

LAKOS - EIN MODELL DER WISSENSREPRÄSENTATION ZUR ERKLÄRUNG KOGNITIVEN VERHALTENS

IPKE WACHSMUTH

Universität Osnabrück

1. EINFÜHRUNG

1.1 DAS "INFORMATION PROCESSING"-PARADIGMA

Das zentrale Anliegen der theoretischen Forschung über sog. Künstliche Intelligenz (KI) ist es, *"to proceed on the basis of the conjecture that every aspect of learning or any other feature of intelligence can in principle be so precisely described that a machine can be made to simulate it"* (Originalwortlaut in einem Antrag an die Rockefeller Foundation zur Durchführung der heute als Gründungsereignis der Künstlichen-Intelligenz-Forschung gewerteten "Dartmouth Conference" in Hanover/New Hampshire im Jahre 1956; vgl. McCorduck, 1979). Unter dem Gesichtspunkt, daß der Mensch ein informationsverarbeitendes System ist, ist es das Forschungsanliegen der KI, zu ergründen, wie Prozesse zu organisieren sind, um "intelligentes" Verhalten hervorzu-
bringen.

Im sog. Information-Processing-Ansatz in der kognitiven Psychologie wird dieses Paradigma aufgegriffen: Der Mensch wird als ein System betrachtet, das Information aufnimmt und verarbeitet; sein Verhalten wird als Ergebnis solcher Informationsverarbeitung interpretiert. Auf diese Weise wird etwa versucht, Piagets Fragestellungen (Wie ist Wissen auf verschiedenen Stufen der kognitiven Entwicklung eines Kindes strukturiert?) fortzusetzen, um ein Verständnis zu erlangen für den Prozeß der Veränderung der kognitiven Strukturen eines Individuums als Resultat seiner aktiven Auseinandersetzung mit der Welt. Die Modellierung von kognitiven Prozessen im Computer wird unter dem Gesichtspunkt vorgenommen, daß in dem Maße, wie es gelingt, solche Prozesse in der Simulation zu erzeugen, das Verständnis dafür zunimmt (*"Learning to generate is learning to understand"*). Die strengen Anforderungen an solche Computersimulationen verlangen, daß nicht nur das Produkt, d.h. das gezeigte "intelligente" Verhalten, sondern auch die das Verhalten erzeugenden Prozesse denen der beim Menschen (im Sinne empirischen Vorgehens) beobachtbaren gleichen.

1.2 COMPUTER-SIMULATIONEN INTELLIGENTEN VERHALTENS

Die von Newell und Simon (1972) in den 60er und 70er Jahren durchgeführten Simulationen menschlicher Problemlöseprozesse haben die Möglichkeiten der KI zur Aufklärung kognitiver Prozesse eindrucksvoll demonstriert. Über die *Cognitive Science* haben diese Ansätze mittlerweile Eingang gefunden in die didaktische Grundlagenforschung; exemplarisch sei auf die Arbeit von Briars und Larkin (1984) hingewiesen, die derartige Simulationen mit empirischen Beobachtungen von Kindern beim Lösen von Textaufgaben der Grundschararithmetik verglichen und Computermodelle verschiedener Komplexität zur Erklärung unterschiedlicher Leistungen entwickelt haben.

Im Vergleich zu behavioristischen Ansätzen liegt der wesentliche Vorteil des Infor-

mation-Processing-Ansatzes in der detaillierten Analyse von Problemlöseprozessen; die theoretischen Interpretationen enthalten spezifische Annahmen über beim Lösen auftretende geistige Prozeßkomponenten. Besonderes Gewicht wird hierbei der Art der Repräsentation von Wissen im Gedächtnis als Grundlage des Problemlöseprozesses zugemessen. Problemlösefertigkeit, so scheint es, ist in hohem Maße vom Problemverständnis und damit von der Qualität der geistigen Repräsentation und Organisation faktischen Wissens abhängig. Dem Gebiet der "Wissensrepräsentation" kommt daher eine zentrale Rolle zu, wenn es um die Gewinnung von Einsichten in formale Wissens- und Denkstrukturen geht.

Ein Information-Processing-Modell wird gewöhnlich in einer Computer-Sprache formuliert, bildet also ein Computer-Programm. Dies ist auch der Fall bei dem in der vorliegenden Arbeit vorzustellenden Modell. Der Grund für dieses Vorgehen liegt in der Komplexität menschlichen Verhaltens; selbst ein sehr eingeschränktes Modell muß diese Komplexität in gewissem Umfang reflektieren. Die vielschichtige Interaktion der Regeln selbst eines einfachen Modells läßt sich von Hand nur schwerlich nachvollziehen; hier bietet die Computerimplementation die Möglichkeit, Modellvorhersagen in akkurater Weise zu generieren. Es soll allerdings nicht behauptet werden, daß Information-Processing-Modelle die Reichhaltigkeit menschlicher Intelligenz in jedem denkbaren Aspekt einfangen. Läßt man einmal den Bereich des Affektiven völlig beiseite, so stellt schon die Erfassung des rein-kognitiven Verhaltens komplizierteste Anforderungen, auf die in Abschnitt 2.1 näher eingegangen wird. Der Computer stellt jedoch ein Werkzeug dar, mit dem sich die komplexe Interaktion von Gesetzen, deren Teilhaben am Verhalten eines Individuums vermutet wird, mit auf andere Weise schwerlich erreichbarer Exaktheit modellieren läßt. Unter diesem Gesichtspunkt steht der in der vorliegenden Arbeit diskutierte Modellansatz.

1.3 ZUR PRÄZISIERUNG DES VERSTÄNDNISBEGRIFFS

Durch die Einflüsse der KI haben sich die zentralen Gesichtspunkte traditioneller Lerntheorien wesentlich verschoben. Als Voraussetzung für jede Theorie des Lernens wird zunächst eine Klärung der Begriffe "Wissen", "Repräsentation" und insbesondere "Verstehen" für erforderlich gehalten. Information-Processing-Modelle heben dabei den Prozeßcharakter des Verstehens hervor, was hier im Hinblick auf die Anwendung des vorgestellten Modellansatzes im Kontext des Mathematik-Lernens diskutiert werden soll.

In mehr als zwölfjähriger Arbeit haben Robert B. Davis und seine Mitarbeiter am Curriculum Laboratory an der University of Illinois Material über Schüler, die Mathematik lernen (von Grundrechenfertigkeiten bis zur Differential- und Integralrechnung), zusammengetragen, darunter ausführliche und sensible Protokollanalysen von Problemlösesitzungen mit zahlreichen Schülern. Das Gewicht lag auf der Untersuchung ihrer Fehler und Mißkonzeptionen (Beispiele und ausführlichere Besprechung siehe bei Wachsmuth, im Druck). Die aufgezeichneten Beobachtungen wurden unter Verwendung von Ideen der Künstlichen Intelligenz interpretiert, etwa wurden postulierte Wissensrepräsentationsstrukturen und Verarbeitungsmechanismen zum Vergleich herangezogen. Die Bestrebungen gingen dabei in den letzten Jahren verstärkt dahin, den als zentral er-

kannten Begriff des "mathematischen Verständnisses" präziser zu fassen und in Bezug zu setzen zur geistigen Repräsentation von Wissen; vgl. dazu den Abschlußbericht von Davis' zweieinhalbjährigem Projekt zur Rolle von "Verständnis" beim Mathematik-Lernen (Davis, Young & McLoughlin, 1982). Den Ergebnissen dieses Projekts ist zu entnehmen, daß abstrakte Situationsbeschreibungen im Gedächtnis des Lernenden, die von Fall zu Fall an konkrete Situationen anzupassen sind, eine grundlegende Rolle für mathematische Handlungsfähigkeit spielen.

