Ellen Baake
Fernando Cordero

Technische Fakultät
Universität Bielefeld

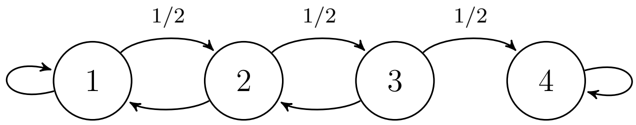
Bielefeld, 06.07.2018

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik

Sommersemester 2018

Übungsblatt 13

(49) (a) Gegeben sei der Übergangsgraph



Ergänzen Sie die fehlenden Übergangswahrscheinlichkeiten und stellen Sie die zugehörige Markov-Matrix M auf. Welcher Typ liegt hier vor?

(b) Berechnen Sie Links- und Rechtseigenvektor von M zum Eigenwert 1 (geeignet normiert) und deuten Sie das Ergebnis.

(2+2 Punkte)

(50) Sei P eine Markov-Matrix und I die Einheitsmatrix. Zeigen Sie, dass P und $\frac{1}{2}(I+P)$ dieselben Gleichgewichtsvektoren haben.

(2 Punkte)

(51) (a) Bestimmen Sie für folgende Markov-Matrix zwei linear unabhängige Gleichgewichtsvektoren.

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(b) Ist P irreduzibel?

(2+2 Punkte)

(52) Gegeben sei eine Markov-Kette mit Anfangsverteilung $\mu := (1,0,0,0)$ und Übergangsmatrix

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie das Quadrat P^2 der Übergangsmatrix P.

(b) Ist P irreduzibel?

(c) Zeigen Sie durch Induktion, dass gilt

$$\mu P^n = \begin{cases} (0, 1/2, 0, 1/2) & \text{für } n = 1, 3, 5, .., \\ (1/2, 0, 1/2, 0) & \text{für } n = 2, 4, 6, ... \end{cases}$$

(d) Ist P primitiv?

(2+1+2+1 Punkte)

Abgabe vor der Vorlesung (bis 10:15 Uhr)