Ellen Baake
Fernando Cordero

Technische Fakultät
Universität Bielefeld

Bielefeld, 04.05.2018

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Sommersemester 2018

Übungsblatt 4

(13) Sei X eine gleichverteilte Zufallsvariable auf dem Intervall $[a, b]$, mit $-\infty < a < b < \infty$.

(a) Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

(b) Berechnen Sie die Varianz von X. **(2+2 Punkte)**

(14) Sei

$$f_\lambda(x) = \begin{cases} \lambda \cdot \mathrm{e}^{-\lambda x} & \text{falls } x \geq 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

für $\lambda > 0$.

(a) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von f_λ.

(b) Beweisen Sie die Normierung von f_λ.

(c) Berechnen Sie $\mathbb{P}(X \in [1, 2])$.

(d) Weisen Sie nach, dass

$$\frac{\mathbb{P}(X > x + t)}{\mathbb{P}(X > t)} = \mathbb{P}(X > x)$$

fr $x, t > 0$. **(1+1+1+1 Punkte)**

(15) Sei X eine geometrisch verteilte Zufallsvariable mit Parameter $p \in (0, 1)$. Zeigen Sie, dass dann

$$\frac{\mathbb{P}(X = n + k)}{\mathbb{P}(X > n)} = P(X = k), \quad \text{für } k, n \geq 1.$$

(4 Punkte)

(16) Sei Z eine kontinuierliche Zufallsvariable mit Dichtefunktion

$$f(z) = \begin{cases} \gamma \cdot (1 - z^2), & \text{falls } |z| \leq 1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

(a) Ermitteln Sie γ aus der Normierungsbedingung.

(b) Bestimmen Sie den Erwartungswert von X und berechnen Sie die Standardabweichung.

(c) Berechnen Sie die charakteristische Funktion von X.
Hinweis: Verwenden Sie, dass $e^{itz} = \cos(tz) + i \sin(tz)$ *und beachten Sie die Symmetrien von* $\sin$ *und* $\cos$. **(2+2+2 Punkte)**

Abgabe in der Vorlesung