Ein großer Teil der menschlichen Informationsverarbeitung kann dem fast automatischen, häufig gar nicht bewußten Auffinden von "Situationsrepräsentationen mit zugeordneten Mengen von Handlungsmustern" zugeschrieben werden. Die Existenz solcher Organisationseinheiten des Wissens wird heute in diversen psychologischen Theorien angenommen; sie werden unter anderem unter den Namen "Schemata", *frames* oder *scripts* geführt. Allen gemeinsam ist die folgende Hypothese: Als Reaktion auf bestimmte Merkmale der angetroffenen Situation werden im Langzeitgedächtnis des Individuums stereotype Repräsentationen dieser Situation aktiviert, sowie damit verbundene Erwartungen betreffs angetroffener Einzelheiten und voraussichtlich auszuführender Pläne. Wenn man den passenden "Rahmen" auffindet, so "verstehet" man plötzlich die ganze Situation.

In diesem Sinne bedeutet "Verstehen", eine Situation zur Deckung zu bringen mit einer im Langzeitgedächtnis aufgefundenen "Repräsentationsstruktur". Dies steht im Einklang mit Newell und Simon (1972), die "Verstehen" eines Problems als das Erstellen einer Problemrepräsentation definieren, wobei sich "Repräsentation" auf ein geistiges Modell der Problemsituation bezieht, das der Problemlöser konstruiert und manipuliert, um eine Lösung zu finden.

Nicht zu verstehen heißt nicht notwendig, daß es am erforderlichen Wissen mangelt, also keine angemessene Repräsentationsstruktur vorhanden ist, sondern möglicherweise ist das Nichtauffinden dieses Wissens die Ursache ("retrieval-Problem"). Eine andere Ursache von mangelndem Verständnis kann darin liegen, daß eine falsche, d.h. der Situation nicht angemessene Repräsentationsstruktur aufgefunden wird.

Wenn ein Schüler einen Sachverhalt (Situation, Problem, etc.) verstehen soll, muß also im einzelnen folgendes erfüllt sein (vgl. Davis et al., 1982, S. 119):

1. Eine Wissensrepräsentationsstruktur (WRS) existiert im Langzeitgedächtnis des Schülers, die den Sachverhalt angemessen repräsentieren kann;
2. Eine geeignete WRS wird ausgewählt und im Gedächtnis aufgefunden (das *retrieval*);
3. Die aktuellen Daten des vorliegenden Problems oder der Situation werden korrekt in die aufgefundene WRS eingebettet;
4. Wenn die Anforderungen der Aufgabe über den Wissensbereich der aktivierten WRS hinausführen, werden nach Bedarf zusätzliche WRS'en (in rekursiver Weise) aktiviert.

Ein wesentlicher Gesichtspunkt hierbei ist, daß mit dem Aktivieren einer WRS als Resultat eines Verstehensprozesses prototypische Handlungsmuster oder Pläne zur Verfügung stehen, deren Ausführung - unter Einsetzung der aktuellen Daten - die Bewältigung der Problemsituation ermöglicht (z.B. werden bei Klassifikation einer Zeichenreihe als quadratische Gleichung entsprechende Lösungsverfahren mitaktiviert).

2. DAS PROJEKT LAKOS

2.1 MOTIVATION

Bevor schulische Wissenserwerbsprozesse gefördert werden können, etwa durch Sequenzierung von curricularen Bausteinen oder durch den Entwurf von Unterrichtsstrategien, bedarf es einer präzisen Beschreibung und Erklärung des Erwerbs, der Organisation sowie der Verarbeitung und Nutzung von Wissen. Daneben ist die Analyse von Prinzipien der Vernetzung von Wissen im Gedächtnis erforderlich, insbesondere in bezug auf den Wissenszugriff und die Eingliederung neuer Information in bestehende Wissensstrukturen.

Beschränkt man sich allein auf das kognitive Verhalten und klammert den Bereich des Affektiven (wie Emotion und Antrieb) völlig aus, so liegt es nahe, den "rational handelnden" Menschen mit einem nach den Regeln der Logik vorgehenden Problemlöser zu vergleichen, der Axiome (logische und nicht-logische) und Schlußregeln benutzt, um die aus einer Situation erwachsenden Anforderungen zu bewältigen. Selbst wenn man den logischen Intellekt als einem auf der Prädikatenlogik basierenden Problemlösesystem vergleichbar anzusehen geeignet ist, so gibt es doch wesentliche Unterschiede: Der Mensch hat im allgemeinen keine globale Übersicht über seinen im Zeitraum von Jahren erworbenen Wissensbestand und kann nicht zu jeder Zeit auf jedes Element seines Wissens zurückgreifen. Auch ist die Widerspruchsfreiheit des Wissensbestandes eines Individuums nicht gewährleistet, was sich schon allein aus der Tatsache ergibt, daß in vielen Fällen - z.B. im Unterricht - "Wissen" von anderer Seite übernommen und nicht notwendig vom Lernenden validiert wird. Kenntnis über Einschränkungen des Geltungsbereichs des Wissens werden häufig nicht oder nur unvollständig erworben. Bei der Eingliederung neuer Information nimmt der Lernende im allgemeinen keine globale Konsistenzprüfung seines dabei erweiterten Wissensbestandes vor; so können Mängel zunächst unerkannt bleiben. D.h. die Existenz von Inkonsistenzen im individuellen Wissen eines Menschen ist möglich, wenn nicht wahrscheinlich. Daneben unterliegt das menschliche Denken kognitiven Beschränkungen (z.B. in der Kurzzeitspeicherkapazität), die komplexere Inferenzen (im Vergleich etwa zu einem Computer-Problemlösesystem) behindern können.

Aus der Analyse des Verhaltens von Schülern im Unterricht ergeben sich Hinweise auf die kritische Rolle der geistigen Repräsentation ihres Wissens. In zunehmendem Maße ist dabei von der "Bereichsspezifität" die Rede (Seiler, 1973), in der Literatur thematisiert z.B. als *frames* (Davis, 1980), *microworlds* (Lawler, 1981) und "Subjektive Erfahrungsbereiche" (Bauersfeld, 1983). Gerade in der Mathematik, wo häufig verschiedene Wissensbereiche für die erfolgreiche Bewältigung einer mathematischen Situation koordiniert werden müssen, wird immer wieder festgestellt, daß beim Schüler eine kohärente Organisation des mathematischen Wissens fehlt. Es entwickelt sich offenbar zunächst in isolierten Bereichen, die mehr oder weniger auf den situativen Kontext ihres Erwerbs beschränkt sind (vgl. Bauersfeld, 1983; Andelfinger, 1984). Hasemann (1982) und Wachsmuth (1984) dokumentieren Fälle instabiler Verhaltens von Schulkindern in mathematischen Situationen, dessen Ursache in der unabhängigen, unverbundenen Existenz von konfligierenden Wissensbereichen vermutet wird.

