Ellen Baake
Fernando Cordero

Technische Fakultät
Universität Bielefeld

Bielefeld, 25.05.2018

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Sommersemester 2018

Übungsblatt 7

(25) Felix fährt jeden Tag mit dem Bus zur Universität. Er hat die Wahl zwischen den Buslinien A und B. Die Wartezeiten T_A und T_B (in Minuten) an der Haltestelle auf die Linie A und die Linie B seien unabhängige, exponentialverteilte Zufallsvariablen mit Erwartungswert μ_A und μ_B.

(a) Bestimmen Sie die Parameter der Exponentialverteilungen sowie die Varianzen der Wartezeiten.

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Linie A zuerst kommt?

(c) Gegeben, Linie A trifft zuerst an der Haltestelle ein, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass Linie B höchstens t Minuten nach der Linie A eintrifft?

(d) Bestimmen Sie die Verteilung der Wartezeit an der Haltestelle, bis zum Eintreffen des ersten Busses. Interpretieren Sie das Ergebnis.

(1+2+2+2 Punkte)

(26) X und Y seien zwei reellwertige Zufallsvariablen, die unabhängig verteilt sind und jeweils Verteilungsfunktion F und Dichte f besitzen.

(a) Zeigen Sie, dass $V = \max\{X, Y\}$ die Verteilungsfunktion $\mathbb{P}(V \leq x) = F(x)^2$ und die Dichte $F_V(x) = 2f(x) \cdot F(x)$ besitzt.

(b) Bestimmen Sie die Verteiltungsfunktion von $U = \min\{X, Y\}$.

(c) Sind U und V unabhängig?

(2+2 Punkte)

(27) Es seien zwei Zufallsgrößen X und Y gegeben mit

$$(*) \qquad \mathbb{P}(X=0) = \mathbb{P}(X=1) = \mathbb{P}(Y=0) = \mathbb{P}(Y=1) = \frac{1}{2}$$

(a) Geben Sie eine gemeinsame Verteilung von X und Y an für den Fall, dass X und Y unabhängig sind.

(b) Finden Sie weitere gemeinsame Verteilungen von X und Y derart, dass die Randverteilungen von X und Y durch $(*)$ gegeben sind.

(2+2 Punkte)

(28) Seien X_1, X_2 zwei unabhängige Zufallsvariablen mit

$$\mathbb{P}(X_i = k) = (1-p)^{k-1}p \qquad k = 1, 2, \ldots \quad ; 0 \leq p \leq 1$$

Sei $Z = \max(X_1, X_2)$. Bestimmen Sie die gemeinsame Verteilung von Z und X_1 sowie die Verteilung von Z.

(2+2 Punkte)

Abgabe in der Vorlesung