Verteilung hat Y ?
 - (c) Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz von Y .
 - (d) Betrachten Sie ein Rechteck, dessen Seitenlängen die Längen der beiden Teilstücke des Stabes sind. Berechnen Sie den Erwartungswert der Fläche A dieses Rechtecks. **(2+1+1+2 Punkte)**
- (10) Eine Urne enthält acht weiße, vier schwarze und zwei rote Kugeln. Wir gewinnen zwei Euro für jede schwarze Kugel, die wir ziehen und verlieren einen Euro für jede weiße Kugel, die wir ziehen. Bestimmen Sie den erwarteten Kontostand nach dreimaligem Ziehen mit Zurücklegen. Welche Werte kann der Kontostand annehmen? **(2+2 Punkte)**
- (11) Gegeben sei die Zufallsvariable X mit der Wahrscheinlichkeitsdichte f . Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz für
- (a) $f(x) = \begin{cases} 3x^2, & \text{falls } 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$
 - (b) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sin(x), & \text{falls } 0 \leq x \leq \pi, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$ **(2+2 Punkte)**

(12) Bestimmen Sie die Konstanten c_1, c_2 derart, dass die folgenden Funktionen

$$f_1(x) = \begin{cases} c_1(x(1-x))^{-\frac{1}{2}}, & \text{fr } 0 < x < 1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$f_2(x) = \frac{c_2}{\alpha^2 + (x - \beta)^2} \text{ fr } x \in \mathbb{R}$$

für $\alpha > 0$ und $\beta \in \mathbb{R}$ Dichten sind.

(Hinweis: Verwenden Sie, dass $\frac{d}{dz} \arcsin(z) = \frac{1}{\sqrt{1-z^2}}$ und $\frac{d}{dz} \arctan(z) = \frac{1}{1+z^2}$)

(2+2 Punkte)

Abgabe in der Vorlesung