Diese Erkenntnisse stellen das am logischen Aufbau der Mathematik orientierte lineare Curriculum letztlich in Frage. Wenn das über den Zeitraum mehrerer Schuljahre erworbene Wissen eines Schülers sich zu einem kohärenten Ganzen fügen soll, ist es dringend notwendig, Einsichten zu gewinnen über die Prinzipien der Strukturierung von im Gedächtnis repräsentiertem Wissen, und über Möglichkeiten, auf die Entwicklung von Wissensstrukturen und die Vernetzung von Wissen gezielt Einfluß zu nehmen. Insbesondere verdient die Reorganisation von Wissen durch Anlage zusätzlicher Organisationsstrukturen Beachtung, durch die bereits vorhandenes Wissen vermehrt zugänglich und koordinierbar gemacht wird.

Ebenso wie für eine Neueinschätzung und bessere Beherrschbarkeit der Komplexität des Geschehens im herkömmlichen Schulunterricht bilden diese Überlegungen eine wichtige Vorstufe für die Konzeption von zu Lehrzwecken eingesetzten "Expertensystemen" der Künstlichen Intelligenz. Ein KI-System, das ein Experte im Lösen von Aufgaben seines Gebiets ist, ist nicht notwendig ein guter Lehrer auf diesem Gebiet. Ein "guter Lehrer" muß auch Schülerverhalten verstehen können, besonders dort, wo es von idealen Reaktionen abweicht. Er benutzt nicht nur vorgefaßte Pläne, sondern wird sich auch auf den individuellen Schüler einstellen und seine Lehrdialoge leiten lassen durch die Aufdeckung und die Behandlung von Mißkonzeptionen beim Schüler. In dieser Weise sollen auch die zu Lehrzwecken eingesetzten "intelligenten" Dialogsysteme Fehler des Lernenden zu einer Diagnose seiner Mißkonzeptionen benutzen. Ein schwieriges Problem ist dabei die Erstellung von Schülermodellen (auch: Partnermodellen), die aktuelle Hypothesen über die Wissensstrukturen eines Benutzers enthalten und damit die Grundlage für tutorielle Maßnahmen des Systems bereitstellen sollen.

Ob unter dem Gesichtspunkt der Verbesserung von Unterrichtsstrategien oder der Entwicklung von Computer-Lehrsystemen, ist der Zweck des Modellierens der Wissensstrukturen eines Schülers derselbe, nämlich Hypothesen über seine Mißkonzeptionen und suboptimale Leistung zu gewinnen, so daß der Lehrer bzw. das System korrigierend darauf Einfluß nehmen kann. Als Diagnose- und Evaluationsinstrument kommt daher akkuraten Computermodellen von Schülerverhalten zentrale Bedeutung zu.

2.2 HINTERGRUND UND ZIELSETZUNG

Aus einem über den Zeitraum mehrerer Semester an der Universität Osnabrück geführten interdisziplinären Dialog ist eine Arbeitsgruppe hervorgegangen, in der aus der Verknüpfung von linguistischen Betrachtungen zu Textverständnis/Sprachbildungsprozessen und lernpsychologischen Ansätzen, wie sie als Grundlage mathematikdidaktischer Forschung Verwendung finden, Erkenntnisse von weiterreichendem gegenseitigen Nutzen gewonnen werden sollen. In beiden Disziplinen kommt der Repräsentation von Wissen im menschlichen Gedächtnis eine kritische Rolle zu, deren präzise Aufklärung eine Voraussetzung weiterer Beschäftigung mit Aspekten des kognitiven Funktionierens bildet. Im Sommersemester 1984 wurde die Zusammenarbeit in einem "Hintergrundprojekt" institutionalisiert, mit dem Ziel, methodische Mittel für die Anwendung in konkreten Vorhaben des jeweiligen Forschungsgebiets (Mathematikdidaktik bzw. Linguistik) zu entwickeln.

Als zentrales Anliegen des Projekts LAKOS ("Logische Analyse kognitiver Organisa-

tions-Strukturen") wird ein Modell zur Repräsentation/Organisation bereichsspezifischen Wissens im Gedächtnis präzisiert, das Phänomene des kognitiven Verhaltens von Menschen beim Einsatz von Fachwissen in Anwendungssituationen erklären helfen soll. Unter einer "Wissensrepräsentation" versteht man in der Künstlichen Intelligenz eine Kombination von Datenstrukturen und interpretativen Prozeduren, die bei geeigneter Anwendung in einem Programm zu einem "intelligenten" Verhalten des Programms führen (in Form von Leistungen, die man gemeinhin nur einem intelligent handelnden Individuum zubilligt). Der Terminus "logische Analyse" bezieht sich auf die Erfassung von Strukturen und Mechanismen der Wissensorganisation mit Mitteln der formalen Logik. Die Präzisierung des Modells erfolgt in Form einer Computerimplementation in einer Prolog-Maschine. Zur Verfügung steht das von H. Gust in Osnabrück entwickelte Prologsystem MLOG 2 für Mikrocomputer (Gust & Gust, 1984), das über eine hochinteraktive Dialogebene verfügt.

Prolog (*Programming in Logic*) ist eine im Rahmen der Künstliche-Intelligenz-Forschung entwickelte Programmiersprache, die sich durch die Möglichkeit einer "nicht-prozeduralen", logischen Programmierung (auf der Basis von sog. Horn-Klauseln) zur Bearbeitung von Problemen der Wissensrepräsentation und der Konstruktion von Expertensystemen besonders gut eignet. Das Sprachkonzept ist das eines "Theorembeweisers", der mit einer Wissensbasis arbeitet. Die Wissensbasis besteht aus Axiomen (Fakten und Regeln). Die Bearbeitung von Problemen erfolgt durch Formulierung von Anfragen (*goals*), die der Prolog-Interpreter über der Wissensbasis zu beweisen versucht. Ein Prolog-Programm ist also ein Axiomensystem, in dem Aussagen bewiesen werden können. Als Beweisregel verwendet der Interpreter den Modus Ponens und als Beweisstrategien Variablenunifikation und Backtracking. Eine einführende Darstellung von Programmbeispielen findet man bei Gust (1984).

2.3 DAS COMPUTERMODELL¹

Das Gewicht des Wissensrepräsentationsmodells liegt auf der Organisation von (im Gedächtnis oder Computer repräsentiertem) Wissen. Eine erste lauffähige Modellausbaustufe liegt mit dem System LAKOS.1 vor. LAKOS.1 ist ein Dialogsystem, das in beschränktem, standardisiertem Umfang natürlich-sprachliche Dialoge mit einem Benutzer abwickeln kann. Dabei übernimmt der Computer die Rolle eines modellierten Individuums und beantwortet von diesem Standpunkt aus Fragen (oder Aufforderungen) durch Ausgabe auf dem Terminal. Die Systemantworten stehen stellvertretend für die im Situationskontext geäußerten Handlungen oder Sprechhandlungen des modellierten Individuums. Wesentlich ist, daß die Reaktion des Systems nicht in einer Auswahl aus vorprogrammierten Antwortmöglichkeiten (im Sinne von Stimulus-Response-Verhalten) besteht, sondern ad-hoc als wissensbasierter Prozeß erzeugt wird. Dieser Ansatz realisiert also eine Steuerung von Handlungen durch Wissen: Die potentiellen Handlungen des Systems hängen ab von der organisatorischen Strukturierung seiner Wissensbasis.

1) Die der Modellierung von Terri zugrundeliegenden Interviewdaten wurden unter Mitwirkung des Verfassers im Rahmen des von der National Science Foundation geförderten "Rational Number Project" (NSF RISE grant no. SED 81-12643) gewonnen.

Bedingt durch Dialogverlauf, Kontext und Wortwahl können der Bedeutung nach gleiche Eingaben durchaus mit unterschiedlichen, auch inkonsistenten Reaktionen beantwortet werden.

Es folgt eine knappe Beschreibung des Systemaufbaus (siehe dazu Abbildung 1). Einzelheiten zur Arbeitsweise finden sich in Abschnitt 3, wo eine Anwendung des Dialogsystems demonstriert ist. Die Kommunikation mit dem System erfolgt über eine Dialogebene, die quasi-natürlichsprachliche Eingaben akzeptiert. Eine dem System über das Terminal mitgeteilte Frage oder Aufforderung muß zunächst - unter Zugriff auf im System vorhandenes Sprachwissen - in ihrer Bedeutung verstanden ("repräsentiert") werden; dies leistet die Komponente PARSE. Die Komponente EVALUATE dient dann dazu, unter Zugriff auf im System gespeichertes Fachwissen auf Bedeutungsebene eine Ant-

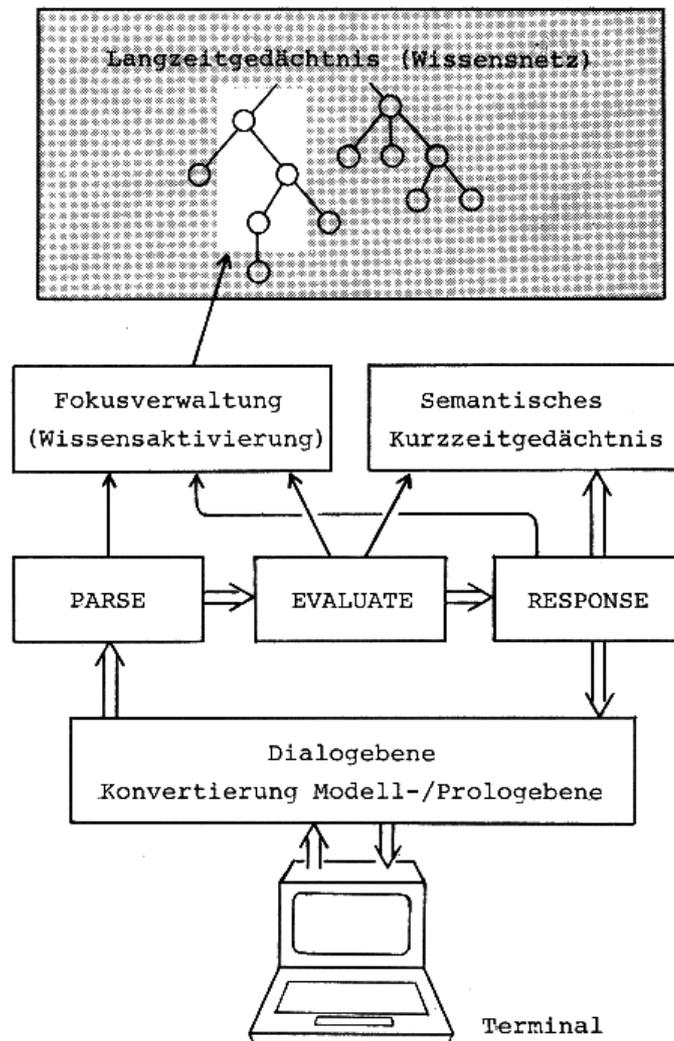


Abb. 1: Schemadarstellung des Dialogsystems LAKOS.1.
 Informationsfluß \Longrightarrow ; Zugriff \longrightarrow ; schattiert: nicht sichtbares Wissen.

wort zu suchen, die ggfs. über die Komponente RESPONSE in Sprache überführt und auf das Terminal ausgegeben wird. (In Abbildung 1 markieren Doppelpfeile den Informationsfluß bei der Verarbeitung einer Frage; einfache Pfeile kennzeichnen die Zugriffsmöglichkeiten auf gespeicherte Information.) Eine beschränkte Anzahl von im Dialogverlauf erzeugten Antworten wird mit den zugehörigen Fragen als Bedeutungsrepräsentation im semantischen Kurzzeitgedächtnis aufgehoben und steht für die Evaluierung nachfolgender Fragen noch kurze Zeit zur Verfügung.

Die Wissensseinträge im Langzeitgedächtnis sind in Form eines Netzes, des Wissensnetzes, organisiert. Die Knoten des Netzes enthalten im wesentlichen zwei Typen von Einträgen: Sprachwissen, d.h. Zeichen mit zugeordneten (dem System verständlichen) Bedeutungen, und Fachwissen in Form von abstrakten Regeln, die man als Abstraktionen von Handlungs- und Denkweisen (etwa im Sinne von Piagets Schemata) interpretieren kann. Durch die Art der Vernetzung sind die Wissensstrukturen (also die Beziehungen der Schemata untereinander) festgelegt. Der Zugriff auf das Wissensnetz unterliegt dabei Beschränkungen: Nur auf in der konkreten Situation aktiviertes Wissen kann zugegriffen werden. Realisiert wird dies durch einen Fokusmechanismus, der zugreifbares Wissen markiert. Während eines Dialoges kann sich der Fokus verschieben, woraus sich eine dynamische Partitionierung des Wissensnetzes in aktives und passives Wissen ergibt.

Die erste Modellausbaustufe berücksichtigt eine baumartige Vernetzungsstruktur von Wissen. Fragen wie Aktivierung, Erreichbarkeit und Bereichsspezifität von Wissen können damit präzisiert und einfache Verstehensprozesse simuliert werden. Für spätere Modellausbaustufen ist eine Verallgemeinerung des Wissensnetzes auf Verbandsstrukturen vorgesehen, sowie der Entwurf eines dynamischen Verknüpfungsmechanismus' auf der Basis eines Mehrfokussystems zur Modellierung von komplexeren Verstehensprozessen. In zukünftigen Versionen sollen Einträge ins Langzeitgedächtnis sowie organisatorische Veränderungen auch durch das System selbst vorgenommen werden können, wodurch die Modellierung von Lernprozessen möglich wird. Als bezüglich seines Wissens statisches Modell steht die derzeitige Version vornehmlich unter dem Gesichtspunkt der Reproduzierbarkeit von Verhalten und erlaubt das Studieren von psychologischen Ausschnitten intellektuellen Verhaltens in der Simulation.

Gestützt auf empirische Analysen von Prozessen des Erwerbs spezifischen Wissens (in der Mathematik), richten sich erste Anwendungen des Modells auf die Erklärung von Verhaltensaspekten individueller Schulkinder in Bruchzahlsituationen. Als Grundlage bei der Modellierung diente umfangreiches empirisches Material aus einer 1981 bis 1983 in den USA durchgeführten Langzeit-Entwicklungsstudie (*Rational Number Project*). Die als Videodokumente festgehaltenen Dialoge und Verhaltensäußerungen von Versuchsschülern in einem Unterrichtsexperiment wurden (unter Einbezug nichtverbalen Verhaltens wie Zögern und Gestik) transkribiert und formatiert, bevor sie, ergänzt durch Tagebuchaufzeichnungen, ausgewertet wurden.

In den folgenden Abschnitten wird der Einsatz des Modells zur Erklärung des mathematischen Verhaltens einer Schülerin in einer Anwendungssituation beschrieben. Dabei steht der modellierungstechnische Aspekt im Vordergrund.

3. ANWENDUNG DES MODELLS ZUR ERKLÄRUNG MATHEMATISCHEN VERHALTENS

3.1 INSTABILES VERHALTEN IN MATHEMATISCHEN SITUATIONEN

In Abschnitt 2.1 wurde das Phänomen der Bereichsspezifität von Wissen bereits angesprochen. Es besteht die Vermutung, daß hierin die Ursache für instabiles Verhalten in mathematischen Situationen liegen kann - instabiles Verhalten, das nicht in erster Linie auf Mißkonzeptionen beruht, sondern vielmehr auf der Begrenztheit des Anwendungsbereichs situationsgebundenen Wissens. Das Interesse gilt hier der Frage, ob das Wissen selbst instabil, d.h. über die Zeit variabel ist, oder ob die Aktivierung von Wissen Schwankungen unterliegt, die instabiles Handeln zur Folge haben, wobei dann die Ursachen solcher Schwankungen aufzuklären wären.

Ansätze zur Verhaltensklärung mittels kognitiver Modelle richten sich grundsätzlich darauf, rationale ("logische") Erklärungen für scheinbar irrationales Verhalten anzubieten. Die Analyse von Prozessen des Wissenseinsatzes kann im durch das Wissensrepräsentationsmodell bereitgestellten begrifflichen Rahmen erfolgen, wobei Einzelaspekte zwecks Präzisierung der Analyse simuliert werden. Zunächst geschieht dies in der exemplarischen Darstellung einzelner Fälle.

In Wachsmuth (1984) wird anhand ausgewählter Interviewmaterials ein konkreter Fall analysiert, um Hypothesen über charakteristische Eigenarten der geistigen Repräsentationsstrukturen des kindlichen Wissens sowie die auf solchen Repräsentationen operierenden kognitiven Mechanismen zu gewinnen. Es ergeben sich Hinweise auf verschiedene Phänomene, die den Einsatz von Wissen in einer Anwendungssituation einschränken können:

- Die Latenz von für eine spezifische mathematische Situation relevantem Wissen, d.h. der Proband "weiß" bestimmte Fakten, aktiviert sie in der Situation aber nicht (Zugriffsproblem);
- Der Mangel an gegenseitigem Zugriff auf relevante Wissensrepräsentationsstrukturen (z.B. im Kontext der einen ist Wissen aus der anderen erreichbar, aber umgekehrt nicht);
- Kognitive Beschränkungen, die den Gebrauch tatsächlich vorhandenen Wissens einschränken und möglicherweise die Änderung inkorrektur Überzeugungen (*beliefs*) verhindern.

Der in der zitierten Arbeit dokumentierte Dialog mit einer Teilnehmerin des Unterrichts experimentals, "Terri" (Name geändert), ermöglicht Rückschlüsse auf bei ihr vorhandene situationsspezifische Wissensbereiche, die in bezug auf die dort bewältigbaren Problemstellungen im Wettstreit stehen. Aufgrund bestimmter Kontextmerkmale der jeweils aktuellen Situation können sie jede für sich allein aktiviert werden; es mangelt jedoch an einer situationsübergreifenden "Verbindung". Als es in der Interviewsituation zu einer Gegenüberstellung von in unterschiedlichem Kontext gegebenen Antworten kommt, erweisen sich diese als unvereinbar, und es kommt zu Konflikten.

Das LAKOS-Wissensrepräsentationsmodell ermöglicht die Generierung solcher Verhaltensweisen, basierend auf hypothetisch spezifizierten Wissensstrukturen. Anhand des oben besprochenen Falls soll im folgenden eine Einführung in das Modell und seine Anwendungsmöglichkeiten gegeben werden.

3.2 DAS PROGRAMM TERRI

TERRI ist ein Prolog-Programm, das die anhand der klinischen Forschung vermuteten Wissensstrukturen der oben erwähnten Schülerin Terri in einem abgegrenzten Bereich der Bruchrechnung (Größenvergleich von Bruchzahlen) modelliert. Es besteht aus dem Dialogsystem LAKOS.1 mit einem spezifizierten Wissensnetz. Die Simulation von Aspekten des bei Terri tatsächlich beobachteten Verhaltens verläuft in Form von Dialogen mit dem Computer, wobei dieser Terris Rolle übernimmt. Der Benutzer des Modells kann Fragen oder Aufforderungen durch Eintippen an TERRI richten. Diese Eingaben werden durch auf den Bildschirm ausgegebene Propositionen, die für Sprechhandlungen oder anders geäußerte Handlungen stehen, beantwortet. Mittels Warum-Fragen kann das Modell zur Begründung seiner Antworten aufgefordert werden.

Die Antworten des Modells sind nicht notwendigerweise konsistent, sondern können bei dem Sinn nach gleicher Fragestellung abhängig von dem augenblicklichen Kontext (beeinflusst durch Wortwahl und einen Teil des bisherigen Dialogverlaufs) verschieden beantwortet werden. Dabei ist es möglich, daß konfligierende Antworten vom System erkannt werden, wenn die Dialogführung sie entsprechend kontrastiert.

Der hauptsächliche Aufwand bei der Erstellung des Systems galt bisher der Modellierung von Terris Wissensstrukturen, die als Grundlage für Handlungen im Programm TERRI hypothetisch formuliert wurden. Weniger Bedeutung wird der standardisierten Sprachform zugemessen (eine Angelegenheit auf technischer Ebene), solange TERRIs Antworten eindeutig verständlich sind.

3.3 ZUR ARBEITSWEISE DES DIALOGSYSTEMS²

Anhand eines einfachen Beispiels sollen die Arbeitsweise des Systems und einige technische Details erläutert werden. Auf eine Frage wie "1 / 4 und 1 / 3, was ist kleiner?" würde Terri zum Beispiel den zweiten Bruch als kleiner benennen, mit der Begründung, daß die Zähler gleich sind, aber 3 kleiner als 4 ist. In der augenblicklichen Modellversion sieht dies aus wie folgt (durch den *prompt* I'M TERRI zeigt das System an, daß es derzeit Terris Standpunkt vertritt und auf Eingaben wartet):

```
I'M TERRI > 1 / 4 AND 1 / 3, WHICH-LESS?
          1 / 4 AND 1 / 3, SECOND-LESS! ----- FOCUS (F 2: * 1)
I'M TERRI > WHY?
          BECAUSE (EQ 1 1) (LESS 3 4)! ----- FOCUS (F 2: * 1).
```

Ein Teil der vom Dialog-System erzeugten Antwort enthält einen Hinweis auf den Fokus, unter dem TERRI die Frage interpretiert und beantwortet hat. "FOCUS (F 2: * 1)" besagt, daß ein "Unterknoten" (F 2) von TERRIs Wissen über Brüche (*fractions*) aktiviert wurde. Dieser Knoten enthält (oder ermöglicht den Zugriff auf) Spracheinträge, mittels derer sich die gestellte Frage angemessen repräsentieren (d.h. in ihrer Bedeutung verstehen) ließ, sowie Regeln, in deren Prämissen sich die aktuellen Daten der Frage korrekt einbetten ließen und mittels derer die Frage beantwortet werden

2) Der Verfasser dankt Herrn Helmar Gust, Universität Osnabrück, für die Überlassung seines Prolog-Systems MLOG und für seine Hilfe bei der Implementierung des Computer-Modells.

konnte. In diesem Sinne handelt es sich bei (F 2) um eine "geeignete Wissensrepräsentationsstruktur" wie in Abschnitt 1.3 besprochen (auch die dort erwähnte zusätzliche Aktivierung weiterer WRSen tritt in bestimmten Fällen auf). Ein Beispiel für einen Spracheintrag ist:

(SEM *CURRENT-FOCUS TALK WHICH-LESS (OR < >)),

was bedeutet, daß der "Parser" (das ist ein Prolog-Prädikat, welches einen natürlich-sprachlichen Satz auf seine Bedeutung analysiert und dabei in eine Bedeutungsrepräsentation überführt) die Sprachfloskel WHICH-LESS durch (OR<>) ersetzt (etwa: "Ist der linke oder der rechte Term der kleinere?"). Dieser Eintrag ist von jedem augenblicklichen Fokus (*current-focus*) aus zugreifbar. Die Bedeutungsrepräsentation der ersten Frage des obigen Dialogs ist:

(? ((OR < >) (1 4) (1 3))).

Ein Beispiel für einen Regeleintrag ist:

(SEM (F 2:*1) RULE TRUE (< (*X *Y) (*U *V)) \Leftarrow (EQ *U *X) (LESS *Y *V)).

Dies heißt: Ist der Knoten (F 2) im Fokus (oder irgendein Knoten mit einem Index, der (F 2) als Anfangsstück enthält), so wird von TERRI derjenige von zwei Brüchen mit gleichem Zähler für kleiner gehalten, der den kleineren Nenner hat (Variablen sind in MLOG durch "*" gekennzeichnet).

Ein Arbeitszyklus des Dialog-Systems besteht im wesentlichen aus drei Schritten (in Klammern sind die Namen der für den Verarbeitungsschritt zuständigen Prolog-Prädikate angegeben; vgl. Abschnitt 2.3 und Abbildung 1): 1. der Bedeutungsanalyse einer eingegebenen Aufforderung oder Frage (*PARSE*), 2. der Suche nach Wissen, das zur Beantwortung der Eingabe relevant ist (*EVALUATE*), sowie 3. der Synthese einer entsprechenden Ausgabe (*RESPONSE*); hierbei wird der (reversible) Parser als Sprachgenerator eingesetzt. Nicht der gesamte Bereich des in TERRI repräsentierten Wissens steht dabei zur Verfügung: Der augenblickliche Fokus entscheidet darüber, welches Wissen zum Verständnis und der Beantwortung einer Eingabe zugreifbar ist (siehe dazu Abschnitt 3.4).

Scheitert der beschriebene Prozeß in irgendeinem Stadium, so wird dies entsprechend angezeigt. Mißlingt *PARSE* (d.h. die Eingabe kann nicht interpretiert werden), antwortet das System: *DON'T UNDERSTAND*. Mißlingt *EVALUATE* (d.h. die Frage wurde verstanden, jedoch kein Wissen zur Beantwortung aufgefunden), ist die Antwort des Systems: *DON'T KNOW*. Mißlingt schließlich *RESPONSE* trotz erfolgreicher Evaluierung (d.h. das System "weiß" eine Antwort auf die Frage, jedoch fehlen die sprachlichen Mittel, sie auszudrücken), so lautet die vom System ausgegebene Antwort: *CAN'T SAY*. In diesem Fall kann durch Ausgabe des Inhalts des Kurzzeitgedächtnisses auf dem Bildschirm die Repräsentation der eigentlichen Antwort inspiziert werden.

3.4 MODELLIERUNG VON WISSENS- UND ZUGANGSSTRUKTUREN

Als Grundlage für die Modellbildung wird angenommen (vgl. dazu die Ausführungen unter Abschnitt 2.1), daß die als Resultat von Wissenserwerbsprozessen ausgeprägten individuellen "Wissensstrukturen" im menschlichen Gedächtnis sich in (mindestens) folgender Weise konstituieren:

1. als in sich abgeschlossene Wissensbereiche ("Wissensinseln") und
2. als Verbindungen zwischen diesen ("organisierendes Netzwerk").

Das in dieser Weise strukturierte Wissen wurde in Abschnitt 2.3 als "Wissensnetz" bezeichnet. Ein Wissensbereich kann in einem einzelnen Netzknoten oder in einem Teilnetz aus mehreren verbundenen Knoten bestehen.

Die tragende Idee des Modellansatzes ist es, daß die Handlungsmöglichkeiten eines Individuums vom Gefüge seines Wissensnetzes bestimmt sind. Die Erklärungsleistung des Computermodells liegt demnach darin, daß die in simulierten Dialogen geäußerten Handlungen des Systems auf der organisatorischen Strukturierung des dem System einprogrammierten Wissens beruhen.

Die Modellierung von bereichsbezogenen Handlungsaspekten des Individuums Terri in dem Programm TERRI wurde wie folgt vorgenommen: Gestützt auf Protokollanalysen von klinischen Interviews wurden die hypothetischen Wissensstrukturen von Terri im Gebiet "Größenvergleich von Bruchzahlen" in Netzwerkstrukturen modelliert. Dazu wurden die "Wissenselemente" Terris als logische Aussagen formuliert und in indizierten "Wissensknoten" gespeichert, wobei jeweils die in einem bestimmten Kontext als zugreifbar beobachteten Wissenselemente in einem Knoten zusammengefaßt wurden. Die Indizierung der Knoten entscheidet darüber, welches Wissenselement in welchem Kontext zugänglich ist. Das Wissensnetz (die "kognitive Struktur") von TERRI in der ersten Modellausbaustufe ist in Abbildung 2 skizziert. Jeder der Knoten enthält eine Reihe von (bis zu 16) als logische Aussagen formulierten Einträgen.

Zu Beginn eines Dialogs befindet sich das System im "neutralen" Fokus (gekennzeichnet durch den Knoten *): Das gesamte Wissen von TERRI ist zu diesem Zeitpunkt erreichbar. Der Knoten * enthält bereits einige Einträge, die dem allgemeinen Sprachverständnis dienen; z.B. ist dort festgelegt, wie zusammengesetzte Fragen, die ein "oder" enthalten, auszuwerten sind.

Das System enthält Wissen über Größenvergleiche von Brüchen (Knoten F) sowie von ganzen Zahlen (Knoten W). Der Knoten W enthält mehrere Wissenselemente, die die Grundlage zum Verständnis und zur Beantwortung von Fragen über Größenvergleiche ganzer Zahlen bilden. Außerdem stellt ein Eintrag sicher, daß das in diesem Bereich verfügbare Wissen nur auf den intendierten Bereich, die Menge der ganzen Zahlen, angewendet werden kann.

Der Knoten F bildet den Zugang zu TERRIs Bruchzahlwissen. Auch er enthält einen Eintrag, der den intendierten Anwendungsbereich dieses Wissensbereichs - also hier die Menge der Bruchzahlen - festlegt. Andere Einträge dienen wieder dem Verständnis von Sprache. Das Bruchzahlwissen enthält zwei Unterknoten (F 1 und F 2), welche den bei Terri beobachteten Mißkonzeptionen entsprechende Regeln enthalten: In bestimmten Situationen neigte Terri dazu, gleichnamige Brüche als "gleich" zu bezeichnen, in anderen ordnete sie Brüche "lexikalisch" nach den ganzzahligen Größenbeziehungen von

Zählern und Nennern; näheres siehe bei Wachsmuth (1984). In Abbildung 2 sind diese "Schlüsselregeln" kurz vermerkt. Welcher der beiden Knoten (F 1 oder F 2) jeweils fokussiert wird, hängt von der Frageweise im Dialog ab.

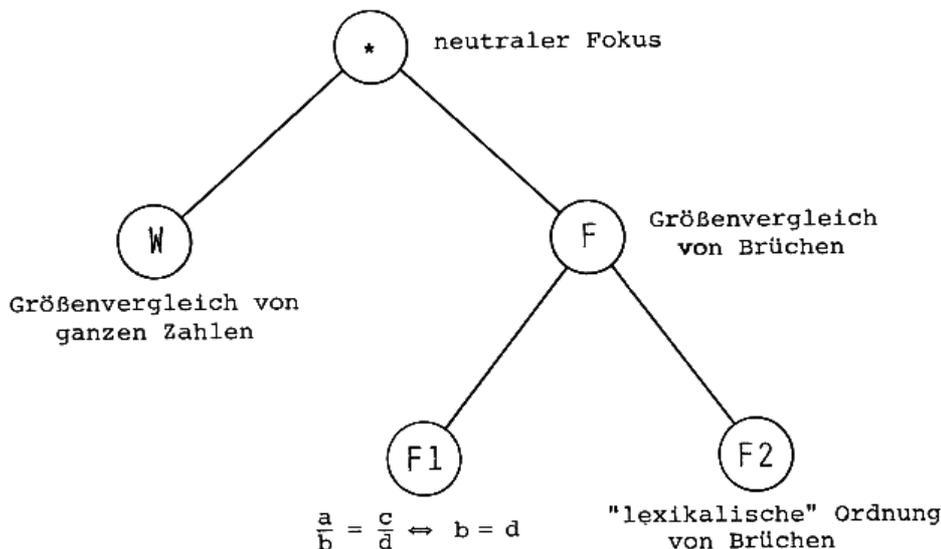


Abb. 2: Das Wissensnetz von TERRI.

Der Bereich für die Beantwortung einer Frage ist das sichtbare Wissen; dieses besteht aus den in dem jeweils aktiven ("fokussierten") Knoten und allen seinen Vorgängern (im Baum) gespeicherten Wissens-elementen. Wird für die Analyse einer Eingabe zusätzliches Wissen benötigt, so verschiebt sich der Fokus entlang der Kanten des Wissensnetzes nach "unten" (zu speziellerem Wissen). Das hierdurch erreichbare Wissen besteht aus allen Nachfolgern des Fokus-knotens. Dieser Prozeß erzeugt die dynamische Aufteilung des Wissens in aktives (sichtbares und erreichbares) Wissen und inaktives Wissen (komplementäre Knotenmenge). Ist z.B. (F 1) der fokussierte Knoten, so besteht das aktive (in diesem Fall gänzlich sichtbare) Wissen aus den in *, (F) und (F 1) gespeicherten Elementen; das Wissen in (W) und (F 2) ist in dieser Situation inaktiv.

Kann eine Eingabe im aktuellen Fokus nicht analysiert werden (z.B. aufgrund mangelnden Wissens), so verschiebt sich der Fokus entlang dem Pfad sichtbaren Wissens nach "oben" und danach - soweit vorhanden - in einem anderen Wissensbereich wieder nach unten (rekursiv), solange bis die vollständige Generierung einer Antwort gelingt oder endgültig mißlingt. In diesem Sinne sind durch die Topologie des Graphen des Wissensnetzes Zugangsstrukturen festgelegt. Wichtig: Der Fokus am Ende eines Arbeitszyklus bleibt erhalten und ist Ausgangspunkt für den nächsten Zyklus. Dadurch wird die nächste Eingabe von vornherein in einem bestimmten Kontext interpretiert (*mind set*).

In dem semantischen Kurzzeitgedächtnis des Systems werden in der jetzigen Implementierung von TERRI jeweils die letzten vier Frage-Antwort-Paare (als Repräsentation ihrer Bedeutung) aufbewahrt. So gelingt die Erzeugung von kognitiven Konflikten: Wenn

durch Situationshinweise im Dialog der Kontext wechselt, kann es vorkommen, daß eine zuvor geäußerte Ansicht im neuen Kontext zwar wiederholbar, aber nicht mehr begründbar (d.h. aus dem nun aktiven Wissen ableitbar) ist. Dies kann z.B. der Fall sein, wenn mit einem anderen Wortlaut eine der Bedeutung nach gleiche Frage erneut gestellt wird und das relevante Wissen der verschiedenen Kontexte unvereinbar ist: Die Frage wird beantwortet wie vorher, jedoch führt eine anschließende Warum-Frage zum Konflikt.

Bemerkt sei noch, daß es in der erreichten Modellausbaustufe technisch keine Schwierigkeit mehr darstellt, wesentlich stärker strukturierte Wissensnetze zu programmieren und mit Prolog zu verarbeiten. Kompliziert ist die Frage der tatsächlichen Modellierung, d.h. der Zusammenfassung von Wissens-elementen in Knoten und der Spezifizierung von Knotenindizes. Zunächst wurde hier nach dem Gesichtspunkt der Ökonomie entschieden, mit möglichst wenigen Annahmen (also einem möglichst einfach strukturierten Wissensnetz) beobachtetes Verhalten zu reproduzieren. Im Fall von Terri kam dem entgegen, daß die bei ihr beobachtbaren Verhaltensäußerungen auf relativ scharf getrennte Wissensbereiche schließen lassen.

3.5 EIN DIALOG MIT TERRI

Zum Abschluß wird hier das Protokoll eines Dialoges mit dem Computermodell, während es Terris Standpunkt vertritt, wiedergegeben (Abbildung 3). Instabiles Verhalten kann in einem mehrfachen Wechsel von TERRIs Ansicht über die Größenbeziehung der Brüche $6/15$ und $12/15$ beobachtet werden. Etwa in der Mitte des Dialogs ist der Inhalt des Kurzzeitgedächtnisses ausgedrückt. Aus diesem ist entnehmbar, daß TERRIs augenblickliche Ansicht, $6/15$ sei kleiner als $12/15$, in dem (durch die Schlüsselworte "Equal or one less?") erneut aktivierten Kontext (F 1) persistiert. Hier ist diese Ansicht jedoch nicht begründbar, und es manifestiert sich die Wissensinkonsistenz in einem Konflikt.

Ein Originaldialog mit der Versuchsschülerin Terri ist bei Wachsmuth (1984) als Transkript kommentiert. Die tatsächliche Situation ist komplexer und erfordert, wie dort angesprochen, einen weitergefaßten, über den kognitiven Aspekt hinausgehenden Erklärungsrahmen, etwa hinsichtlich der zwischen Interviewer und Schülerin stattfindenden Kommunikation. Es darf nicht übersehen werden, daß die in einem Interview ablaufenden Interaktionsprozesse zu einem Teil das Verhalten eines Schülers mitbestimmen, wie dies z.B. bei Voigt (1984) thematisiert wird.

Somit sind die von Terri getroffenen Handlungsentscheidungen sicherlich nicht allein aus kognitiver Sicht zu erklären; als Ergänzung bietet sich eine Rahmenanalyse ähnlich wie bei Krummheuer (1983) an. Terris Handlungsmöglichkeiten jedoch sind durch das Repertoire ihres Wissens begrenzt; auch Fehlhandlungen beruhen auf einem - möglicherweise zweckentfremdeten - Einsatz des bei ihr vorhandenen Wissens. In diesem Sinne soll hier mit der Generierung einiger Aspekte von Terris Verhalten in einem Computer-Dialog der mögliche Beitrag des Wissensrepräsentationsmodells zur Erklärung mathematischen Verhaltens zur Diskussion gestellt werden.

Das Ziel des Erkenntnisgewinns aus der Verwendung kognitiver Modelle muß es sein, verbesserte Lehraktivitäten zur Stabilisierung optimalen Wissens-einsatzes in breiten

I'M TERRI> 6 / 15 AND 12 / 15 , EQUIVALENT?

DON ' T UNDERSTAND!

I'M TERRI> 6 / 15 AND 12 / 15 , EQUAL?

YES , 6 / 15 AND 12 / 15 , EQUAL! _____ FOCUS (F 1:*1)

I'M TERRI> WHY?

BECAUSE (EQ 15 15)! _____ FOCUS (F 1:*1)

I'M TERRI> 12 / 15 AND 6 / 15 , ARRANGE-IN-ORDER!

6 / 15 AND 12 / 15 ,! _____ FOCUS (F 2:*1)

I'M TERRI> 6 / 15 AND 12 / 15 , WHICH-ONE-LESS?

6 / 15 AND 12 / 15 , FIRST-LESS! _____ FOCUS (F 2:*1)

I'M TERRI> WHY?

BECAUSE (LESS 6 12)! _____ FOCUS (F 2:*1)

I'M TERRI> STM!

(STM (! (BECAUSE TRUE (((6 15) (12 15)) (= (LESS 6 12))) (? (WHY))) ,
 (STM (! (((6 15) (12 15))) (? ((OR () (6 15) (12 15)))) ,
 (STM (! (DUMMY (6 15) (12 15))) (! (ORDER (12 15) (6 15)))) ,
 (STM (! (BECAUSE TRUE (= (6 15) (12 15)) (= (EQ 15 15))) (? (WHY))) .

I'M TERRI> 6 / 15 AND 12 / 15 , EQUAL OR ONE-LESS?

6 / 15 AND 12 / 15 , ONE-LESS! _____ FOCUS (F 1:*1)

I'M TERRI> 6 / 15 AND 12 / 15 , WHICH-ONE-LESS?

6 / 15 AND 12 / 15 , FIRST-LESS! _____ FOCUS (F 1:*1)

I'M TERRI> WHY?

<<< CONFLICT >>> (((6 15) (12 15)) BUT (= (6 15) (12 15))
 BECAUSE (EQ 15 15)! _____ FOCUS (F 1:*1)

I'M TERRI> 6 / 15 AND 12 / 15 , ONE-LESS?

NO , 6 / 15 AND 12 / 15 , EQUAL! _____ FOCUS (F 1:*1)

I'M TERRI> WHY?

BECAUSE (EQ 15 15)! _____ FOCUS (F 1:*1)

Abb. 3: Ein Dialog mit TERRI.

Anwendungsbereichen zu erlangen. Dialogsysteme der Künstlichen Intelligenz könnten hierzu einen Beitrag leisten, sowohl durch präzise Analysen von Prozessen des Wissenserwerbs und -einsatzes als auch durch tutorielle Maßnahmen in Lehrdialogen, die sich auf eine Diagnose von Mißkonzeptionen beim Schüler stützen. Dieses weiter auszuführen, muß zukünftigen Arbeiten vorbehalten bleiben.

LITERATUR

- Andelfinger, B. (1984). Arithmetische und algebraische Lernerkonzepte. Beiträge zum Mathematikunterricht, 71-74. Bad Salzdetfurth: Barbara Franzbecker.
- Bauersfeld, H. (1983). Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In H. Bauersfeld, H. Bussmann, G. Krummheuer, J.H. Lorenz & J. Voigt (Hg.), Lernen und Lehren von Mathematik - Analysen zum Unterrichtshandeln II (S. 1-56). Köln: Aulis Verlag Deubner & Co.
- Briars, D., & Larkin, J.H. (1984). An integrated model of skill in solving elementary word problems (Preprint). Cognition and Instruction, 1, 245-296.
- Davis, R.B. (1980). The postulation of certain specific, explicit, commonly-shared frames. The Journal of Mathematical Behavior, 3 (1), 167-199.
- Davis, R.B., Young, S., & McLoughlin, P. (1982). The roles of "understanding" in the learning of mathematics. Part II of the Final Report of National Science Foundation Grant NSF SED 79-12740, Curriculum Laboratory. Urbana/Champaign: University of Illinois.
- Gust, B., & Gust, H. (1984). Einführung in das PROLOG-System MLOG (vorläufige Fassung), Osnabrück.
- Gust, H. (1984). Logisches Programmieren für Anfänger - Eine Einführung in das Handwerkszeug der Künstlichen Intelligenz. Elektronik, 4, 64-69.
- Hasemann, K. (1982). Modelle zur Beschreibung von Denkprozessen bei Schülern der Sekundarstufe I (Ausarbeitung eines Vortrags auf der 16. Bundestagung für Didaktik der Mathematik in Klagenfurt, März 1982). Osnabrücker Schriften zur Mathematik, Reihe P, Heft 39.
- Krummheuer, G. (1983). Das Arbeitsinterim im Mathematikunterricht. In H. Bauersfeld, H. Bussman, G. Krummheuer, J.H. Lorenz & J. Voigt (Hg.), Lernen und Lehren von Mathematik - Analysen zum Unterrichtshandeln II (S. 57-106). Köln: Aulis Verlag Deubner & Co.
- Lawler, R.W. (1981). The progressive construction of mind. Cognitive Science, 5 (1), 1-30.
- McCorduck, P. (1979). Machines who think. San Francisco, Cal.: Freeman.
- Newell, A., & Simon, H.A. (1972). Human problem solving. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.
- Seiler, T.B. (1973). Die Bereichsspezifität formaler Denkstrukturen - Konsequenzen für den pädagogischen Prozeß. In K. Frey & M. Lang (Hg.), Kognitionspsychologie und naturwissenschaftlicher Unterricht (S. 249-283). Bern: Huber.
- Voigt, J. (1984). Die Kluft zwischen didaktischen Maximen und ihrer Verwirklichung im Mathematikunterricht. Beiträge zum Mathematikunterricht, 364-367. Bad Salzdetfurth: Barbara Franzbecker.
- Wachsmuth, I. (1984). An analysis into structures and mechanisms of 5th grade children's mathematical knowledge. In B. Southwell, R. Eyland, M. Cooper, J. Conroy & K. Collis (Eds.), Proceedings of the Eighth International Conference for the Psychology of Mathematics Education (pp. 251-257). Sydney: University of Sydney.
- Wachsmuth, I. (im Druck). Mathematische Fertigkeiten und Mathematikverständnis. Bad Salzdetfurth: Barbara Franzbecker.